



Instrucciones: Los ejercicios que debe entregar están marcados en verde. La portada debe descargarse de la página web del curso (y es obligatoria). Rellene datos y grabe esta portada, junto con el resto de ejercicios, en la esquina superior izquierda. Este material no será devuelto, por lo que haga fotocopias y guárdese el original.

- 1 Sea una economía con un único bien, dos estados en $t = 1$ y dos agentes con funciones de utilidad de la forma:

$$u_i(x_i^1, x_i^2) = \pi_i^1 v_i(x_i^1) + \pi_i^2 v_i(x_i^2).$$

Las dotaciones iniciales son $\omega_1 = \omega_2 > 0$. Supongamos que v_2 es estrictamente cóncava, que el agente 1 es neutral al riesgo

- (a) Probar que si $\pi_1^1 = \pi_2^1$, $\pi_1^2 = \pi_2^2$, entonces, en un equilibrio de Arrow-Debreu interior, el agente 2 consume lo mismo en los dos estados (es decir, se asegura completamente).
- (b) Probar que si $\pi_1^1 \neq \pi_2^1$ entonces, en un equilibrio de Arrow-Debreu interior, el agente 2 no consume lo mismo en los dos estados (no se asegura completamente).
- (c) Probar que si $\pi_1^1 \neq \pi_2^1$ entonces el agente 1 no gana nada comerciando.

- 2 Consideremos una economía con 2 periodos, 2 agentes, 1 bien y 2 estados en el segundo periodo, $t = 1$. La función de utilidad de los agentes es

$$u_i(x_i^1, x_i^2) = \pi_i u(x_i^1) + (1 - \pi_i) u(x_i^2) \quad i = 1, 2$$

con

$$1 > \pi_1 > \frac{1}{2} > \pi_2 > 0$$

Los agentes son aversos al riesgo, y no hay incertidumbre agregada ($\omega_1^1 + \omega_2^1 = \omega_1^2 + \omega_2^2$). Probar que en un equilibrio de Arrow-Debreu se verifica que

$$x_1^1 > x_1^2, \quad x_2^1 < x_2^2$$

- 3 Consideremos una economía con dos periodos, un único bien y dos agentes. En $t = 1$ hay dos posibles estados. Las funciones de utilidad de los agentes son

$$u_1(x_1^1, x_1^2) = \frac{1}{2} (\pi_1^1 \ln x_1^1 + \pi_1^2 \ln x_1^2)$$

$$u_2(x_2^1, x_2^2) = \frac{1}{3} (\pi_2^1 \ln x_2^1 + \pi_2^2 \ln x_2^2),$$

donde $\pi_1^1 = \pi_1^2 = \pi_2^1 = \pi_2^2 = \frac{1}{2}$ y los recursos iniciales son $\omega_1 = (1, 3)$, $\omega_2 = (3, 1)$. Supongamos que hay dos activos $r_1 = (1, 1)$ y $r_2 = (1, 0)$. Encontrar el equilibrio de Radner de esta economía. ¿Cuál es la tasa de interés de la economía?

- 4 Consideremos una economía con dos periodos, un único bien y dos agentes. En $t = 1$ hay dos posibles estados. Las funciones de utilidad de los agentes son

$$u_1(x_1^1, x_1^2) = \frac{1}{2} (\pi_1^1 \ln x_1^1 + \pi_1^2 \ln x_1^2)$$

$$u_2(x_2^1, x_2^2) = \frac{1}{3} (\pi_2^1 \ln x_2^1 + \pi_2^2 \ln x_2^2),$$

donde $\pi_1^1 = \pi_1^2 = \pi_2^1 = \pi_2^2 = \frac{1}{2}$ y los recursos iniciales son $\omega_1 = (2, 2)$, $\omega_2 = (2, 2)$. Supongamos que hay dos activos $r_1 = (1, 1)$ y $r_2 = (1, 0)$. Encontrar el equilibrio de Radner de esta economía. Comparar los resultados con los del ejercicio anterior y comentar las diferencias.

- 5 Sea una economía de intercambio con dos agentes, dos bienes y dos estados en el periodo $t = 1$. Los recursos iniciales del agente 1 son, en el estado 1, $\omega_1^1 = (1, 1)$ y en estado 2, $\omega_1^2 = (1, 4)$. Mientras que los recursos iniciales del agente 2 son, en el estado 1, $\omega_2^1 = (1, 2)$ y en estado 2, $\omega_2^2 = (5, 2)$. Las funciones de utilidad de los agentes son

$$u_i(x_i) = \sum_{s=1}^2 (2 \ln x_{i1}^s + \ln x_{i2}^s) \quad i = 1, 2$$

- (a) Calcular el equilibrio de Arrow–Debreu de la economía.
 (b) Calcular el equilibrio de Radner de la economía cuando los activos son $r_1 = (1, 0)$ y $r_2 = (0, 1)$.
- 6 Sea una economía de intercambio con dos agentes, dos bienes y dos estados en el periodo $t = 1$. Los recursos iniciales del agente 1 son, en el estado 1, $\omega_1^1 = (a, b)$ y en el estado 2, $\omega_1^2 = (0, 0)$. Mientras que los recursos iniciales del agente 2 son, en el estado 1, $\omega_2^1 = (0, 0)$ y en el estado 2, $\omega_2^2 = (a, b)$. Las funciones de utilidad de los agentes son

$$u_i(x_i) = u(x_{i1}^1) + u(x_{i2}^1) + u(x_{i1}^2) + u(x_{i2}^2), \quad i = 1, 2$$

donde $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función de utilidad cóncava y derivable. Hay dos activos en la economía $r_1 = (1, 0)$ y $r_2 = (0, 1)$. Probar que, en el equilibrio de Radner,

$$z_{12} = \frac{u'(\frac{a}{2})a + u'(\frac{b}{2})b}{2u'(\frac{a}{2})} = z_{21} = -z_{22} = -z_{11}.$$

- 7 Sea $r = (2, 3, 4, 2, 5)$ un activo primario. Escribir su correspondiente opción de comprar para un precio $c \in [0, 4]$.
- 8 Consideremos una economía secuencial con un bien, dos periodos y tres estados posibles en el segundo periodo. Supongamos que hay cuatro activos $r_1 = (1, 1, 1)$, $r_2 = (3, 0, 3)$, $r_3 = (2, 1, 3)$ y $r_4 = (1, 4, 1)$, cuyos precios son $q_1 = q_2 = 1$, $q_3 = 2$, $q_4 = 3$. Calcular todas las probabilidades de riesgo neutro. Determinar si hay arbitraje en la economía. ¿Son completos los mercados?
- 9 En una economía con dos periodos y dos activos primarios $r_1 = (64, 16, 4)$, $r_2 = (0, 0, 1)$ con precios $q_1 = 32$, $q_2 = 1$, respectivamente utilizar la noción de no arbitraje para valorar los siguientes activos derivados.
- (a) El activo que permite comprar una unidad de r_1 al 75% de su precio de contado en el periodo 1, cuando se conoce el estado del mundo.
 - (b) El activo que permite comprar una unidad de r_1 al 75% de su precio de contado en el periodo 1, cuando se conoce el estado del mundo, sólo cuando el precio de contado de r_1 es mayor que 10.
 - (c) El activo que permite comprar una unidad de r_1 al 75% de su precio de contado en el periodo 1, cuando se conoce el estado del mundo, sólo cuando el precio de contado de r_1 es mayor que 19.