

## 4.5. Diferenciación Vertical

Matilde Machado



## 4.5. Diferenciación Vertical

El modelo de Hotelling (ciudad lineal) estudia casos de diferenciación horizontal ya que para precios iguales siempre hay consumidores que prefieren el bien A a B y otros que prefieren el B a A.

Vamos a modificar el modelo de Hotelling para incorporar diferencias de calidad entre los bienes (i.e. diferenciación vertical)

## 4.5. Diferenciación Vertical

Las empresas se colocan en un intervalo  $[0,1]$ .

Todos los consumidores van a preferir un bien más cercano a 1 (la mayor calidad está localizada en 1).

Los consumidores están uniformemente distribuidos al largo del intervalo  $[0,1]$ .

2 empresas A y B localizadas en  $a$  y  $b$  respectivamente. Sin pérdida de generalidad  $0 \leq a \leq b \leq 1$



## 4.5. Diferenciación Vertical

La utilidad del individuo  $x$  es:

$$U_x(i) = \begin{cases} ax - p_A & i = A \\ bx - p_B & i = B \end{cases}$$

Localización del  
individuo entre  
 $[0,1]$

Tienda

Juego en 2 etapas:

1ª etapa: Las empresas seleccionan su localización  $a$  y  $b$  es decir su nivel de calidad

2ª etapa: competencia en precios, las empresas eligen simultaneamente)

## 4.5. Diferenciación Vertical

Se resuelve hacia atrás.

2ª etapa: Supongamos que existe un consumidor que es indiferente entre A y B  $\hat{x}$  :

$$U_{\hat{x}}(A) = a\hat{x} - p_A = b\hat{x} - p_B = U_{\hat{x}}(B)$$

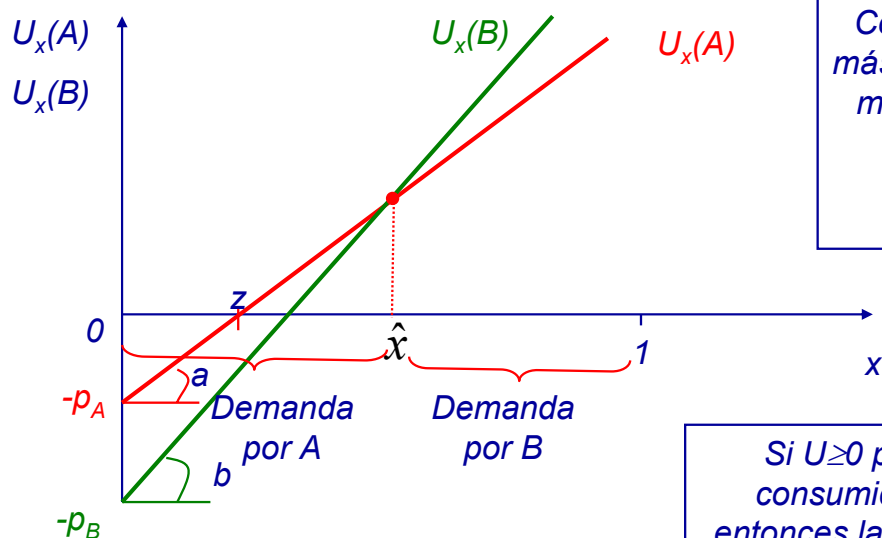
$$\Leftrightarrow \hat{x} = \frac{p_B - p_A}{b - a}$$

Los consumidores a la derecha de  $\hat{x}$  compran en B:

$$\begin{aligned} U_{\hat{x}+\varepsilon}(A) - U_{\hat{x}+\varepsilon}(B) &= a(\hat{x} + \varepsilon) - p_A - b(\hat{x} + \varepsilon) + p_B = \\ &= \underbrace{(a\hat{x} - p_A - b\hat{x} + p_B)}_{=0} + a\varepsilon - b\varepsilon = -(b - a)\varepsilon < 0 \end{aligned}$$

## 4.5. Diferenciación Vertical

Por tanto la demanda para A es  $\hat{x}$  y para B es  $1 - \hat{x}$



Como  $b > a$  ( $b$  más cerca de 1, más calidad)

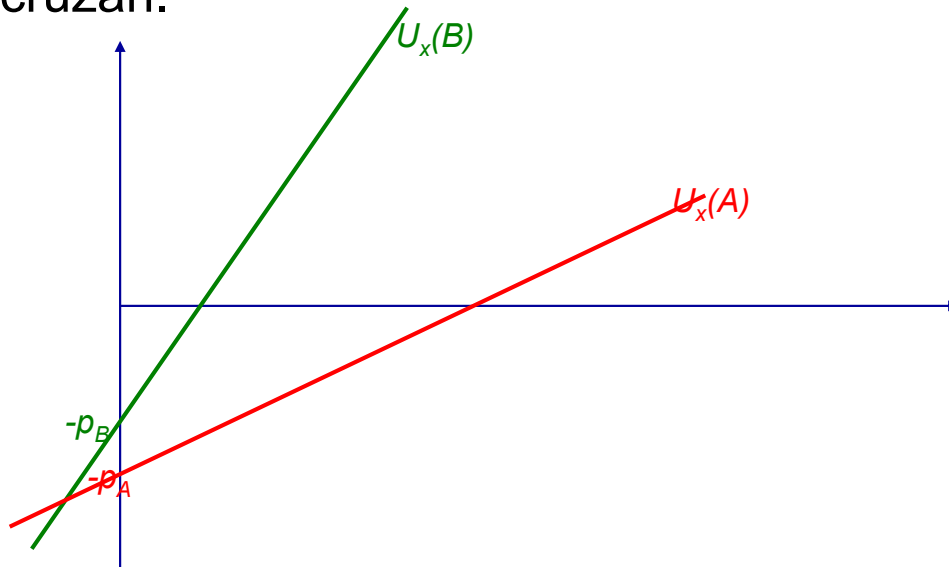
$$P_B > P_A$$

$$\partial U / \partial x > 0$$

Si  $U \geq 0$  para que el consumidor compre entonces la demanda por A es solamente  $[z, \hat{x}]$  es decir  $\hat{x} - z$ , donde  $z = p_A/a$

## 4.5. Diferenciación Vertical

Si  $p_A > p_B$  todos los consumidores van a comprar a B ya que más calidad y menos precio, las curvas no se cruzan.



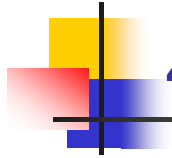
## 4.5. Diferenciación Vertical

Supongamos que  $c=0$ , el problema de la empresa A

$$\text{Max}_{p_A} \pi_A(a, b, p_A, p_B) = p_A \hat{x} = p_A \left( \frac{p_B - p_A}{b - a} \right)$$

$$\text{CPO: } \frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = 0 \Leftrightarrow \frac{p_B - p_A}{b - a} - \frac{1}{b - a} p_A = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{p_B}{b - a} - \frac{2}{b - a} p_A = 0 \Leftrightarrow p_A = \frac{p_B}{2} \text{ for } b \neq a$$



## 4.5. Diferenciación Vertical

El problema de la empresa B es:

$$\underset{p_B}{\text{Max}} \pi_B(a, b, p_A, p_B) = p_B(1 - \hat{x}) = p_B \left( 1 - \frac{p_B - p_A}{b - a} \right)$$

$$\text{CPO: } \frac{\partial \pi_B}{\partial p_B} = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{p_B - p_A}{b - a} - \frac{1}{b - a} p_B = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{2p_B}{b - a} + \frac{1}{b - a} p_A = 0 \Leftrightarrow \frac{2p_B}{b - a} = \frac{b - a + p_A}{b - a}$$

$$\Leftrightarrow p_B = \frac{b - a + p_A}{2} \text{ para } b \neq a$$



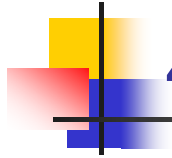
## 4.5. Diferenciación Vertical

El equilibrio es:

$$\begin{cases} p_A = \frac{p_B}{2} \\ p_B = \frac{b - a + p_A}{2} = \frac{b - a + \frac{p_B}{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} p_B = \frac{b - a}{2} \Leftrightarrow p_B = \frac{2(b - a)}{3} > 0 \text{ y } p_A = \frac{b - a}{3} > 0 = Cmg$$

*La empresa con más alta calidad cobra un precio superior pero ambas empresas colocan un precio por encima del coste marginal.*



## 4.5. Diferenciación Vertical

Las demandas de la segunda etapa son:

$$\begin{cases} D_A(a, b) = \hat{x} = \left( \frac{p_B(a, b) - p_A(a, b)}{b - a} \right) = \frac{1}{3} \\ D_B(a, b) = (1 - \hat{x}) = \left( 1 - \frac{p_B(a, b) - p_A(a, b)}{b - a} \right) = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$



## 4.5. Diferenciación Vertical

Los beneficios de equilibrio son:

$$\begin{cases} \pi_A(a, b) = p_A \hat{x} = \frac{b - a}{3} \left( \frac{p_B - p_A}{b - a} \right) = \frac{1}{3} (p_B - p_A) \\ \pi_B(a, b) = p_B (1 - \hat{x}) = \frac{2(b - a)}{3} \left( 1 - \frac{p_B - p_A}{b - a} \right) \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} \pi_A(a, b) = \frac{1}{3} \left( \frac{2(b - a)}{3} - \frac{b - a}{3} \right) = \frac{b - a}{9} \\ \pi_B(a, b) = \frac{2}{3} ((b - a) - p_B + p_A) = \frac{4(b - a)}{9} > \pi_A(a, b) \end{cases}$$

## 4.5. Diferenciación Vertical

1ª etapa:

$$\begin{cases} \text{Max}_a \pi_A(a, b) = \frac{b-a}{9} \\ \text{CPO: } \frac{\partial \pi_A}{\partial a} = -\frac{1}{9} < 0 \Rightarrow a^* = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \text{Max}_b \pi_B(a, b) = \frac{4(b-a)}{9} \\ \text{CPO: } \frac{\partial \pi_B}{\partial b} = \frac{4}{9} > 0 \Rightarrow b^* = 1 \end{cases}$$

*Principio de la diferenciación máxima.*

*Intuición: En una industria con diferenciación vertical, las empresas se especializan en la producción de calidad para un grupo en particular y por tanto aumenta el poder de mercado con respecto a ese grupo.*

## 4.5. Diferenciación Vertical

Como  $a^* = 0, b^* = 1$ ,

$$\pi_A^* = \frac{1}{9}, \pi_B^* = \frac{4}{9}$$

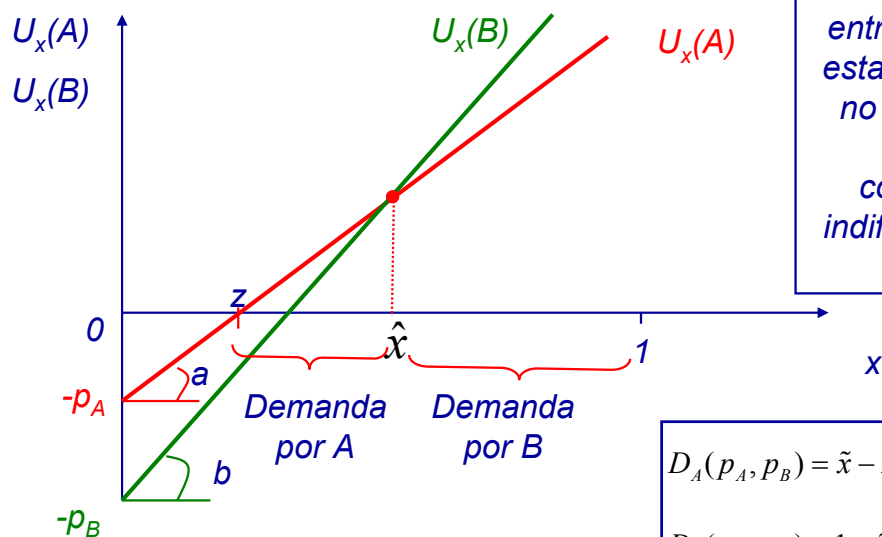
$$p_A^* = \frac{1}{3}, p_B^* = \frac{2}{3}$$

$$\hat{x}^* = \frac{1}{3}$$

*Conclusión: Las empresas buscan máxima diferenciación. A pesar de que producir un bien de más calidad no tiene coste. La empresa A prefiere producir un bien de calidad inferior y así diferenciarse del rival. Si las empresas eligiesen entrar secuencialmente, la primera se localizaría en 1 donde el beneficio es mayor.*

## 4.5. Diferenciación Vertical

Si los consumidores pudiesen elegir no comprar



Los consumidores entre 0 y  $z=p_A/a$  estarían mejor si no comprasen nada. El consumidor indiferente sigue siendo  $\hat{x}$

$$D_A(p_A, p_B) = \tilde{x} - z = \frac{p_B - p_A}{b - a} - \frac{p_A}{a}$$

$$D_B(p_A, p_B) = 1 - \tilde{x} = 1 - \frac{p_B - p_A}{b - a}$$