# Tema 7
# Riesgo Moral

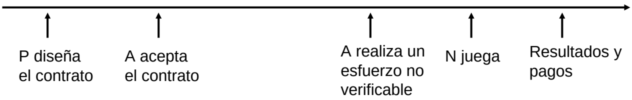
May 8, 2009

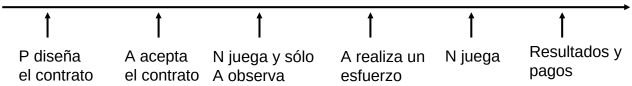
- El problema de riesgo moral aparece cuando el comportamiento del agente no es verificable ó cuando el agente recibe información privada, una vez iniciado el contrato.
- Generalmente, el esfuerzo del agente se realiza después de firmar el contrato y no es verificable.

- El problema de riesgo moral aparece cuando el comportamiento del agente no es verificable ó cuando el agente recibe información privada, una vez iniciado el contrato.
- Generalmente, el esfuerzo del agente se realiza después de firmar el contrato y no es verificable. Por lo tanto, el esfuerzo del agente no se puede incluir en el contrato.

- El problema de riesgo moral aparece cuando el comportamiento del agente no es verificable ó cuando el agente recibe información privada, una vez iniciado el contrato.
- Generalmente, el esfuerzo del agente se realiza después de firmar el contrato y no es verificable. Por lo tanto, el esfuerzo del agente no se puede incluir en el contrato.
- Otros tipo de problemas de riesgo moral ocurren cuando
  - Antes de firmar el contrato la incertidumbre es la misma para los dos agentes.

- El problema de riesgo moral aparece cuando el comportamiento del agente no es verificable ó cuando el agente recibe información privada, una vez iniciado el contrato.
- Generalmente, el esfuerzo del agente se realiza después de firmar el contrato y no es verificable. Por lo tanto, el esfuerzo del agente no se puede incluir en el contrato.
- Otros tipo de problemas de riesgo moral ocurren cuando
  - Antes de firmar el contrato la incertidumbre es la misma para los dos agentes.
  - Después de firmar el contrato y antes de realizar su esfuerzo, el agente obtiene una ventaja informativa sobre una variable que es importante para el resultado final.


P diseña
el contrato
A acepta
el contrato
A realiza un
esfuerzo no
verificable
N juega
Resultados y
pagos


P diseña
el contrato
A acepta
el contrato
N juega y sólo
A observa
A realiza un
esfuerzo
N juega
Resultados y
pagos

1. Una editorial contrata a un vendedor de enciclopedias a domicilio.

1. Una editorial contrata a un vendedor de enciclopedias a domicilio.
2. Prestadores de servicios: mecánicos, médicos, vendedores de casas.

1. Una editorial contrata a un vendedor de enciclopedias a domicilio.
2. Prestadores de servicios: mecánicos, médicos, vendedores de casas.
3. Centro de investigación que contrata a un investigador.

1. Una editorial contrata a un vendedor de enciclopedias a domicilio.
2. Prestadores de servicios: mecánicos, médicos, vendedores de casas.
3. Centro de investigación que contrata a un investigador.
4. Profesores de universidad.

1. Una editorial contrata a un vendedor de enciclopedias a domicilio.
2. Prestadores de servicios: mecánicos, médicos, vendedores de casas.
3. Centro de investigación que contrata a un investigador.
4. Profesores de universidad.
5. Seguro de saludo o seguro de coche a todo riesgo.

- En todos los casos,

- En todos los casos,
  1. El esfuerzo del agente no puede ser incluido en los términos del contrato.

- En todos los casos,
  1. El esfuerzo del agente no puede ser incluido en los términos del contrato.
  2. El resultado del esfuerzo si es verificable y puede ser utilizado en el contrato entre el principal y el agente.

- En todos los casos,
  1. El esfuerzo del agente no puede ser incluido en los términos del contrato.
  2. El resultado del esfuerzo si es verificable y puede ser utilizado en el contrato entre el principal y el agente.
  3. El principal tiene que dar incentivos al agente para elegir el esfuerzo que más conviene al principal.

- En todos los casos,
  1. El esfuerzo del agente no puede ser incluido en los términos del contrato.
  2. El resultado del esfuerzo si es verificable y puede ser utilizado en el contrato entre el principal y el agente.
  3. El principal tiene que dar incentivos al agente para elegir el esfuerzo que más conviene al principal.
  4. Las restricciones del principal son,

- En todos los casos,
  1. El esfuerzo del agente no puede ser incluido en los términos del contrato.
  2. El resultado del esfuerzo si es verificable y puede ser utilizado en el contrato entre el principal y el agente.
  3. El principal tiene que dar incentivos al agente para elegir el esfuerzo que más conviene al principal.
  4. Las restricciones del principal son,
     1. La condición de participación.
     2. La restricción de incentivos.

- En todos los casos,
  1. El esfuerzo del agente no puede ser incluido en los términos del contrato.
  2. El resultado del esfuerzo si es verificable y puede ser utilizado en el contrato entre el principal y el agente.
  3. El principal tiene que dar incentivos al agente para elegir el esfuerzo que más conviene al principal.
  4. Las restricciones del principal son,
     1. La condición de participación.
     2. La restricción de incentivos.
  5. El concepto de solución: Equilibrio bayesiano perfecto en subjuegos.

# El agente elige entre dos esfuerzos

- El principal contrata a un agente para realizar un esfuerzo.

# El agente elige entre dos esfuerzos

- El principal contrata a un agente para realizar un esfuerzo.
- El agente puede elegir entre dos esfuerzos $e \in \{e^h, e^l\}$ (alto y bajo). Si el agente recibe el salario $w$ y realiza el esfuerzo $e$ su utilidad es

$$u(w) - v(e)$$

con $u' > 0$, $u'' < 0$.

# El agente elige entre dos esfuerzos

- El principal contrata a un agente para realizar un esfuerzo.
- El agente puede elegir entre dos esfuerzos $e \in \{e^h, e^l\}$ (alto y bajo). Si el agente recibe el salario $w$ y realiza el esfuerzo $e$ su utilidad es

$$u(w) - v(e)$$

  con $u' > 0$, $u'' < 0$.
- Suponemos que $v(e^h) > v(e^l)$. La utilidad de reserva del agente es $\bar{u}$

# El agente elige entre dos esfuerzos

- El principal contrata a un agente para realizar un esfuerzo.
- El agente puede elegir entre dos esfuerzos $e \in \{e^h, e^l\}$ (alto y bajo). Si el agente recibe el salario $w$ y realiza el esfuerzo $e$ su utilidad es

$$u(w) - v(e)$$

  con $u' > 0$, $u'' < 0$.
- Suponemos que $v(e^h) > v(e^l)$. La utilidad de reserva del agente es $\bar{u}$
- Hay $n$ resultados posibles $\{x_1, \ldots, x_n\}$, ordenados de peor a mejor

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n$$

# El agente elige entre dos esfuerzos

- El principal contrata a un agente para realizar un esfuerzo.
- El agente puede elegir entre dos esfuerzos $e \in \{e^h, e^l\}$ (alto y bajo). Si el agente recibe el salario $w$ y realiza el esfuerzo $e$ su utilidad es

$$u(w) - v(e)$$

con $u' > 0$, $u'' < 0$.
- Suponemos que $v(e^h) > v(e^l)$. La utilidad de reserva del agente es $\bar{u}$
- Hay $n$ resultados posibles $\{x_1, \ldots, x_n\}$, ordenados de peor a mejor

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n$$

- El esfuerzo del agente no determina directamente el resultado. El esfuerzo del agente determina la probabilidad de que ocurra cada resultado.

- Llamamos

- Llamamos
  1. $p_i^l = p_i(e^l)$ a la probabilidad de que el resultado sea $x_i$, cuando el esfuerzo del agente es $e^l$

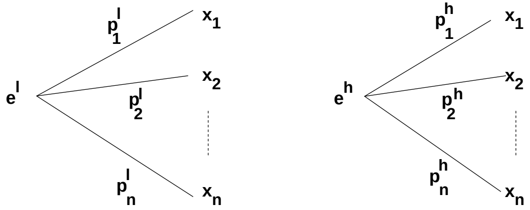
- Llamamos
  1. $p_i^l = p_i(e^l)$ a la probabilidad de que el resultado sea $x_i$, cuando el esfuerzo del agente es $e^l$
  2. $p_i^h = p_i(e^h)$ a la probabilidad de que el resultado sea $x_i$, cuando el esfuerzo del agente es $e^h$

- Llamamos
  1. $p_i^l = p_i(e^l)$ a la probabilidad de que el resultado sea $x_i$, cuando el esfuerzo del agente es $e^l$
  2. $p_i^h = p_i(e^h)$ a la probabilidad de que el resultado sea $x_i$, cuando el esfuerzo del agente es $e^h$
- La función de utilidad del principal depende del resultado $x$ del esfuerzo que realice el agente y del salario $w$ pagado a éste.

$$B(x, w) = x - w$$

- Llamamos
  1. $p_i^l = p_i(e^l)$ a la probabilidad de que el resultado sea $x_i$, cuando el esfuerzo del agente es $e^l$
  2. $p_i^h = p_i(e^h)$ a la probabilidad de que el resultado sea $x_i$, cuando el esfuerzo del agente es $e^h$
- La función de utilidad del principal depende del resultado $x$ del esfuerzo que realice el agente y del salario $w$ pagado a éste.

$$B(x, w) = x - w$$



- Suponemos cuanto mayor sea el esfuerzo del agente mejor será el resultado para el principal

- Suponemos cuanto mayor sea el esfuerzo del agente mejor será el resultado para el principal

$$
\begin{aligned}
p_1^h &< p_1^l \\
p_1^h + p_2^h &< p_1^l + p_2^l \\
&\vdots \\
\sum_{i=1}^{n-1} p_i^h &< \sum_{i=1}^{n-1} p_i^l \\
\sum_{i=1}^{n} p_i^h &= \sum_{i=1}^{n} p_i^l = 1
\end{aligned}
$$

- Suponemos cuanto mayor sea el esfuerzo del agente mejor será el resultado para el principal

$$
\begin{aligned}
p_1^h &< p_1^l \\
p_1^h + p_2^h &< p_1^l + p_2^l \\
&\vdots \\
\sum_{i=1}^{n-1} p_i^h &< \sum_{i=1}^{n-1} p_i^l \\
\sum_{i=1}^{n} p_i^h &= \sum_{i=1}^{n} p_i^l = 1
\end{aligned}
$$

- Es decir, la probabilidad de obtener un resultado malo, inferior o igual a $x_i$, es mayor con el esfuerzo bajo $e^l$ que con el esfuerzo alto $e^h$.

## Ejemplo

| | $e^l$ | $e^h$ |
|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $2/3$ | $1/3$ |
| $p_2(e)$ | $1/6$ | $1/6$ |
| $p_2(e)$ | $1/6$ | $1/2$ |

$$\begin{aligned} p_1^h &= 1/3 < p_1^l = 2/3 \\ p_1^h + p_2^h &= 1/2 < p_2^l + p_2^l = 5/6 \\ p_1^h + p_2^h + p_3^h &= 1 = p_1^h + p_2^h + p_3^h \end{aligned}$$

- El principal puede ofrecer un salario $w(x_i)$ que depende del resultado obtenido

- El principal puede ofrecer un salario $w(x_i)$ que depende del resultado obtenido
$$w : \{x_1, \ldots, x_n\} \rightarrow \mathbb{R}$$

- El principal puede ofrecer un salario $w(x_i)$ que depende del resultado obtenido

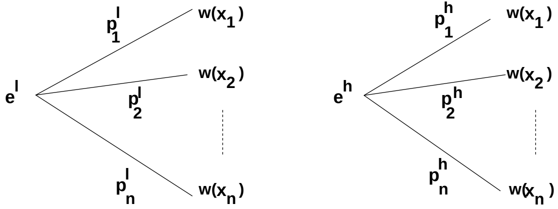
$$w : \{x_1, \ldots, x_n\} \rightarrow \mathbb{R}$$

- Es decir, el principal ofrece los salarios $\{w(x_1), w(x_2), \ldots, w(x_n)\}$, donde $w(x_i)$ es el salario para el agente si el resultado es $x_i$.

- El principal puede ofrecer un salario $w(x_i)$ que depende del resultado obtenido

$$w : \{x_1, \ldots, x_n\} \rightarrow \mathbb{R}$$

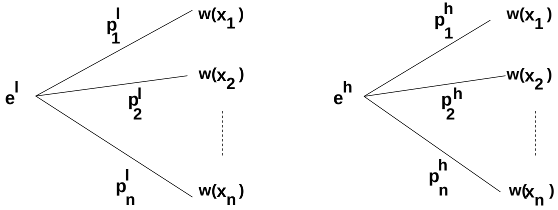
- Es decir, el principal ofrece los salarios $\{w(x_1), w(x_2), \ldots, w(x_n)\}$, donde $w(x_i)$ es el salario para el agente si el resultado es $x_i$.



- El principal puede ofrecer un salario $w(x_i)$ que depende del resultado obtenido

$$w : \{x_1, \ldots, x_n\} \to \mathbb{R}$$

- Es decir, el principal ofrece los salarios $\{w(x_1), w(x_2), \ldots, w(x_n)\}$, donde $w(x_i)$ es el salario para el agente si el resultado es $x_i$.




- Llamamos $w_i = w(x_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

- Como el resultado es aleatorio, el principal y el agente utilizan utilidad esperada para evaluar los contratos.

- Como el resultado es aleatorio, el principal y el agente utilizan utilidad esperada para evaluar los contratos. Si el agente realiza el esfuerzo $e$ y recibe los pagos $w = (w_1, \ldots, w_n)$, la función de utilidad del principal es

$$\Pi(w, e) = \sum_{i=1}^{n} p_i(e) B(x_i, w_i)$$

- Como el resultado es aleatorio, el principal y el agente utilizan utilidad esperada para evaluar los contratos. Si el agente realiza el esfuerzo $e$ y recibe los pagos $w = (w_1, \ldots, w_n)$, la función de utilidad del principal es

$$\Pi(w, e) = \sum_{i=1}^{n} p_i(e) B(x_i, w_i)$$

y la función de utilidad del agente es

$$U(w, e) = \sum_{i=1}^{n} p_i(e) \big( u(w_i) - v(e) \big) = \sum_{i=1}^{n} p_i(e) u(w_i) - v(e)$$

- Observamos que si el principal ofrece un salario

$$w = w_1 = \cdots = w_n$$

que no depende del esfuerzo, entonces el agente elige $e = e^l$ ya que

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n} p_i(e^l)u(w) - v(e^l) &= u(w)\sum_{i=1}^{n} p_i(e) - v(e^l) \\
&= u(w) - v(e^l) \\
&> u(w) - v(e^h) \\
&= u(w)\sum_{i=1}^{n} p_i(e) - v(e^h) \\
&= \sum_{i=1}^{n} p_i(e^l)u(w) - v(e^l)
\end{aligned}$$

Para resolver el problema:

Para resolver el problema:

- Calculamos el contrato más favorable para el principal entre aquellos que incentivan un esfuerzo alto $e^h$ por parte del agente.

Para resolver el problema:

- Calculamos el contrato más favorable para el principal entre aquellos que incentivan un esfuerzo alto $e^h$ por parte del agente.
- Calculamos el contrato más favorable para el principal entre aquellos que incentivan un esfuerzo bajo $e^l$ por parte del agente.

Para resolver el problema:

- Calculamos el contrato más favorable para el principal entre aquellos que incentivan un esfuerzo alto $e^h$ por parte del agente.
- Calculamos el contrato más favorable para el principal entre aquellos que incentivan un esfuerzo bajo $e^l$ por parte del agente.
- El principal elige aquel contrato que le proporciona un beneficio mayor.

# El principal incentiva un esfuerzo bajo

- El principal busca el contrato que resuelve el siguiente problema

$$
\begin{aligned}
\max_{w_1,\ldots,w_n} \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i^l (x_i - w_i) \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) \geq \bar{u} \\
& \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - v(e^h)
\end{aligned}
$$

- La restricción que se satura es la de participación, ya que

- La restricción que se satura es la de participación, ya que
  1. El agente es averso al riesgo y prefiere el salario esperado seguro

$$\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i, \ldots, \sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i\right)$$

- La restricción que se satura es la de participación, ya que
  1. El agente es averso al riesgo y prefiere el salario esperado seguro

$$\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i, \ldots, \sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i\right)$$

a que el salario dependa del resultado

$$(w_1 \ldots, w_n)$$

- La restricción que se satura es la de participación, ya que
  1. El agente es averso al riesgo y prefiere el salario esperado seguro
  $$\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i, \ldots, \sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i\right)$$
  a que el salario dependa del resultado
  $$(w_1 \ldots, w_n)$$
  2. Si el salario no depende del esfuerzo,

- La restricción que se satura es la de participación, ya que
  1. El agente es averso al riesgo y prefiere el salario esperado seguro

$$\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i, \ldots, \sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i\right)$$

  a que el salario dependa del resultado

$$(w_1 \ldots, w_n)$$

  2. Si el salario no depende del esfuerzo, el agente prefiere realizar el esfuerzo bajo $e^l$ al esfuerzo alto $e^h$. Es decir, la restricción de incentivos no se satura.

- La restricción que se satura es la de participación, ya que
  1. El agente es averso al riesgo y prefiere el salario esperado seguro

     $$\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i, \ldots, \sum_{i=1}^{n} p_i^l w_i\right)$$

     a que el salario dependa del resultado

     $$(w_1 \ldots, w_n)$$

  2. Si el salario no depende del esfuerzo, el agente prefiere realizar el esfuerzo bajo $e^l$ al esfuerzo alto $e^h$. Es decir, la restricción de incentivos no se satura.

- Por tanto, vamos a suponer que el problema es

$$\begin{aligned} \max_{w_1,\ldots,w_n} \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i^l (x_i - w_i) \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) = \bar{u} \end{aligned}$$

- El Lagrangiano es

$$L = \sum_{i=1}^{n} p_i^l (x_i - w_i) + \lambda \left( \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) - \bar{u} \right)$$

- El Lagrangiano es

$$L = \sum_{i=1}^{n} p_i^l (x_i - w_i) + \lambda \left( \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) - \bar{u} \right)$$

- y las condiciones de primer orden son

$$-p_i^l + \lambda p_i^l u'(w_i) = 0 \quad i = 1, \ldots, n$$

- El Lagrangiano es

$$L = \sum_{i=1}^{n} p_i^l (x_i - w_i) + \lambda \left( \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) - \bar{u} \right)$$

- y las condiciones de primer orden son

$$-p_i^l + \lambda p_i^l u'(w_i) = 0 \quad i = 1, \ldots, n$$

- Obtenemos que $u'(w_i) = u'(w_j)$ para todo $i, j = 1, \ldots, n$, por lo que

$$w_i = w_j = w \quad \text{para todo } i, j = 1, \ldots, n$$

- El Lagrangiano es

$$L = \sum_{i=1}^{n} p_i^l (x_i - w_i) + \lambda \left( \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) - \bar{u} \right)$$

- y las condiciones de primer orden son

$$-p_i^l + \lambda p_i^l u'(w_i) = 0 \quad i = 1, \ldots, n$$

- Obtenemos que $u'(w_i) = u'(w_j)$ para todo $i, j = 1, \ldots, n$, por lo que

$$w_i = w_j = w \quad \text{para todo } i, j = 1, \ldots, n$$

- La ecuación de participación $u(w) - v(e^l) = \bar{u}$ determina el salario, $w$.

# El principal incentiva un esfuerzo alto

- El principal busca el contrato que resuelve el siguiente problema

# El principal incentiva un esfuerzo alto

- El principal busca el contrato que resuelve el siguiente problema

$$
\begin{aligned}
\max_{w_1,\dots,w_n} \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i^h (x_i - w_i) \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - v(e^h) \geq \bar{u} && (2.1) \\
& \sum_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - v(e^h) \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) && (2.2)
\end{aligned}
$$

- La ecuación 2.1 es la condición de participación y la ecuación 2.2 es la condición de incentivos.

- El Lagrangiano es

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^{n} p_i^h (x_i - w_i) + \\ &+ \lambda \left( \sum_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - v(e^h) - \bar{u} \right) + \\ &+ \mu \left( \sum_{i=1}^{n} (p_i^h - p_i^l) u(w_i) - v(e^h) + v(e^l) \right) \end{aligned}$$

- Las ecuaciones de Kuhn-Tucker son

$$-p_i^h + \lambda p_i^h u'(w_i) + \mu(p_i^h - p_i^l)u'(w_i) = 0 \quad i = 1, \ldots, n$$

- Las ecuaciones de Kuhn-Tucker son

$$-p_i^h + \lambda p_i^h u'(w_i) + \mu(p_i^h - p_i^l)u'(w_i) = 0 \quad i = 1, \ldots, n$$

- Obtenemos que

$$\frac{p_i^h}{u'(w_i)} = \lambda p_i^h + \mu(p_i^h - p_i^l) \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.3}$$

- Las ecuaciones de Kuhn-Tucker son

$$-p_i^h + \lambda p_i^h u'(w_i) + \mu(p_i^h - p_i^l)u'(w_i) = 0 \quad i = 1, \ldots, n$$

- Obtenemos que

$$\frac{p_i^h}{u'(w_i)} = \lambda p_i^h + \mu(p_i^h - p_i^l) \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.3}$$

- Dividiendo por $p_i^h$ obtenemos que

$$\frac{1}{u'(w_i)} = \lambda + \mu\left(1 - \frac{p_i^l}{p_i^h}\right) \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.4}$$

- Las ecuaciones de Kuhn-Tucker son

$$-p_i^h + \lambda p_i^h u'(w_i) + \mu(p_i^h - p_i^l)u'(w_i) = 0 \quad i = 1, \ldots, n$$

- Obtenemos que

$$\frac{p_i^h}{u'(w_i)} = \lambda p_i^h + \mu(p_i^h - p_i^l) \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.3}$$

- Dividiendo por $p_i^h$ obtenemos que

$$\frac{1}{u'(w_i)} = \lambda + \mu\left(1 - \frac{p_i^l}{p_i^h}\right) \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.4}$$

- por lo que si $\mu = 0$ tendríamos que $w_i = w_j$ para todo $i, j = 1, \ldots, n$ y la restricción de incentivos no se satisface. Por tanto $\mu \neq 0$.

- Sumando las ecuaciones 2.3 y teniendo en cuenta que

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^h = \sum_{i=1}^{n} p_i^l = 1$$

obtenemos que

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i^h}{u'(w_i)} > 0$$

- Sumando las ecuaciones 2.3 y teniendo en cuenta que

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^h = \sum_{i=1}^{n} p_i^l = 1$$

obtenemos que

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i^h}{u'(w_i)} > 0$$

- Concluimos que $\lambda, \mu > 0$ por lo que que las dos restricciones 2.1 y 2.2 se satisfacen con igualdad.

$$\begin{aligned} \max_{w_1,\dots,w_n} \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i^h (x_i - w_i) \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - v(e^h) = \bar{u} \\ & \sum_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - v(e^h) = \sum_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i) - v(e^l) \end{aligned}$$

# Propiedades del contrato con esfuerzo alto

- La condición $\mu > 0$ significa que el un problema de riesgo moral tiene un coste estrictamente positivo para el principal:

# Propiedades del contrato con esfuerzo alto

- La condición $\mu > 0$ significa que el un problema de riesgo moral tiene un coste estrictamente positivo para el principal:Los beneficios del principal son estrictamente mayores cuando hay información simétrica que cuando la información es asimétrica.

# Propiedades del contrato con esfuerzo alto

- La condición $\mu > 0$ significa que el un problema de riesgo moral tiene un coste estrictamente positivo para el principal:Los beneficios del principal son estrictamente mayores cuando hay información simétrica que cuando la información es asimétrica.
- De la ecuación 2.4 obtenemos que

$$u'(w_i) = \frac{1}{\lambda + \mu\left(1 - p_i^l/p_i^h\right)} \quad i = 1, \ldots, n$$

Esta ecuación determina implícitamente $w_i \quad i = 1, \ldots, n$.

- Como $u'$ es decreciente, los pagos $w_i$ son mayores cuando más pequeño es el segundo término de la ecuación, es decir cuando mayor es su denominador.

- Como $u'$ es decreciente, los pagos $w_i$ son mayores cuando más pequeño es el segundo término de la ecuación, es decir cuando mayor es su denominador.
- El denominador es mayor cuando más pequeño es

$$\frac{p_i^l}{p_i^h}$$

- Como $u'$ es decreciente, los pagos $w_i$ son mayores cuando más pequeño es el segundo término de la ecuación, es decir cuando mayor es su denominador.
- El denominador es mayor cuando más pequeño es

$$\frac{p_i^l}{p_i^h}$$

- Este cociente se denomina el coeficiente de verosimilitud. Si el resultado es $x_i$, el coeficiente de verosimilitud

$$\frac{p_i^l}{p_i^h}$$

- Como $u'$ es decreciente, los pagos $w_i$ son mayores cuando más pequeño es el segundo término de la ecuación, es decir cuando mayor es su denominador.
- El denominador es mayor cuando más pequeño es

$$\frac{p_i^l}{p_i^h}$$

- Este cociente se denomina el coeficiente de verosimilitud. Si el resultado es $x_i$, el coeficiente de verosimilitud

$$\frac{p_i^l}{p_i^h}$$

- El coeficiente de verosimilitud es una medida de la fiabilidad con la que podemos inferir si el esfuerzo del agente ha sido $e^h$ ó $e^l$.

- Por ejemplo, para aquellos índices $i_0$ tales que $p^l_{i_0} = p^h_{i_0}$, se verifica que

$$u'(w_{i_0})) = \frac{1}{\lambda}$$

- Por ejemplo, para aquellos índices $i_0$ tales que $p^l_{i_0} = p^h_{i_0}$, se verifica que

$$u'(w_{i_0})) = \frac{1}{\lambda}$$

- Para aquellos $i_1 = 1, \ldots, n$ tales que

$$\frac{p^l_{i_1}}{p^h_{i_1}} > 1$$

tenemos que

$$u'(w_{i_1}) = \frac{1}{\lambda + \mu \left(1 - p^l_{i_1}/p^h_{i_1}\right)} > \frac{1}{\lambda}$$

por lo que $w_{i_1} < w_{i_0}$.

- Para aquellos $i_2 = 1, \ldots, n$ tales que

$$\frac{p^l_{i_2}}{p^h_{i_2}} < 1$$

tenemos que

$$u'(w_{i_2}) = \frac{1}{\lambda + \mu\left(1 - p^l_{i_2}/p^h_{i_2}\right)} < \frac{1}{\lambda}$$

por lo que $w_{i_2} > w_{i_0}$.

## Ejemplo

- Comparemos las dos situaciones siguientes.

## Ejemplo

- Comparemos las dos situaciones siguientes.

Situación A

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $2/3$ | $1/3$ | $2$ |
| $p_2(e)$ | $1/3$ | $2/3$ | $1/2$ |

Situación B

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $4/5$ | $1/5$ | $4$ |
| $p_2(e)$ | $1/5$ | $4/5$ | $1/4$ |

## Ejemplo

- Comparemos las dos situaciones siguientes.

Situación A

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $2/3$ | $1/3$ | $2$ |
| $p_2(e)$ | $1/3$ | $2/3$ | $1/2$ |

Situación B

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $4/5$ | $1/5$ | $4$ |
| $p_2(e)$ | $1/5$ | $4/5$ | $1/4$ |

- Vemos que

$$\frac{p_1^l(B)}{p_1^h(B)} > \frac{p_1^l(A)}{p_1^h(A)} > \frac{p_2^l(A)}{p_2^h(A)} > \frac{p_2^l(B)}{p_2^h(B)}$$

## Ejemplo

- Comparemos las dos situaciones siguientes.

Situación A

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $2/3$ | $1/3$ | $2$ |
| $p_2(e)$ | $1/3$ | $2/3$ | $1/2$ |

Situación B

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $4/5$ | $1/5$ | $4$ |
| $p_2(e)$ | $1/5$ | $4/5$ | $1/4$ |

- Vemos que

$$\frac{p_1^l(B)}{p_1^h(B)} > \frac{p_1^l(A)}{p_1^h(A)} > \frac{p_2^l(A)}{p_2^h(A)} > \frac{p_2^l(B)}{p_2^h(B)}$$

- por lo que

$$w_1(B) < w_1(A) < w_2(A) < w_2(B)$$

## Ejemplo

Situación A

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $2/3$ | $1/3$ | $2$ |
| $p_2(e)$ | $1/3$ | $2/3$ | $1/2$ |

Situación B

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $4/5$ | $1/5$ | $4$ |
| $p_2(e)$ | $1/5$ | $4/5$ | $1/4$ |

- En ambas situaciones, el salario del agente en el mejor resultado es más alto: $w_1(A) < w_2(A)$, $w_1(B) < w_2(B)$.

## Ejemplo

Situación A

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $2/3$ | $1/3$ | $2$ |
| $p_2(e)$ | $1/3$ | $2/3$ | $1/2$ |

Situación B

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $4/5$ | $1/5$ | $4$ |
| $p_2(e)$ | $1/5$ | $4/5$ | $1/4$ |

- En ambas situaciones, el salario del agente en el mejor resultado es más alto: $w_1(A) < w_2(A)$, $w_1(B) < w_2(B)$.
- Pero si, por ejemplo, el resultado es $x_2$, en la situación $B$ podemos estar más seguros de que se debe al esfuerzo del agente que en la situación $A$.

## Ejemplo

Situación A

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $2/3$ | $1/3$ | $2$ |
| $p_2(e)$ | $1/3$ | $2/3$ | $1/2$ |

Situación B

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $4/5$ | $1/5$ | $4$ |
| $p_2(e)$ | $1/5$ | $4/5$ | $1/4$ |

- En ambas situaciones, el salario del agente en el mejor resultado es más alto: $w_1(A) < w_2(A)$, $w_1(B) < w_2(B)$.
- Pero si, por ejemplo, el resultado es $x_2$, en la situación $B$ podemos estar más seguros de que se debe al esfuerzo del agente que en la situación $A$.
- Por eso tenemos que $w_1(B) < w_1(A)$ y $< w_2(A) < w_2(B)$.

## Ejemplo

Situación A

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $2/3$ | $1/3$ | $2$ |
| $p_2(e)$ | $1/3$ | $2/3$ | $1/2$ |

Situación B

| | $e^l$ | $e^h$ | $p_i^l/p_i^h$ |
|---|---|---|---|
| $p_1(e)$ | $4/5$ | $1/5$ | $4$ |
| $p_2(e)$ | $1/5$ | $4/5$ | $1/4$ |

- En ambas situaciones, el salario del agente en el mejor resultado es más alto: $w_1(A) < w_2(A)$, $w_1(B) < w_2(B)$.
- Pero si, por ejemplo, el resultado es $x_2$, en la situación $B$ podemos estar más seguros de que se debe al esfuerzo del agente que en la situación $A$.
- Por eso tenemos que $w_1(B) < w_1(A)$ y $< w_2(A) < w_2(B)$.
- El resultado es más atribuible al esfuerzo del agente en la situación $B$ que en la $A$ y los salarios reflejan la fiabilidad de la información derivada del resultado.

## Ejemplo

- Un principal contrata a un agente. El principal paga un salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al agente. El valor $x \in \{x_1 = 16.000, x_2 = 40.000\}$ del resultado obtenido depende del esfuerzo $e \in \{e_1, e_2\}$ del agente, que puede ser alto $e_1$ o bajo $e_2$.

## Ejemplo

- Un principal contrata a un agente. El principal paga un salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al agente. El valor $x \in \{x_1 = 16.000, x_2 = 40.000\}$ del resultado obtenido depende del esfuerzo $e \in \{e_1, e_2\}$ del agente, que puede ser alto $e_1$ o bajo $e_2$.
- El principal puede condicionar el salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al resultado $x \in \{x_1, x_2\}$
$$w : \{x_1, x_2\} \longrightarrow \{w_1, w_2\}$$

## Ejemplo

- Un principal contrata a un agente. El principal paga un salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al agente. El valor $x \in \{x_1 = 16.000, x_2 = 40.000\}$ del resultado obtenido depende del esfuerzo $e \in \{e_1, e_2\}$ del agente, que puede ser alto $e_1$ o bajo $e_2$.
- El principal puede condicionar el salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al resultado $x \in \{x_1, x_2\}$

$$w : \{x_1, x_2\} \longrightarrow \{w_1, w_2\}$$

- La utilidad de reserva del agente es $\bar{u} = 80$.

## Ejemplo

- Un principal contrata a un agente. El principal paga un salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al agente. El valor $x \in \{x_1 = 16.000, x_2 = 40.000\}$ del resultado obtenido depende del esfuerzo $e \in \{e_1, e_2\}$ del agente, que puede ser alto $e_1$ o bajo $e_2$.
- El principal puede condicionar el salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al resultado $x \in \{x_1, x_2\}$

$$w : \{x_1, x_2\} \longrightarrow \{w_1, w_2\}$$

- La utilidad de reserva del agente es $\bar{u} = 80$.
- La función de utilidad del principal es $B(w, x) = x - w$.

## Ejemplo

- Un principal contrata a un agente. El principal paga un salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al agente. El valor $x \in \{x_1 = 16.000, x_2 = 40.000\}$ del resultado obtenido depende del esfuerzo $e \in \{e_1, e_2\}$ del agente, que puede ser alto $e_1$ o bajo $e_2$.
- El principal puede condicionar el salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al resultado $x \in \{x_1, x_2\}$

$$w : \{x_1, x_2\} \longrightarrow \{w_1, w_2\}$$

- La utilidad de reserva del agente es $\bar{u} = 80$.
- La función de utilidad del principal es $B(w, x) = x - w$.
- La función de utilidad del agente es $u(w, e) = \sqrt{w} - v(e)$.

## Ejemplo

- Un principal contrata a un agente. El principal paga un salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al agente. El valor $x \in \{x_1 = 16.000, x_2 = 40.000\}$ del resultado obtenido depende del esfuerzo $e \in \{e_1, e_2\}$ del agente, que puede ser alto $e_1$ o bajo $e_2$.
- El principal puede condicionar el salario $w \in \{w_1, w_2\}$ al resultado $x \in \{x_1, x_2\}$

$$w : \{x_1, x_2\} \longrightarrow \{w_1, w_2\}$$

- La utilidad de reserva del agente es $\bar{u} = 80$.
- La función de utilidad del principal es $B(w, x) = x - w$.
- La función de utilidad del agente es $u(w, e) = \sqrt{w} - v(e)$.
- La tabla siguiente resume los valores de $e$, $v(e)$ y las probabilidades de obtener $x = x_1, x_2$.

## Ejemplo

| $e$ | $v(e)$ | $x_1 = 16.000$ | $x_2 = 40.000$ |
|---|---|---|---|
| $e_1$ | *10* | *1/4* | *3/4* |
| $e_2$ | *0* | *3/4* | *1/4* |

# Información simétrica

- Con información simétrica, el principal maximiza su beneficio sujeto a la restricción de participación del agente.

# Información simétrica

- Con información simétrica, el principal maximiza su beneficio sujeto a la restricción de participación del agente.
- Como el principal es neutral al riesgo y el agente es averso al riesgo, el agente se asegura completamente.

# Información simétrica

- Con información simétrica, el principal maximiza su beneficio sujeto a la restricción de participación del agente.
- Como el principal es neutral al riesgo y el agente es averso al riesgo, el agente se asegura completamente.
- Si el principal incentiva $e = e_1$, entonces $w = w_1 = w_2$ verifica que

$$80 = \sqrt{w} - v(e_1) = \sqrt{w} - 10$$

# Información simétrica

- Con información simétrica, el principal maximiza su beneficio sujeto a la restricción de participación del agente.
- Como el principal es neutral al riesgo y el agente es averso al riesgo, el agente se asegura completamente.
- Si el principal incentiva $e = e_1$, entonces $w = w_1 = w_2$ verifica que

$$80 = \sqrt{w} - v(e_1) = \sqrt{w} - 10$$

- Obtenemos $w = 8100$ y

$$B(w, e_1) = \frac{1}{4}(16000 - 8100) + \frac{3}{4}(40000 - 8100) = 25900$$

- Si el principal incentiva $e = e_2$, entonces $w = w_1 = w_2$ verifica que

$$80 = \sqrt{w} - v(e_2) = \sqrt{w}$$

- Si el principal incentiva $e = e_2$, entonces $w = w_1 = w_2$ verifica que

$$80 = \sqrt{w} - v(e_2) = \sqrt{w}$$

- Obtenemos $w = 6400$ y

$$B(w, e_2) = \frac{3}{4}(16000 - 6400) + \frac{1}{4}(40000 - 6400) = 15600$$

- Si el principal incentiva $e = e_2$, entonces $w = w_1 = w_2$ verifica que

$$80 = \sqrt{w} - v(e_2) = \sqrt{w}$$

- Obtenemos $w = 6400$ y

$$B(w, e_2) = \frac{3}{4}(16000 - 6400) + \frac{1}{4}(40000 - 6400) = 15600$$

- El principal incentiva el esfuerzo $e = e_1$.

# Información asimétrica

- Si el principal incentiva $e = e_2$, la situación es como en el caso de información simétrica.

# Información asimétrica

- Si el principal incentiva $e = e_2$, la situación es como en el caso de información simétrica.
- Si el principal incentiva $e = e_1$, el programa del principal es

$$
\begin{array}{ll}
\max & \frac{1}{4}(16000 - w_1) + \frac{3}{4}(40000 - w_2) \\
\text{s.a.} & \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq 80 \\
& \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq \frac{3}{4}\sqrt{w_1} + \frac{1}{4}\sqrt{w_2}
\end{array}
$$

# Información asimétrica

- Si el principal incentiva $e = e_2$, la situación es como en el caso de información simétrica.
- Si el principal incentiva $e = e_1$, el programa del principal es

$$\begin{array}{ll} \max & \frac{1}{4}(16000 - w_1) + \frac{3}{4}(40000 - w_2) \\ \text{s.a.} & \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq 80 \\ & \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq \frac{3}{4}\sqrt{w_1} + \frac{1}{4}\sqrt{w_2} \end{array}$$

- Las dos restricciones se saturan

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} &= 90 \\ \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 &= \frac{3}{4}\sqrt{w_1} + \frac{1}{4}\sqrt{w_2} \end{aligned}$$

# Información asimétrica

- Si el principal incentiva $e = e_2$, la situación es como en el caso de información simétrica.
- Si el principal incentiva $e = e_1$, el programa del principal es

$$\begin{array}{ll} \max & \frac{1}{4}(16000 - w_1) + \frac{3}{4}(40000 - w_2) \\ \text{s.a.} & \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq 80 \\ & \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq \frac{3}{4}\sqrt{w_1} + \frac{1}{4}\sqrt{w_2} \end{array}$$

- Las dos restricciones se saturan

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} &= 90 \\ \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 &= \frac{3}{4}\sqrt{w_1} + \frac{1}{4}\sqrt{w_2} \end{aligned}$$

- Obtenemos $w_1 = 5625$, $w_2 = 9025$ y

$$B(w, e_1) = \frac{1}{4}(16000 - 5625) + \frac{3}{4}(40000 - 9025) = 25825$$

- El principal incentiva el esfuerzo $e = e_1$.

- Supongamos que el agente puede elegir entre un continuo de esfuerzos. Ahora el problema del principal es

$$\max_{e,w(x_1),\ldots,w(x_n)} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i(e)(x_i - w_i)$$

$$\text{s.a.} \quad e \in \arg\max_e \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u(w_i) - v(e)$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(e)u(w_i) - v(e) \geq \bar{u}$$

- Para resolver este problema sustituimos las condiciones de primer orden del problema

$$\max_e \quad \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u(w_i) - v(e)$$

en las restricciones del problema del principal. La condición de primer orden es

$n$

- El Lagrangiano es

$$
\begin{aligned}
L &= \sum_{i=1}^{n} p_i(e)(x_i - w_i) \\
&+ \lambda \left[ \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u(w_i) - v(e) - \bar{u} \right] \\
&+ \mu \left[ \sum_{i=1}^{n} p_i'(e)u(w_i) - v'(e) \right]
\end{aligned}
$$

# Condiciones de primer orden

- Las condiciones de primer orden respecto a los salarios son

$$-p_i(e) + \lambda p_i(e) u'(w_i) + \mu p_i'(e) u'(w_i) = 0$$

- De esta expresión obtenemos que

$$u'(w_i) = \frac{p_i(e)}{\lambda p_i(e) + \mu p_i'(e)} = \frac{1}{\lambda + \mu \frac{p_i'(e)}{p_i(e)}}$$

- La condición de primer orden respecto al esfuerzo es

$$
\begin{aligned}
0 &= \sum_{i=1}^{n} p_i'(e)(x_i - w_i) + \lambda \left[ \sum_{i=1}^{n} p_i'(e)u(w_i) - v'(e) \right] + \mu \left[ \sum_{i=1}^{n} p_i''(e)u \right. \\
&= \sum_{i=1}^{n} p_i'(e)(x_i - w_i) + \mu \left[ \sum_{i=1}^{n} p_i''(e)u(w_i) - v''(e) \right]
\end{aligned}
$$

- De aquí obtenemos que

$$
\sum_{i=1}^{n} p_i'(e)x_i = \sum_{i=1}^{n} p_i'(e)w_i - \mu \left[ \sum_{i=1}^{n} p_i''(e)u(w_i) - v''(e) \right]
$$