

# El Modelo Tobit

## Microeconomía Cuantitativa

R. Mora

Departamento de Economía  
Universidad Carlos III de Madrid

# Esquema

- 1 Motivación: La oferta laboral femenina
- 2 La oferta laboral de las mujeres casadas y el modelo Tobit
- 3 Estimación ML del modelo Tobit

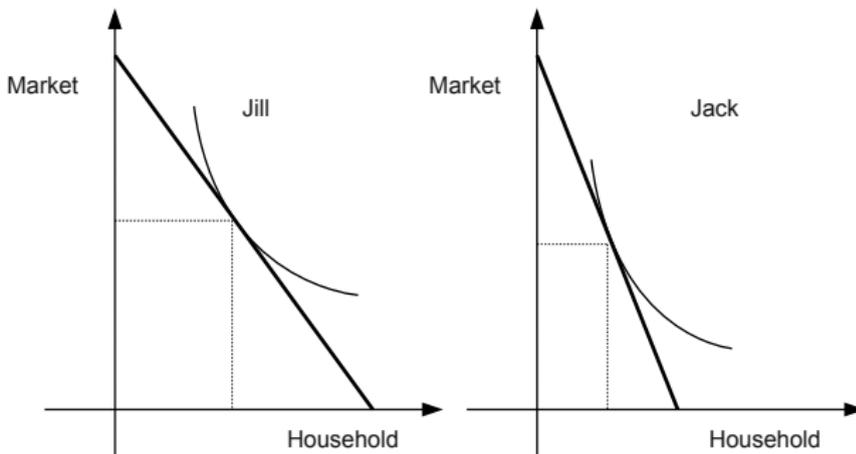
# La asignación de tiempo en la vida real

%	Ocio	Personal	Doméstico	Mercado
mujeres casadas	13	47	30	10
hombres casados	14	46	16	24
mujeres solteras	14	48	21	17
hombres solteros	15	45	21	19

Fuente: University of Michigan, Datos de EEUU

# El uso del tiempo entre solteros

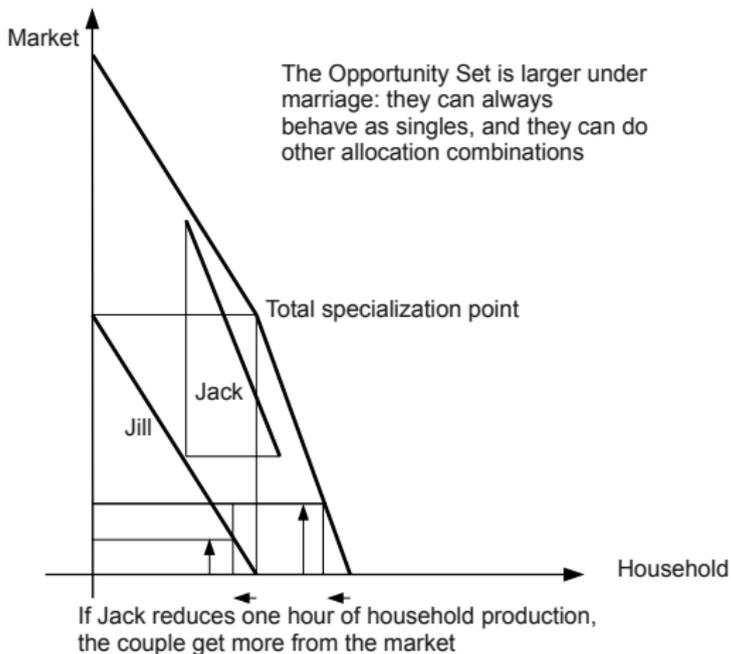
Jack is less productive In the Household



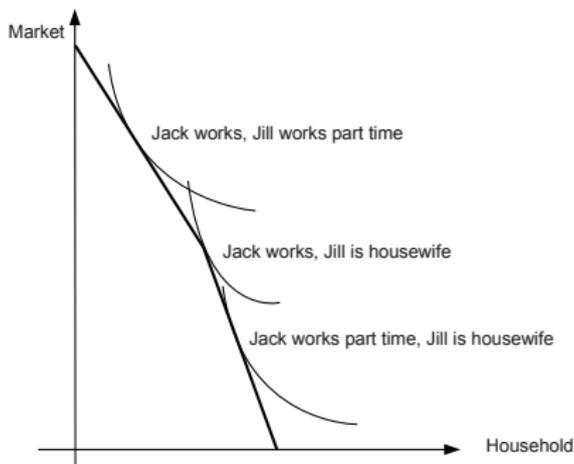
## Teorías económicas del matrimonio

- Problema Principal-Agente: debes tener confianza en quién cuida tus niños y tu coche
- Economías de escala: el niño marginal apenas incrementa los costes totales
- Risk-Sharing: juntar recursos reduce los riesgos
- Ninguna de estas explicaciones explica convincentemente porqué las mujeres casadas hacen más trabajo doméstico

# La especialización: la FPP de un matrimonio



# Acuerdos matrimoniales alternativos



Que el hombre trabaje a tiempo completo y la mujer a tiempo parcial depende de las habilidades y las preferencias

## Jack a tiempo completo, Jill a tiempo parcial

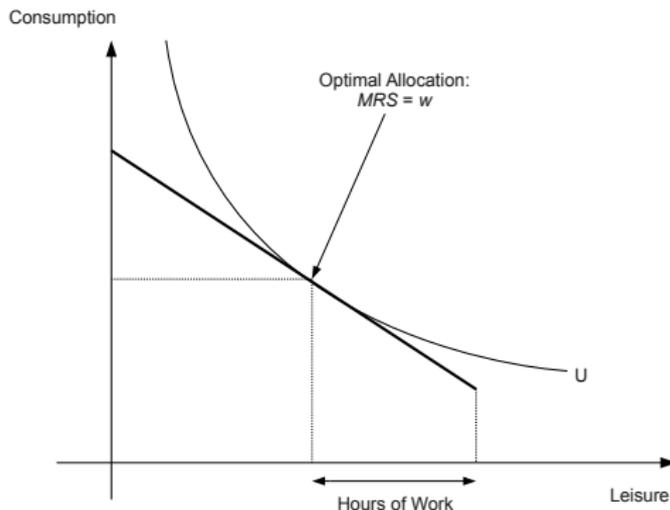
- Las actividades de mercado son más productivas que las domésticas  $\Rightarrow$  ambos cónyuges quieren trabajar algo en el mercado
- Los salarios de las mujeres son más bajos que los de los hombres  $\Rightarrow$  si ambos son igualmente productivos en casa, entonces las mujeres tienen una ventaja comparativa en trabajar en casa
- Volveremos a la cuestión crucial de porqué las mujeres ganan menos cuando estudiemos el problema de selección
- Ahora vamos a estudiar los determinantes de las trabajadas por las mujeres

# La oferta laboral de las mujeres casadas

## Puede descomponerse en dos etapas

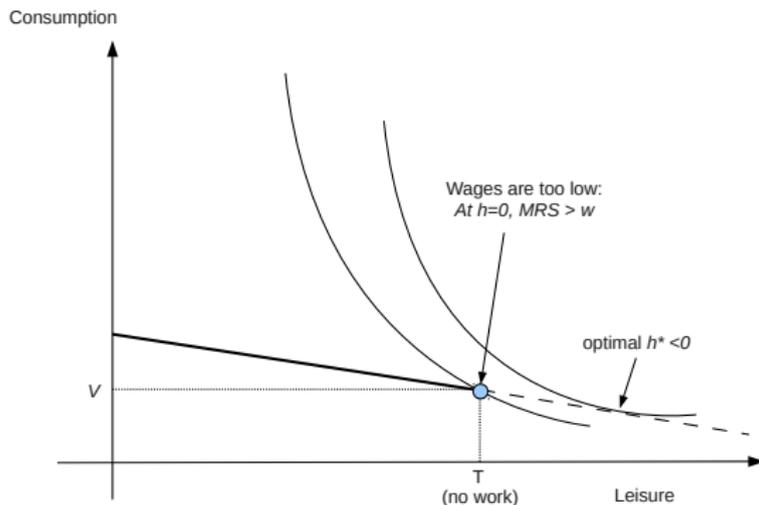
- Primera decisión: decisión de participación:  $w > w_R$
  - Segunda decisión: si  $w > w_R$ , ¿cuántas horas?
- 
- La primera decisión es como un modelo Probit porque la decisión de participación es binaria
  - La segunda decisión es como una regresión lineal porque las horas trabajadas son continuas
  - Ambas decisiones están estrechamente relacionadas: los factores que hacen que la mujer trabaje también la hacen trabajar más horas

# La asignación óptima de ocio: solución interna



Solución interna:  $h = h^*(MRS = w) > 0$

# La asignación óptima de ocio: solución esquina



Solución esquina:  $h = 0$  if  $h^* (MRS = w) \leq 0$

# El modelo Tobit

## Ejemplo: la oferta laboral de las mujeres casadas

- condición de optimalidad  
( $MRS = w$ ):  $h^* = \beta x + \varepsilon, \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$
- condición de participación:
  - si  $h^* > 0$ , entonces las horas realmente trabajadas:  $h = h^*$
  - si  $h^* \leq 0$ , entonces:  $h = 0$

$$h = \max \{0, \beta x + \varepsilon\}, \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

# Los condicionantes de la oferta laboral

¿Qué factores incluiríamos en el vector  $x$ ?

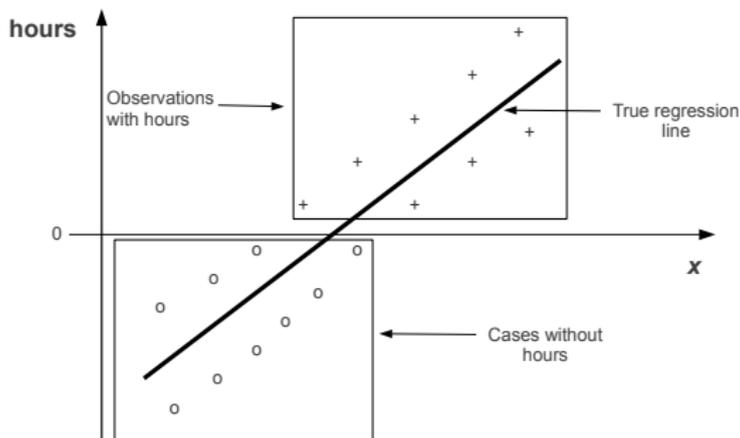
- Personales: renta no salarial y renta del marido, número de hijos, capital humano,...
- Condiciones económicas: salarios de mercado, tasa de paro,...
- Estrictamente hablando, para calcular la oferta laboral necesitamos información sobre los salarios ofrecidos a los trabajadores. Esto genera al menos dos problemas:
  - No tenemos información sobre los salarios de las mujeres que deciden no trabajar.
  - Los salarios ofrecidos a cada trabajador probablemente dependen de características del trabajador no observadas por el economista que afectan a la oferta: El salario y la oferta laboral se determinan simultáneamente para cada trabajador.

## Datos observables

- el econometra observa si la mujer casada participa en el mercado laboral o no
- si la mujer casada participa, entonces el econometra observa las horas que trabaja
- si la mujer casada no participa, el econometra no observa el número óptimo de horas que la mujer casada elegiría (en realidad, este número sería negativo)

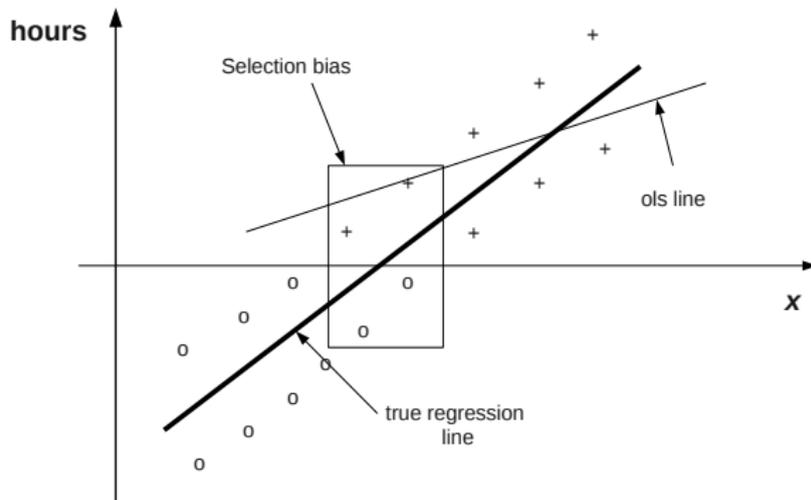
# Usando solo las mujeres casadas que trabajan

¿Podemos estimar  $\beta$  con MCO usando solo los datos de las mujeres casadas que eligen trabajar?



# Sesgo de selección

La muestra MCO no es iid: solo observamos  $(h_i, x_i)$  si  $h_i > 0$



## Estimación ML (1/2)

Si estimamos por máxima verosimilitud, usamos toda la muestra: tanto las mujeres que eligen participar (con información sobre las horas que trabajan) como las mujeres que no trabajan

Densidad de una mujer que trabaja  $h_i > 0$  horas

$$\begin{aligned}f(h_i | x_i) &= f(\beta_0 x_i + \varepsilon_i | x_i) \\ &= \left(\frac{1}{\sigma_0}\right) \phi\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_0}\right)\end{aligned}$$

Probabilidad de que una mujer no trabaja ( $h_i = 0$ )

$$\begin{aligned}\Pr(h_i = 0 | x_i) &= \Pr(\beta_0 x_i + \varepsilon_i \leq 0 | x_i) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{\beta_0 x_i}{\sigma_0}\right)\end{aligned}$$

## Estimación ML (2/2)

- Escribiendo ambos casos simultáneamente:

$$f(h_i | x_i) = \left[ \left( \frac{1}{\sigma_0} \right) \phi \left( \frac{h_i - \beta_0 x_i}{\sigma_0} \right) \right]^{1(h_i > 0)} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\beta_0 x_i}{\sigma_0} \right) \right]^{1(h_i = 0)}$$

La log-verosimilitud para la observación  $i$

$$l_i(\beta, \sigma) = 1(h_i > 0) \log \left( \left( \frac{1}{\sigma} \right) \phi \left( \frac{h_i - \beta x_i}{\sigma} \right) \right) \\ + 1(h_i = 0) \log \left( 1 - \Phi \left( \frac{\beta x_i}{\sigma} \right) \right)$$

# Resumen

- El modelo Tobit es como una mezcla del modelo de regresión y el modelo Probit
  - es parcialmente Probit porque la decisión de participación es binaria
  - es parcialmente un modelo de regresión lineal porque entre los que trabajan, las horas trabajadas son variables continuas
- Estimar el modelo por MCO solo con las mujeres que trabajan dará normalmente estimaciones inconsistentes por el sesgo de selección
- El modelo Tobit puede ser estimado consistentemente mediante ML