

**1. Monopolista multi-productor**

Las empresas que fabrican motores para aviones tienen costes de producción con learning-by-doing. Vamos a considerar el siguiente problema. Suponga que hay una única empresa produciendo motores y que la empresa está eligiendo su nivel de producción para  $t = 1$  y  $t = 2$ . Suponga que el tipo de interés es igual a 0 y las funciones de costes son iguales a  $C_1(q_1) = \frac{1}{2}q_1$  y  $C_2(q_2, q_1) = \frac{1}{2}q_2q_1$ . La función de demanda es  $D(p_1) = 1 - p_1$  y  $D_2(p_2) = 1 - p_2$ .

- (a) Identifique si la función de costes tiene learning-by-doing.

Con learning-by-doing, los costes en  $t = 2$  deberían disminuir a medida que  $q_1$  aumenta. Es decir,  $\frac{\partial C_2}{\partial q_1} < 0$ . Dado que  $\frac{\partial C_2}{\partial q_1} < 0 = \frac{1}{2}q_2$ , esta función de costes no tiene learning-by-doing.

- (b) Escriba el problema de la empresa que determina  $q_1$  y  $q_2$ .

$$\max_{q_1, q_2} (1 - q_1)q_1 + (1 - q_2)q_2 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_2q_1.$$

- (c) Calcule las cantidades óptimas.

Elección de 2 cantidades  $\Rightarrow$  2 condiciones de primer orden:

$$q_1 : \quad 1 - 2q_1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}q_2 = 0,$$

y

$$q_2 : \quad 1 - 2q_2 - \frac{1}{2}q_1 = 0.$$

Resolviendo ambas ecuaciones:

$$q_1^* = \frac{2}{15}, \quad q_2^* = \frac{7}{15}.$$

- (d) Calcule los precios y beneficios.

$$p_1 = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}, \quad \text{y} \quad p_2 = \frac{8}{15}.$$

Los beneficios de la empresa son:

$$\pi = \frac{13}{15} \frac{2}{15} + \frac{8}{15} \frac{7}{15} - \frac{1}{2} \frac{2}{15} - \frac{1}{2} \frac{7}{15} \frac{2}{15}.$$

- (e) Suponga que la función de costes para  $t = 2$  es  $C_2(q_2) = \frac{1}{2}q_2$ . Responda a todos los apartados anteriores y compare sus respuestas.

Sin “learning-by-doing”, las condiciones de primer orden son:

$$q_1 : \quad 1 - 2q_1 - \frac{1}{2} = 0$$

y

$$q_2 : \quad 1 - 2q_2 - \frac{1}{2} = 0.$$

Si resolvemos por  $q_1$  y  $q_2$  respectivamente, encontramos que:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{1}{4}.$$

A su vez, podemos calcular el precio:

$$p_1^* = p_2^* = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

¿Cómo cambia el precio en  $t = 1$ ? Calculamos la diferencia en precios:

$$\frac{3}{4} - \frac{13}{15} = \frac{45 - 52}{15} < 0.$$

La diferencia es negativa: el precio con learning-by-doing es superior (la empresa quiere vender menos en  $t = 1$ ).

(f) ¿Corresponde este problema a un caso de learning-by-doing? Comente.

La respuesta es no. Con learning-by-doing, la empresa quiere vender más en  $t = 1$  (bajar su precio) para bajar sus costes en  $t = 2$  y poder aumentar sus beneficios. En este ejemplo, la empresa quiere lo contrario. ¿Pq? La función de costes en  $t = 2$  es  $C_2(q_2, q_1) = \frac{1}{2}q_2q_1$ . Calculamos la derivada respecto a  $q_1$  y vemos que es positiva e igual a  $\frac{1}{2}q_2$ . Es decir, si aumenta  $q_1$ , aumentan los costes en  $t = 2$ . El efecto es el contrario: la empresa **no** quiere aprender pq le aumentará los costes en  $t = 2$ . La empresa subirá el precio en  $t = 1$ /bajará su producción para bajar sus costes en  $t = 2$  y aumentar sus beneficios.

## 2. Monopolista Multi-productor

Un monopolista (un chef) abre un restaurante. Sus ventas dependen de las ventas pasadas, dado que los consumidores hablan entre ellos y se informan de la existencia del producto. Suponga que  $t = 1, 2$  y el tipo de interés es 0. Las demandas son  $D_1(p_1) = 20 - 2p_1$  y  $D_2(p_2, p_1) = 20 - 2p_2 + D_1(p_1)$ . El coste marginal es 0 y el monopolista elige precios.

(a) Verifique el signo del efecto lealtad.

La demanda y los beneficios en  $t = 2$  dependen negativamente de  $p_1$ . Mayor  $p_1 \Rightarrow$  Menos ventas  $q_1 \Rightarrow$  Menos demanda en  $t = 2 \Rightarrow$  Menos beneficios.

(b) Calcule los precios óptimos. Calcule los beneficios.

El problema de la empresa es:

$$\max_{p_1, p_2} (20 - 2p_1)p_1 + (20 - 2p_2 + 20 - 2p_1)p_2.$$

$$p_1 = \frac{10}{3} \text{ y } p_2 = \frac{20}{3}. \quad \pi = (20 - 2 \cdot \frac{10}{3})\frac{10}{3} + (20 - 2 \cdot \frac{20}{3} + 10 - \frac{10}{3})\frac{20}{3} = \frac{1200}{9}.$$

- (c) Suponga que no hay efecto lealtad. Calcule los precios y compare la respuesta con las anteriores.

El problema de la empresa es:

$$\max_{p_1, p_2} (20 - 2p_1)p_1 + (20 - 2p_2)p_2.$$

$\pi = 2 \cdot (20 - 10) \cdot 5$ . Dado que  $\frac{10}{3} < 5$ , la empresa quiere bajar sus precios con lealtad para aumentar sus ventas en  $t = 2$ .