



3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Matilde Machado

1



3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Supuestos básicos del modelo de Cournot:

- El producto de las empresas es homogéneo
- El precio de mercado resulta de la oferta agregada de las empresas (precio unico)
- Las empresas determinan simultaneamente la cantidad ofertada
- La variable estratégica (“acción”) de las empresas es la cantidad
- El equilibrio es dado por la solución de Nash (Cournot-Nash)

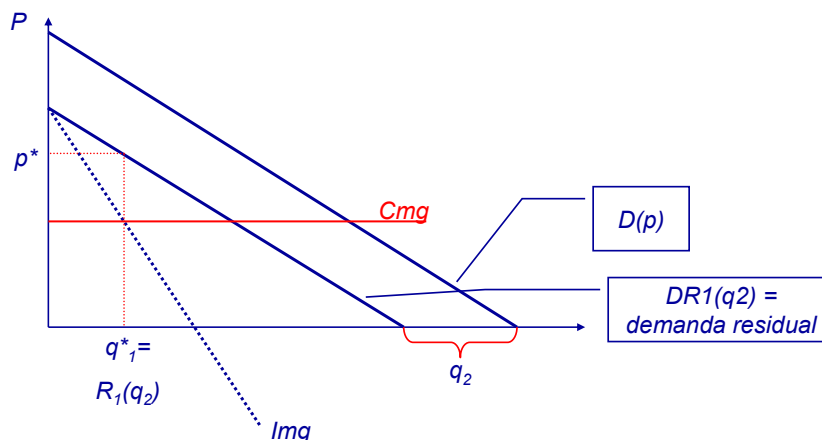
3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Derivación Geométrica:

- Supongamos el caso de duopolio ($n=2$)
- $Cmg=c$ constante
- Demanda residual de la empresa 1:
 $DR_1(p,q_2)=D(p)-q_2$. El problema se resuelva ahora como el problema del monopolista.

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Derivación Geométrica (cont.):



3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Derivación Geométrica (cont.):

$q_1^*(q_2)=R_1(q_2)$ es la cantidad óptima en función de q_2

Consideremos 2 casos extremos de q_2 :

Caso 1: $q_2=0 \Rightarrow DR_1(p,0)=D(p)$ es toda la demanda

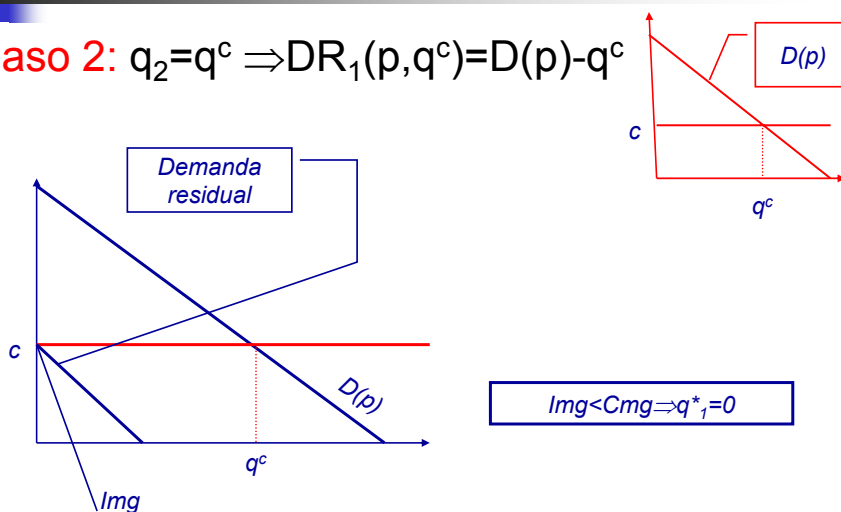


$$q_1^*(0)=q^M$$

La cantidad de monopolio

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

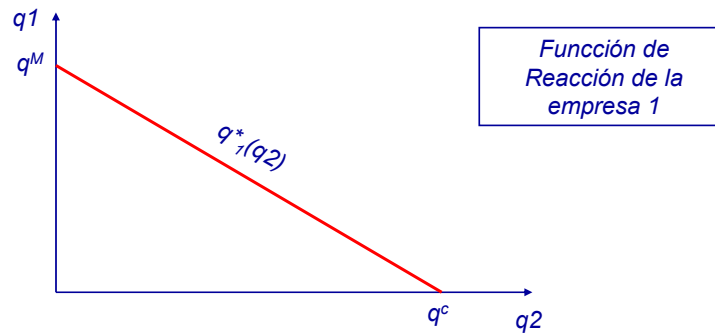
Caso 2: $q_2=q^c \Rightarrow DR_1(p,q^c)=D(p)-q^c$



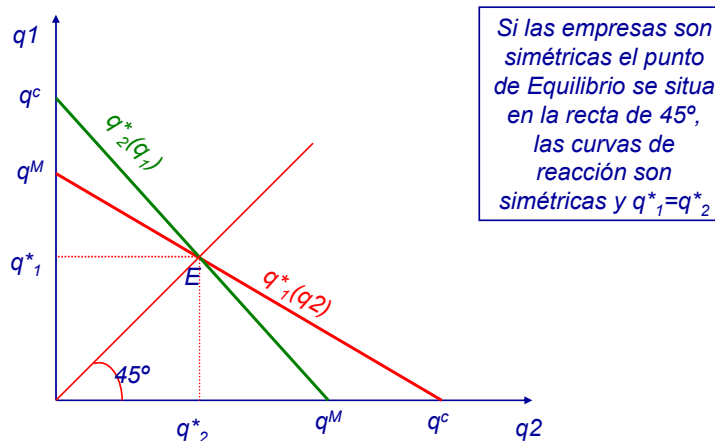
$$Img < Cmg \Rightarrow q_1^* = 0$$

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Nota: Si las curvas de demanda y costes son lineales entonces las curvas de reacción también lo son.

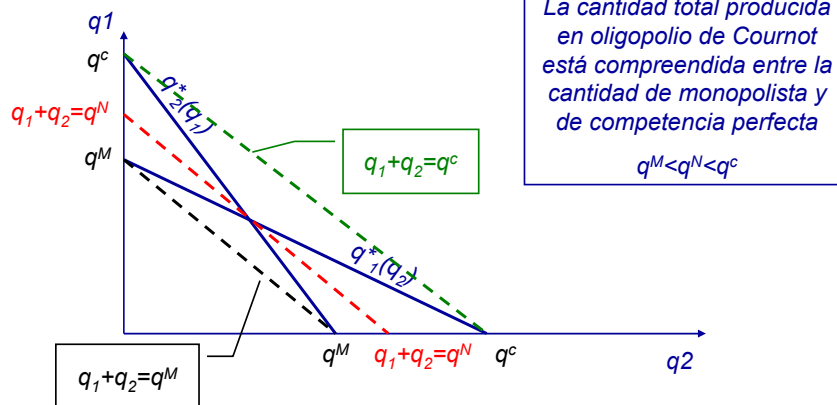


3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot



3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Comparación entre Cournot, Monopolio y
competencia perfecta



Economía Industrial - Matilde Machado

Modelo de Cournot

9

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Derivación del modelo de Cournot para $n=2$

$$P = a - bQ = a - b(q_1 + q_2)$$

$$Cm_{g1} = Cm_{g2} = c$$

Para la empresa 1:

$$\max_{q_1} \Pi^1(q_1, q_2) = (p - c)q_1 = (a - b(q_1 + q_2) - c)q_1$$

$$\text{CPO: } \frac{\partial \Pi^1}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow a - bq_1 - bq_2 - c - bq_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2bq_1 = a - bq_2 - c$$

$$\Leftrightarrow q_1 = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_2}{2}$$

Función de reacción de la empresa 1: cantidad óptima de la empresa 1 dada la cantidad empresa 2

Economía Industrial - Matilde Machado

Modelo de Cournot

10

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Resolvemos lo mismo para la empresa 2 y tenemos el sistema de ecuaciones a 2 variables.

$$\begin{cases} q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2}{2} \\ q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1}{2} \end{cases}$$

Si las empresas son simétricas tenemos que

$$q_1^* = q_2^* = q^*$$

$$\Rightarrow q^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{q^*}{2} \Leftrightarrow q^* = \frac{a-c}{3b} = q_1^N = q_2^N$$

*Solución del
equilibrio
simétrico*

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Solución de equilibrio simétrico:

$$q_1^* = q_2^* = q^*$$

$$\Rightarrow q^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{q^*}{2} \Leftrightarrow q^* = \frac{a-c}{3b} = q_1^N = q_2^N$$

La cantidad total y el precio de mercado son:

$$Q^N = q_1^N + q_2^N = \frac{2}{3} \left(\frac{a-c}{b} \right)$$

$$p^N = a - bQ^N = a - \frac{2}{3}(a-c) = \frac{a+2c}{3}$$

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Comparación con competencia perfecta y monopolio

$$\underbrace{p^c}_c < \underbrace{p^N}_{\frac{a+2c}{3}} < \underbrace{p^M}_{\frac{a+c}{2}}$$

De donde podemos obtener que

$$\underbrace{\frac{\partial p^c}{\partial c}}_{=1} > \underbrace{\frac{\partial p^N}{\partial c}}_{=\frac{2}{3}} < \underbrace{\frac{\partial p^M}{\partial c}}_{=\frac{1}{2}}$$

*En competencia perfecta
se pasa al consumidor todo
el incremento de costes*

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Caso de $n \geq 2$ empresas:

$$\text{Max}_{q_1} \Pi_1(q_1, \dots, q_N) = (a - b(q_1 + q_2 + \dots + q_N) - c)q_1$$

$$\text{CPO: } a - b(q_1 + q_2 + \dots + q_N) - c - bq_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow q_1 = \frac{a - b(q_2 + \dots + q_N) - c}{2b}$$

Si todas las empresas son iguales:

$$q_1 = q_2 = \dots = q_N = q$$

$$q = \frac{a - b(n-1)q - c}{2b} \Leftrightarrow \left[1 + \frac{1}{2}(n-1)\right]q = \frac{a-c}{2b} \Leftrightarrow q^N = \frac{a-c}{(n+1)b}$$

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

La cantidad total producida y el precio de equilibrio son:

$$Q^N = nq^N = \frac{n}{n+1} \frac{a-c}{b} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{a-c}{b} = q^c$$

$$p^N = a - bQ^N = a - b \frac{n}{n+1} \frac{a-c}{b} = \frac{a}{n+1} + \frac{n}{n+1} c \xrightarrow{n \rightarrow \infty} c$$

Si el número de empresas tende a ∞ el equilibrio de Nash-Cournot converge al de la competencia perfecta. Esto es una prueba de robustez del modelo ya que con $n \rightarrow \infty$ las condiciones del modelo son idénticas a las de competencia perfecta

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

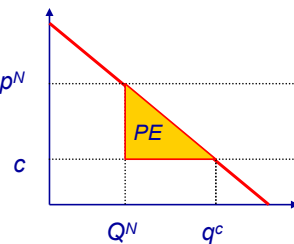
Pérdida de Eficiencia en el modelo de Cournot

= área donde la disponibilidad a pagar es mayor que el coste marginal p^N

$$PE = \frac{1}{2} (p^N - p^c) (Q^c - Q^N)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n+1} a + \frac{n}{n+1} c - c \right) \left(\frac{a-c}{b} - \frac{n}{n+1} \frac{a-c}{b} \right)$$

$$= \frac{1}{2b} \left(\frac{a-c}{n+1} \right)^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$



Cuando el número de empresas tende a infinito la PE tende a cero que es lo mismo que en competencia perfecta. La pérdida de Eficiencia baja más rápidamente (a la tasa n^2 que el precio)

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Hay una externalidad negativa entre empresas que no es internalizada en el equilibrio de Cournot. Al $\uparrow q_i$ la empresa hace bajar el precio de mercado para todas las unidades que vendía antes y también para las de las otras empresas. Desde el punto de vista de los productores (es decir de maximizar el beneficio total), hay demasiada producción ya que no se internaliza la externalidad negativa causada a las otras empresas.

$$\text{Max}_{q_i} \Pi^i(q_i, q_j) = q_i P(Q) - C_i(q_i)$$

$$\text{CPO: } \frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{q_i P'(Q)}_{\substack{\text{efecto sobre las unidades} \\ \text{inframarginales} \\ \text{(externalidad negativa)}}} + \underbrace{P(Q) - C'_i(q_i)}_{\substack{\text{rentabilidad de 1 unidad} \\ \text{adicional}}} = 0$$

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Podemos escribir la CPO como:

$$P(Q) - C'_i(q_i) = -q_i P'(Q) \Leftrightarrow \frac{P(Q) - C'_i(q_i)}{P(Q)} = -q_i \frac{P'(Q)}{P(Q)}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{P(Q) - C'_i(q_i)}{P(Q)}}_{\substack{\text{índice de Lerner}}} = - \frac{q_i}{\frac{\partial Q}{\partial P} \frac{P(Q)}{Q}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{L_i^N = \frac{s_i}{\varepsilon}} \text{ donde } s_i \text{ es la cuota de mercado} = \frac{q_i}{Q}$$

dado que $p^N > c$ y que $s_i < 1$:

$$0 = L_i^c < L_i^N < L_i^M$$

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Si definimos el índice de Lerner del mercado como:

$$L \equiv \sum_i s_i L_i \text{ tenemos que:}$$

$$\sum_i s_i L_i = \sum_i s_i \frac{s_i}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} \sum_i s_i^2 = \frac{H}{\varepsilon}$$

*Es el índice de
concentración
de Herfindahl*

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

El caso de duopolio asimétrico y costes marginales constantes.

la demanda lineal $P(q_1 + q_2) = a - b(q_1 + q_2)$

c_1 = coste marginal de la empresa 1

c_2 = coste marginal de la empresa 2

Las CPO (de donde se derivan las curvas de reacción) son:

$$\begin{cases} q_1 P'(q_1 + q_2) + P(q_1 + q_2) - c_1 = 0 \\ q_2 P'(q_1 + q_2) + P(q_1 + q_2) - c_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -bq_1 + a - b(q_1 + q_2) - c_1 = 0 \\ -bq_2 + a - b(q_1 + q_2) - c_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{a - bq_2 - c_1}{2b} \\ q_2 = \frac{a - bq_1 - c_2}{2b} \end{cases}$$

*Reemplazamos q_2 en la curva de
reacción de q_1 y resolvemos para
 q_1*

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

El caso de duopolio asimétrico y costes marginales constantes.

$$q_1 = \frac{a-c_1}{2b} - \frac{1}{2} \left(\frac{a-bq_1-c_2}{2b} \right) \Leftrightarrow \frac{3}{4}q_1 = \frac{a}{4b} + \frac{c_2}{4b} - \frac{c_1}{2b}$$

$$\Leftrightarrow q_1^* = \frac{a+c_2-2c_1}{3b}$$

Que reemplazamos en q_2 :

$$q_2^* = \frac{a-bq_1^*-c_2}{2b} = \frac{a}{2b} - \frac{1}{2} \left(\frac{a+c_2-2c_1}{3b} \right) - \frac{c_2}{2b} = \frac{a-2c_2+c_1}{3b}$$

$$Q^* = q_1^* + q_2^* = \frac{a+c_2-2c_1}{3b} + \frac{a-2c_2+c_1}{3b} = \frac{2a-c_2-c_1}{3b}$$

$$p^* = a - b(q_1^* + q_2^*) = a - \frac{2a-c_2-c_1}{3} = \frac{a+c_2+c_1}{3}$$

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

De las cantidades de equilibrio podemos concluir que

$$q_1^* = \frac{a+c_2-2c_1}{3b} \quad ; \quad q_2^* = \frac{a-2c_2+c_1}{3b}$$

Si $c_1 < c_2$ (la empresa 1 es + eficiente):

$$q_1^* - q_2^* = \frac{a}{3b} + \frac{c_2}{3b} - \frac{2c_1}{3b} - \frac{a}{3b} + \frac{2c_2}{3b} - \frac{c_1}{3b} = \frac{c_2 - c_1}{b} > 0$$

$$\Leftrightarrow q_1^* > q_2^*$$

En el modelo de Cournot la empresa con cuota de mercado más grande es también la más eficiente

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Del resultado anterior se deriva que la empresa + eficiente es la que tiene una mayor margen:

$$L_1 = \underbrace{\frac{p - c_1}{p}}_{\substack{s_1 \\ \varepsilon}} > \underbrace{\frac{p - c_2}{p}}_{\substack{s_2 \\ \varepsilon}} = L_2$$

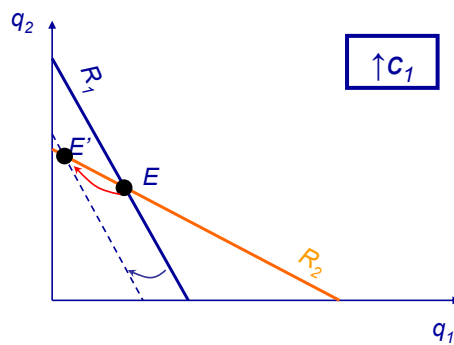
3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Estática comparada:

El output de una empresa ↓ cuando:

$$q_i^* = \frac{a + c_j - 2c_i}{3b}$$

↑ sus costes
↓ costes de su rival



↑ c_1

Desplaza la curva de
reacción de la empresa 1
hacia adentro

↑ q_2^* y ↓ q_1^*

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Los beneficios son:

$$\begin{aligned}\Pi^1 &= (p^* - c_1)q_1^* = (a - b(q_1^* + q_2^*) - c_1)q_1^* = \\ &= \left(a - b \left[\frac{2a - c_2 - c_1}{3b} \right] - c_1 \right) \times \left(\frac{a + c_2 - 2c_1}{3b} \right) = \frac{(a + c_2 - 2c_1)^2}{9b}\end{aligned}$$

Aumentan con los costes del rival $\frac{\partial \Pi^1}{\partial c_2} > 0$

Disminuyen con los costes propios $\frac{\partial \Pi^1}{\partial c_1} < 0$

Simétrico para la empresa 2.

3.2. Competencia en cantidades modelo de Cournot

Nota: El modelo de Cournot es muchas veces criticado con el argumento de que las empresas de hecho eligen precios y no cantidades. La respuesta a esta crítica suele estar en la división del modelo de Cournot en 2 periodos. En el primer periodo las empresas eligen capacidades y en el segundo periodo compiten en precios.