MICROECONOMÍA AVANZADA - 2013/2014

Hoja 1: Economías de Intercambio

Instrucciones: Los ejercicios que debe entregar están marcados en verde. La portada debe descargarse de la página web del curso (y es obligatoria). Rellene datos y grape esta portarda, junto con el resto de ejercicios, en la esquina superior izquierda. Este material no será devuelto, por lo que haga fotocopias y guárdese el original.

1 Considere una economía de intercambio con dos agentes con preferencias del tipo Cobb-Douglas

$$u_1(x,y) = x^\alpha y^{1-\alpha} \text{ y} u_2(x,y) = x^\beta y^{1-\beta},$$

con $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$. Las dotaciones iniciales son $\omega^1 >> 0$, $\omega^2 >> 0$.

(a) Calcule las asignaciones Pareto eficientes.

(b) Calcule los precios de equilibrio.

2 Suponga que las funciones de utilidad de los agentes son $u_1(x,y) = \max\{x,y\}$ y $u_2(x,y) = \min\{x,y\}$, y que las dotaciones iniciales son $\omega = (5,2)$. Represente las asignaciones Pareto eficientes.

3 Suponga que las funciones de utilidad de los agentes son $u_1(x,y) = 2x+4y$ y $u_2(x,y) = \min\{x,y\}$, y que los recursos iniciales son $\omega = (3,1)$. Represente las asignaciones Pareto eficientes.

4 Considere una economía de intercambio con dos agentes y dos bienes. El conjunto de consumo de cada agente es $X_i = \mathbb{R}^2_+$. La dotación total de recursos iniciales es $\omega = (2,2)$. Determine el conjunto de asignaciones Pareto eficientes para cada de los siguientes pares de funciones de utilidad

(a) $u_1(x,y) = \ln x + \ln y$ y $u_2(x,y) = \ln x + \ln xy$.

(b) $u_1(x,y) = x$ y $u_2(x,y) = y$.

(c) $u_1(x,y) = xy$ y $u_2(x,y) = y$.

(d) $u_1(x,y) = \ln x + 2\ln y$ y $u_2(x,y) = xy$.

(e) $u_1(x,y) = \min\{x,y\}$ y $u_2(x,y) = \min\{x,y\}$.

5 Para cada una de las siguientes economías de intercambio con conjuntos de consumo $X_1 = X_2 = \mathbb{R}^2_+$

- Calcule la función de demanda de cada agente, el precio y las asignaciones de equilibrio.
- Determine el conjunto de asignaciones Pareto óptimas.

(a) $u_i(x,y) = 2\ln x + \ln y, (i = 1,2)$, $\omega_1 = (1,1)$, $\omega_2 = (1,1)$.

(b) $u_i(x,y) = x^\rho + y^\rho, (i = 1,2)$, $0 < \rho < 1$, $\omega_1 = (1,0)$, $\omega_2 = (0,1)$.

(c) $u_1(x,y) = \sqrt{xy}$, $u_2(x,y) = (xy)^2$, $\omega_1 = (1,0)$, $\omega_2 = (0,1)$.

(d) $u_1(x,y) = xy$, $u_2(x,y) = \ln x + \ln y$, $\omega_1 = (18,4)$, $\omega_2 = (3,6)$.

(e) $u_1(x,y) = x + \frac{y^2}{2}$, $u_2(x,y) = x + y^2$, $\omega_1 = (0,4)$, $\omega_2 = (4,2)$.

6 Las funciones de utilidad de los agentes son $u_1(x,y) = x + y$ y $u_2(x,y) = \max\{x,y\}$, y las dotaciones iniciales son $\omega_1 = \omega_2 = (1,1)$.

(a) Represente la situación en la caja de Edgeworth.

(b) En el equilibrio de Walras, ¿cuál es la relación entre los precios?

(c) ¿Cuál es la asignación en el equilibrio de Walras?

7 Las funciones de utilidad de los agentes son $u_1(x, y) = x + 2y$ y $u_2(x, y) = \sqrt{xy}$, y las dotaciones iniciales son $\omega_1 = (1, 2)$, $\omega_2 = (1, 3)$. Obtenga el equilibrio Walrasiano.

8 Las funciones de utilidad de los agentes son $u_1(x, y) = u_2(x, y) = xy^2$. Los recursos iniciales son $\omega_1 = (40, 160)$, $\omega_2 = (240, 120)$.

(a) Calcule el equilibrio competitivo.

(b) Demuestre que la asignación $x_1 = (80, 80)$, $x_2 = (200, 200)$ es Pareto eficiente.

(c) ¿Qué precios soportan la asignación en el apartado (b)?

(d) ¿Qué reasignación de los recursos iniciales convierte a la asignación en el apartado (b) en un equilibrio de Walras? ¿Es única esa reasignación?

9 Considerar una economía con dos bienes y dos agentes con funciones de utilidad

$$u_1(x, y) = xy^2 \text{ y } u_2(x, y) = x^2 y$$

Los recursos agregados son $(10, 20)$.

(a) Encontrar una asignación Pareto eficiente (a, b) en la que $u_2(a, b) = 8000/27$. (probar que la solución es $x_{11} = 10/3$, $x_{12} = 40/3$))

(b) Supongamos que los recursos iniciales son $w_1 = (10, 0)$, $w_2 = (0, 20)$. Encontrar el equilibrio de Walras.

10 En una economía de intercambio con dos bienes hay dos tipos de consumidores: m_1 consumidores de tipo 1 con función de utilidad $\frac{1}{2}\ln x_1 + \frac{1}{3}\ln y_1$ y una unidad de cada bien cada uno, y m_2 consumidores de tipo 1 con función de utilidad $2x_2 + y_2$ e inicialmente 12 unidades de cada bien cada uno.

(a) Determinar el equilibrio cuando $m_1 = m_2$.

(b) ¿Cómo cambia el equilibrio al cambiar m_1?

11 Supongamos que un agente tiene una relación de preferencias $\succeq$ localmente no saciada y que x^* es un elemento maximal de $\succeq$ en el conjunto presupuestario $\{x \in X : p \cdot x \leq \theta\}$. Probar que si $y \succeq x^*$, entonces $p \cdot y \geq \theta$.[3]

12 Supongamos que la relación de preferencias $\succeq$ es localmente no saciada. Sea x^* una asignación factible y p un vector de precios. Probar que las dos condiciones siguientes son equivalentes:

(1) If $y \succeq x^*$ entonces $p \cdot y \geq p \cdot x^*$.

(2) x^* es una solución al problema

$$\left.\begin{array}{ll} \min & p \cdot x \\ \text{s.t.} & \\ & x \succeq x^* \end{array}\right\}$$

13 Consideremos una economía con dos agentes y dos bienes. Los agentes $i = 1, 2$ tienen las mismas preferencias representadas por la función de utilidad

$$u_i(x, y) = x^2 + y^2$$

Las asignaciones iniciales son $w_1 = (4, 2) = w_2$. Probar que no puede haber unos precios de equilibrio.

[3] Una relación de preferencia $\succeq$ es localmente no saciable sii para todo $x \in \mathbb{R}^L$ y cualquier distancia $r > 0$ existe otra asignación $y \in \mathbb{R}^L$ tal que $\|x - x'\| < r$ y $x' \succ x$.

14 Supongamos una economía en la que todos los agentes tienen las mismas preferencias y que éstas son estrictamente convexas.[4] Probar que dividir los recursos iniciales de forma igualitaria es una asignación Pareto eficiente. ¿Es cierta esta afirmación si no todos los agentes son iguales?

15 Consideremos una economía con 15 agentes y 2 bienes. Un agente tiene la función de utilidad

$$u(x, y) = \ln x + \ln y$$

En una asignación Pareto eficiente al agente le corresponde la cesta $(10, 5)$. Calcular los precios competitivos que corresponden a la asignación Pareto Eficiente.

16 Consideremos una economía de intercambio con dos bienes y dos agentes cuyas preferencias vienen determinadas por la función de utilidad $u_i(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$ $(i = 1, 2)$, con $0 < \alpha < 1$. Las dotaciones iniciales agregadas son tales que $\omega_1 + \omega_2 = (10, 10)$. Probar que la asignación $x_{11} = x_{12} = x_{21} = x_{22} = 5$ es Pareto eficiente. Determinar unos recursos iniciales ω_1, ω_2 con $\omega_1 \neq \omega_2$, tales que, en esta economía, la asignación anterior es un equilibrio competitivo.

17 Consideremos una economía de intercambio con dos bienes y tres agentes cuyas preferencias vienen determinadas por las funciones de utilidad siguientes

$$u_1(x, y) = xy$$
$$u_2(x, y) = xy^2$$
$$u_3(x, y) = 5 \ln x + \ln y$$

y los recursos globales son $\omega^1 + \omega^2 + \omega^3 = (7, 8)$. Probar que la asignación $x_1 = (1, 2)$, $x_2 = (1, 4))$, $x_3 = (5, 2)$ es Pareto eficiente. Calcular unas precios para los que esta asignación sea un equilibrio.

[4] Una relación de preferencia $\succeq$ es convexa sii para todo $x, x', y \in \mathbb{R}^L$, si $x \succeq y$ y $x' \succeq y$ entonces $\lambda x + (1 - \lambda)x' \succeq y$ para cualquier $\lambda \in [0, 1]$.