Economía de la Información

Curso 2009–2010

Capítulo 2
Juegos estáticos con información asimétrica

Economía de la Información

Curso 2009–2010

Definición

Un juego Bayesiano G consta de los siguientes elementos,

$$G = (N, A, T, p, u)$$

- Un conjunto de jugadores $N = \{1, 2, \ldots, n\}$.
- Los espacios de acciones $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de cada jugador. $A = A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$, $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$
- El conjunto de los tipos posibles $T_1, T_2, \ldots, T_n$ para cada jugador. El tipo $t_i \in T_i$ es conocido sólo por el jugador $i = 1, 2, \ldots, n$.
- El conjunto de todos los tipos es $T = T_1 \times T_2 \times \cdots \times T_n$. $t = (t_1, t_2, \ldots, t_n)$

Definición

Un juego Bayesiano G consta de los siguientes elementos,

$$G = (N, A, T, p, u)$$

- Un conjunto de jugadores $N = \{1, 2, \ldots, n\}$.
- Los espacios de acciones $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de cada jugador. $A = A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$, $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$
- El conjunto de los tipos posibles $T_1, T_2, \ldots, T_n$ para cada jugador. El tipo $t_i \in T_i$ es conocido sólo por el jugador $i = 1, 2, \ldots, n$.
- El conjunto de todos los tipos es $T = T_1 \times T_2 \times \cdots \times T_n$. $t = (t_1, t_2, \ldots, t_n)$

Definición

Un juego Bayesiano G consta de los siguientes elementos,

$$G = (N, A, T, p, u)$$

- Un conjunto de jugadores $N = \{1, 2, \ldots, n\}$.
- Los espacios de acciones $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de cada jugador. $A = A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$, $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$
- El conjunto de los tipos posibles $T_1, T_2, \ldots, T_n$ para cada jugador. El tipo $t_i \in T_i$ es conocido sólo por el jugador $i = 1, 2, \ldots, n$.
- El conjunto de todos los tipos es $T = T_1 \times T_2 \times \cdots \times T_n$. $t = (t_1, t_2, \ldots, t_n)$

Definición

Un juego Bayesiano G consta de los siguientes elementos,

$$G = (N, A, T, p, u)$$

- Un conjunto de jugadores $N = \{1, 2, \ldots, n\}$.
- Los espacios de acciones $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de cada jugador. $A = A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$, $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$
- El conjunto de los tipos posibles $T_1, T_2, \ldots, T_n$ para cada jugador. El tipo $t_i \in T_i$ es conocido sólo por el jugador $i = 1, 2, \ldots, n$.
- El conjunto de todos los tipos es $T = T_1 \times T_2 \times \cdots \times T_n$. $t = (t_1, t_2, \ldots, t_n)$

- Cada jugador i tiene una conjetura $p_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ sobre los tipos de los demás jugadores. Puede depender de su propio tipo

$$p_i = p_i(t_{-i}|t_i)$$

y se interpreta como la información que el agente i tiene sobre los tipos de los demás agentes (t_{-i}), dado que su tipo es t_i.

- Las conjeturas de los agentes tienen que ser consistentes y compatibles con la regla de Bayes: Existe una distribución de probabilidades $q = (q_1, \ldots, q_n) \in \Delta(T)$ tal que

$$p_i(t_{-i}|t_i) = \frac{q(t_1 \ldots, t_n)}{\sum_{s_{-i} \in T_{-i}} q(t_i, s_{-i})}$$

El denominador $\sum_{s_{-i} \in T_{-i}} q(t_i, s_{-i})$ es la probabilidad de que el tipo del agente i sea t_i. $p_i(t_{-i}|t_i)$ es, según la regla de Bayes, la probabilidad de que los otros agentes (diferentes de i) tengan el tipo t_{-i}, dado que el tipo del agente i es t_i.

- Cada jugador i tiene una conjetura $p_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ sobre los tipos de los demás jugadores. Puede depender de su propio tipo

$$p_i = p_i(t_{-i}|t_i)$$

y se interpreta como la información que el agente i tiene sobre los tipos de los demás agentes (t_{-i}), dado que su tipo es t_i.

- Las conjeturas de los agentes tienen que ser consistentes y compatibles con la regla de Bayes: Existe una distribución de probabilidades $q = (q_1, \ldots, q_n) \in \Delta(T)$ tal que

$$p_i(t_{-i}|t_i) = \frac{q(t_1 \ldots, t_n)}{\sum_{s_{-i} \in T_{-i}} q(t_i, s_{-i})}$$

El denominador $\sum_{s_{-i} \in T_{-i}} q(t_i, s_{-i})$ es la probabilidad de que el tipo del agente i sea t_i. $p_i(t_{-i}|t_i)$ es, según la regla de Bayes, la probabilidad de que los otros agentes (diferentes de i) tengan el tipo t_{-i}, dado que el tipo del agente i es t_i.

- Cada jugador i tiene una conjetura $p_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ sobre los tipos de los demás jugadores. Puede depender de su propio tipo

$$p_i = p_i(t_{-i}|t_i)$$

y se interpreta como la información que el agente i tiene sobre los tipos de los demás agentes (t_{-i}), dado que su tipo es t_i.

- Las conjeturas de los agentes tienen que ser consistentes y compatibles con la regla de Bayes: Existe una distribución de probabilidades $q = (q_1, \ldots, q_n) \in \Delta(T)$ tal que

$$p_i(t_{-i}|t_i) = \frac{q(t_1 \ldots, t_n)}{\sum_{s_{-i} \in T_{-i}} q(t_i, s_{-i})}$$

El denominador $\sum_{s_{-i} \in T_{-i}} q(t_i, s_{-i})$ es la probabilidad de que el tipo del agente i sea t_i. $p_i(t_{-i}|t_i)$ es, según la regla de Bayes, la probabilidad de que los otros agentes (diferentes de i) tengan el tipo t_{-i}, dado que el tipo del agente i es t_i.

- Una **estrategia pura** del jugador i,

$$s_i : T_i \longrightarrow A_i$$

especifica la acción del jugador de cada uno de los tipos del jugador i.

- Una **estrategia mixta** del jugador i,

$$\sigma_i : T_i \longrightarrow \Delta(A_i)$$

es un vector $\sigma_i(t_i) = (\sigma_i(a_1, t_i), \ldots, \sigma_i(a_n, t_i))$ donde $\sigma_i(a_k, t_i)$ es la probabilidad de que el agente i de tipo t_i juegue la estrategia a_k.

- Una **estrategia pura** del jugador i,

$$s_i : T_i \longrightarrow A_i$$

especifica la acción del jugador de cada uno de los tipos del jugador i.

- Una **estrategia mixta** del jugador i,

$$\sigma_i : T_i \longrightarrow \Delta(A_i)$$

es un vector $\sigma_i(t_i) = (\sigma_i(a_1, t_i), \ldots, \sigma_i(a_n, t_i))$ donde $\sigma_i(a_k, t_i)$ es la probabilidad de que el agente i de tipo t_i juegue la estrategia a_k.

- Una **estrategia pura** del jugador i,

$$s_i : T_i \longrightarrow A_i$$

especifica la acción del jugador de cada uno de los tipos del jugador i.

- Una **estrategia mixta** del jugador i,

$$\sigma_i : T_i \longrightarrow \Delta(A_i)$$

es un vector $\sigma_i(t_i) = (\sigma_i(a_1, t_i), \ldots, \sigma_i(a_n, t_i))$ donde $\sigma_i(a_k, t_i)$ es la probabilidad de que el agente i de tipo t_i juegue la estrategia a_k.

- Las funciones de utilidad sobre sucesos: de los agentes $u_1, u_2, \ldots, u_n$ son de la forma

$$u_i : A \times T \rightarrow R$$

$u_i(a; t)$ depende de los tipos $t = (t_1, \ldots, t_n)$ y de las acciones de todos los agentes $a = (a_1, \ldots, a_n)$.

- Funciones de utilidad sobre estrategias: La utilidad esperada para el agente i de jugar la estrategia a_i, dado que el resto de agentes están jugando las estrategia puras s_k es

$$U_i(s_1, \ldots, s_{t_i-1}, a_i, s_{t_i+1}, \ldots s_n) =$$

$$\sum_{t_{-i} \in T_{-i}} u_i\big(s_1(t_1), \ldots, s_{t_i-1}(t_i-1), a_i, s_{t_i+1}(t_i+1), \ldots s_n(t_n); t\big)\, p_i(t_{-i}|t_i)$$

- La noción de equilibrio es el EN con las funciones de utilidad esperada anteriores.

Duopolio de Cournot

- Supongamos dos empresas que compiten en cantidades (Modelo de Cournot).
- La función inversa de demanda es

$$P(q) = a - q$$

con

$$q = q_1 + q_2$$

y q_1, q_2 son las cantidades producidas por las empresas.
- Los costes de la empresa 1 son

$$c_1(q_1) = cq_1$$

- Los costes de la empresa 2 son

$$c_2(q_2) = \begin{cases} c_a q_2 & \text{con probabilidad } \theta \\ c_b q_2 & \text{con probabilidad } 1 - \theta \end{cases}$$

con $c_b < c_a$.

Duopolio de Cournot

- Supongamos dos empresas que compiten en cantidades (Modelo de Cournot).
- La función inversa de demanda es

$$P(q) = a - q$$

con

$$q = q_1 + q_2$$

y q_1, q_2 son las cantidades producidas por las empresas.

- Los costes de la empresa 1 son

$$c_1(q_1) = cq_1$$

- Los costes de la empresa 2 son

$$c_2(q_2) = \begin{cases} c_a q_2 & \text{con probabilidad } \theta \\ c_b q_2 & \text{con probabilidad } 1-\theta \end{cases}$$

con $c_b < c_a$.

Duopolio de Cournot

- Supongamos dos empresas que compiten en cantidades (Modelo de Cournot).
- La función inversa de demanda es

$$P(q) = a - q$$

con

$$q = q_1 + q_2$$

y q_1, q_2 son las cantidades producidas por las empresas.
- Los costes de la empresa 1 son

$$c_1(q_1) = cq_1$$

- Los costes de la empresa 2 son

$$c_2(q_2) = \begin{cases} c_a q_2 & \text{con probabilidad } \theta \\ c_b q_2 & \text{con probabilidad } 1 - \theta \end{cases}$$

con $c_b < c_a$.

Duopolio de Cournot

- Supongamos dos empresas que compiten en cantidades (Modelo de Cournot).
- La función inversa de demanda es

$$P(q) = a - q$$

con

$$q = q_1 + q_2$$

y q_1, q_2 son las cantidades producidas por las empresas.
- Los costes de la empresa 1 son

$$c_1(q_1) = cq_1$$

- Los costes de la empresa 2 son

$$c_2(q_2) = \begin{cases} c_a q_2 & \text{con probabilidad } \theta \\ c_b q_2 & \text{con probabilidad } 1-\theta \end{cases}$$

con $c_b < c_a$.

- Hay información asimétrica:
  - La empresa 2 conoce su función de costes (sabe si su coste marginal es c_a ó c_b) y conoce los coste de la empresa 1.
  - Pero la empresa 1 sólo conoce su función de costes y que el coste marginal de la empresa 2 es c_a con probabilidad θ y c_b con probabilidad $1-\theta$.
  - La empresa 2 tiene mejor información que la empresa 1.

- Hay información asimétrica:
  - La empresa 2 conoce su función de costes (sabe si su coste marginal es c_a ó c_b) y conoce los coste de la empresa 1.
  - Pero la empresa 1 sólo conoce su función de costes y que el coste marginal de la empresa 2 es c_a con probabilidad θ y c_b con probabilidad $1-\theta$.
  - La empresa 2 tiene mejor información que la empresa 1.

- Hay información asimétrica:
  - La empresa 2 conoce su función de costes (sabe si su coste marginal es c_a ó c_b) y conoce los coste de la empresa 1.
  - Pero la empresa 1 sólo conoce su función de costes y que el coste marginal de la empresa 2 es c_a con probabilidad θ y c_b con probabilidad $1-\theta$.
  - La empresa 2 tiene mejor información que la empresa 1.

- En primer lugar vamos a representar la situación como un **Juego Bayesiano**.
- **Los jugadores** son $N = \{1, 2\}$.
- **Los tipos** de las empresas son $T_1 = \{c\} \quad T_2 = \{c_a, c_b\}$.
- **Las funciones de utilidad** son los beneficios,

$$\begin{aligned}
\pi_1(q_1, q_2, c) &= (a - q_1 - q_2)q_1 - cq_1 = (a - q_1 - q_2 - c)q_1 \\
\pi_2(q_1, q_2, c_a) &= (a - q_1 - q_2)q_2 - c_a q_2 = (a - q_1 - q_2 - c_a)q_2 \\
\pi_2(q_1, q_2, c_b) &= (a - q_1 - q_2)q_2 - c_b q_2 = (a - q_1 - q_2 - c_b)q_2
\end{aligned}$$

- Los **conjuntos de acciones** son $A_c = A_{c_a} = A_{c_b} = [0, \infty)$.
- **Las conjeturas** de los agentes son

$$p_2(c|c_a) = p_2(c|c_b) = 1$$

y

$$p_1(c_a|c) = \theta, \quad p_1(c_b|c) = 1 - \theta$$

- En primer lugar vamos a representar la situación como un **Juego Bayesiano**.
- **Los jugadores** son $N = \{1, 2\}$.
- **Los tipos** de las empresas son $T_1 = \{c\} \quad T_2 = \{c_a, c_b\}$.
- **Las funciones de utilidad** son los beneficios,

$$\begin{aligned}
\pi_1(q_1, q_2, c) &= (a - q_1 - q_2)q_1 - cq_1 = (a - q_1 - q_2 - c)q_1 \\
\pi_2(q_1, q_2, c_a) &= (a - q_1 - q_2)q_2 - c_a q_2 = (a - q_1 - q_2 - c_a)q_2 \\
\pi_2(q_1, q_2, c_b) &= (a - q_1 - q_2)q_2 - c_b q_2 = (a - q_1 - q_2 - c_b)q_2
\end{aligned}$$

- Los **conjuntos de acciones** son $A_c = A_{c_a} = A_{c_b} = [0, \infty)$.
- **Las conjeturas** de los agentes son

$$p_2(c|c_a) = p_2(c|c_b) = 1$$

y

$$p_1(c_a|c) = \theta, \quad p_1(c_b|c) = 1 - \theta$$

- En primer lugar vamos a representar la situación como un **Juego Bayesiano**.
- **Los jugadores** son $N = \{1, 2\}$.
- **Los tipos** de las empresas son $T_1 = \{c\} \quad T_2 = \{c_a, c_b\}$.
- **Las funciones de utilidad** son los beneficios,

$$\begin{aligned}
\pi_1(q_1, q_2, c) &= (a - q_1 - q_2)q_1 - cq_1 = (a - q_1 - q_2 - c)q_1 \\
\pi_2(q_1, q_2, c_a) &= (a - q_1 - q_2)q_2 - c_a q_2 = (a - q_1 - q_2 - c_a)q_2 \\
\pi_2(q_1, q_2, c_b) &= (a - q_1 - q_2)q_2 - c_b q_2 = (a - q_1 - q_2 - c_b)q_2
\end{aligned}$$

- Los **conjuntos de acciones** son $A_c = A_{c_a} = A_{c_b} = [0, \infty)$.
- **Las conjeturas** de los agentes son

$$p_2(c|c_a) = p_2(c|c_b) = 1$$

y

$$p_1(c_a|c) = \theta, \quad p_1(c_b|c) = 1 - \theta$$

- En primer lugar vamos a representar la situación como un **Juego Bayesiano**.
- **Los jugadores** son $N = \{1, 2\}$.
- **Los tipos** de las empresas son $T_1 = \{c\} \quad T_2 = \{c_a, c_b\}$.
- **Las funciones de utilidad** son los beneficios,

$$\begin{aligned}
\pi_1(q_1, q_2, c) &= (a - q_1 - q_2)q_1 - cq_1 = (a - q_1 - q_2 - c)q_1 \\
\pi_2(q_1, q_2, c_a) &= (a - q_1 - q_2)q_2 - c_a q_2 = (a - q_1 - q_2 - c_a)q_2 \\
\pi_2(q_1, q_2, c_b) &= (a - q_1 - q_2)q_2 - c_b q_2 = (a - q_1 - q_2 - c_b)q_2
\end{aligned}$$

- Los **conjuntos de acciones** son $A_c = A_{c_a} = A_{c_b} = [0, \infty)$.
- **Las conjeturas** de los agentes son

$$p_2(c|c_a) = p_2(c|c_b) = 1$$

y

$$p_1(c_a|c) = \theta, \quad p_1(c_b|c) = 1 - \theta$$

Mejor respuesta de la empresa 2

- Si el coste de la empresa 2 es c_a entonces resuelve el problema

$$\max_{q_2} (a - q_1 - q_2) q_2 - c_a q_2 = \max_{q_2} (a - q_1 - q_2 - c_a) q_2$$

- La CPO es $a - q_1 - 2q_2 - c_a = 0$ por lo que la mejor respuesta de la empresa 2 si su coste es c_a y la empresa 1 produce q_1 es

$$q_2(c_a) = \frac{a - q_1 - c_a}{2}$$

- Si el coste de la empresa 2 es c_b entonces resuelve el problema

$$\max_{q_2} (a - q_1 - q_2) q_2 - c_b q_2 = \max_{q_2} (a - q_1 - q_2 - c_b) q_2$$

- La CPO es $a - q_1 - 2q_2 - c_b = 0$ por lo que la mejor respuesta de la empresa 2 si su coste es c_b y la empresa 1 produce q_1 es

$$q_2(c_b) = \frac{a - q_1 - c_b}{2}$$

Mejor respuesta de la empresa 2

- Si el coste de la empresa 2 es c_a entonces resuelve el problema

$$\max_{q_2} (a - q_1 - q_2) q_2 - c_a q_2 = \max_{q_2} (a - q_1 - q_2 - c_a) q_2$$

- La CPO es $a - q_1 - 2q_2 - c_a = 0$ por lo que la mejor respuesta de la empresa 2 si su coste es c_a y la empresa 1 produce q_1 es

$$q_2(c_a) = \frac{a - q_1 - c_a}{2}$$

- Si el coste de la empresa 2 es c_b entonces resuelve el problema

$$\max_{q_2} (a - q_1 - q_2) q_2 - c_b q_2 = \max_{q_2} (a - q_1 - q_2 - c_b) q_2$$

- La CPO es $a - q_1 - 2q_2 - c_b = 0$ por lo que la mejor respuesta de la empresa 2 si su coste es c_b y la empresa 1 produce q_1 es

$$q_2(c_b) = \frac{a - q_1 - c_b}{2}$$

Mejor respuesta de la empresa 2

- Si el coste de la empresa 2 es c_a entonces resuelve el problema

$$\max_{q_2} (a - q_1 - q_2) q_2 - c_a q_2 = \max_{q_2} (a - q_1 - q_2 - c_a) q_2$$

- La CPO es $a - q_1 - 2q_2 - c_a = 0$ por lo que la mejor respuesta de la empresa 2 si su coste es c_a y la empresa 1 produce q_1 es

$$q_2(c_a) = \frac{a - q_1 - c_a}{2}$$

- Si el coste de la empresa 2 es c_b entonces resuelve el problema

$$\max_{q_2} (a - q_1 - q_2) q_2 - c_b q_2 = \max_{q_2} (a - q_1 - q_2 - c_b) q_2$$

- La CPO es $a - q_1 - 2q_2 - c_b = 0$ por lo que la mejor respuesta de la empresa 2 si su coste es c_b y la empresa 1 produce q_1 es

$$q_2(c_b) = \frac{a - q_1 - c_b}{2}$$

Mejor respuesta de la empresa 2

- Si el coste de la empresa 2 es c_a entonces resuelve el problema

$$\max_{q_2} (a - q_1 - q_2) q_2 - c_a q_2 = \max_{q_2} (a - q_1 - q_2 - c_a) q_2$$

- La CPO es $a - q_1 - 2q_2 - c_a = 0$ por lo que la mejor respuesta de la empresa 2 si su coste es c_a y la empresa 1 produce q_1 es

$$q_2(c_a) = \frac{a - q_1 - c_a}{2}$$

- Si el coste de la empresa 2 es c_b entonces resuelve el problema

$$\max_{q_2} (a - q_1 - q_2) q_2 - c_b q_2 = \max_{q_2} (a - q_1 - q_2 - c_b) q_2$$

- La CPO es $a - q_1 - 2q_2 - c_b = 0$ por lo que la mejor respuesta de la empresa 2 si su coste es c_b y la empresa 1 produce q_1 es

$$q_2(c_b) = \frac{a - q_1 - c_b}{2}$$

Mejor respuesta de la empresa 1

- La empresa 1 no sabe el coste de la empresa 2. Maximiza el **beneficio esperado**

$$\max_{q_1} \quad \theta \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_a) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_a} + (1-\theta) \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_b) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_b}$$

- La CPO es

$$\theta\,(a - 2q_1 - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - 2q_1 - q_2(c_b) - c) = 0$$

- Obtenemos la función de reacción de la empresa 1

$$q_1 = \frac{\theta\,(a - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - q_2(c_b) - c)}{2}$$

Mejor respuesta de la empresa 1

- La empresa 1 no sabe el coste de la empresa 2. Maximiza el **beneficio esperado**

$$\max_{q_1} \quad \theta \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_a) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_a} + (1-\theta) \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_b) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_b}$$

- La CPO es

$$\theta\,(a - 2q_1 - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - 2q_1 - q_2(c_b) - c) = 0$$

- Obtenemos la función de reacción de la empresa 1

$$q_1 = \frac{\theta\,(a - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - q_2(c_b) - c)}{2}$$

Mejor respuesta de la empresa 1

- La empresa 1 no sabe el coste de la empresa 2. Maximiza el **beneficio esperado**

$$\max_{q_1} \quad \theta \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_a) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_a} + (1-\theta) \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_b) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_b}$$

- La CPO es

$$\theta\,(a - 2q_1 - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - 2q_1 - q_2(c_b) - c) = 0$$

- Obtenemos la función de reacción de la empresa 1

$$q_1 = \frac{\theta\,(a - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - q_2(c_b) - c)}{2}$$

Mejor respuesta de la empresa 1

- La empresa 1 no sabe el coste de la empresa 2. Maximiza el **beneficio esperado**

$$\max_{q_1} \quad \theta \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_a) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_a} + (1-\theta) \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_b) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_b}$$

- La CPO es

$$\theta\,(a - 2q_1 - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - 2q_1 - q_2(c_b) - c) = 0$$

- Obtenemos la función de reacción de la empresa 1

$$q_1 = \frac{\theta\,(a - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - q_2(c_b) - c)}{2}$$

Mejor respuesta de la empresa 1

- La empresa 1 no sabe el coste de la empresa 2. Maximiza el **beneficio esperado**

$$\max_{q_1} \quad \theta \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_a) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_a} + (1-\theta) \underbrace{(a - q_1 - q_2(c_b) - c)\, q_1}_{\text{B.E. si la emp. 2 tiene coste } c_b}$$

- La CPO es

$$\theta\,(a - 2q_1 - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - 2q_1 - q_2(c_b) - c) = 0$$

- Obtenemos la función de reacción de la empresa 1

$$q_1 = \frac{\theta\,(a - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - q_2(c_b) - c)}{2}$$

- El EN verifica las ecuaciones

$$q_1 = \frac{\theta\,(a - q_2(c_a) - c) + (1-\theta)\,(a - q_2(c_b) - c)}{2}$$

$$q_2(c_a) = \frac{a - q_1 - c_a}{2}$$

$$q_2(c_b) = \frac{a - q_1 - c_b}{2}$$

Despejando $q_2(c_a)$ y $q_2(c_b)$ en la primera ecuación, obtenemos

$$2q_1 = \theta\left(a - \frac{a - q_1 - c_a}{2} - c\right) + (1-\theta)\left(a - \frac{a - q_1 - c_b}{2} - c\right)$$

- y de aquí obtenemos que

$$q_1 = \frac{a - 2c + \theta c_a + (1-\theta)c_b}{3}$$

- Sustituyendo este valor obtenemos

$$q_1^* = \frac{a - 2c + \theta c_a + (1-\theta)c_b}{3}$$

$$q_2^*(c_a) = \frac{a - 2c_a + c}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_a - c_b)$$

$$q_2^*(c_b) = \frac{a - 2c_b + c}{3} - \frac{\theta}{6}(c_a - c_b)$$

Comparación con el equilibrio de Cournot con información completa

- Con información completa y costes c_1, c_2 el equilibrio de Cournot es

$$\bar{q}_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3} \quad \bar{q}_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3}$$

- Observamos que el caso de información completa se obtiene del modelo de información incompleta eligiendo $c_1 = c$, $c_2 = c_a = c_b$.

$$q_1^* = \frac{a - 2c + \theta c_a + (1-\theta)c_b}{3}$$

$$q_2^*(c_a) = \frac{a - 2c_a + c}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_a - c_b)$$

$$q_2^*(c_b) = \frac{a - 2c_b + c}{3} - \frac{\theta}{6}(c_a - c_b)$$

Comparación con el equilibrio de Cournot con información completa

- Con información completa y costes c_1, c_2 el equilibrio de Cournot es

$$\bar{q}_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3} \quad \bar{q}_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3}$$

- Observamos que el caso de información completa se obtiene del modelo de información incompleta eligiendo $c_1 = c$, $c_2 = c_a = c_b$.

$$q_1^* = \frac{a - 2c + \theta c_a + (1-\theta)c_b}{3}$$

$$q_2^*(c_a) = \frac{a - 2c_a + c}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_a - c_b)$$

$$q_2^*(c_b) = \frac{a - 2c_b + c}{3} - \frac{\theta}{6}(c_a - c_b)$$

Comparación con el equilibrio de Cournot con información completa

- Con información completa y costes c_1, c_2 el equilibrio de Cournot es

$$\bar{q}_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3} \quad \bar{q}_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3}$$

- Observamos que el caso de información completa se obtiene del modelo de información incompleta eligiendo $c_1 = c$, $c_2 = c_a = c_b$.

$$q_1^* = \frac{a - 2c + \theta c_a + (1 - \theta)c_b}{3}$$

$$q_2^*(c_a) = \frac{a - 2c_a + c}{3} + \frac{1 - \theta}{6}(c_a - c_b)$$

$$q_2^*(c_b) = \frac{a - 2c_b + c}{3} - \frac{\theta}{6}(c_a - c_b)$$

- Llamamos

$$\bar{q}_1(c_a) = \frac{a - 2c + c_a}{3}$$

la producción de la empresa 1 si sabe que el coste de la empresa 2 es c_a.

- y

$$\bar{q}_1(c_b) = \frac{a - 2c + c_b}{3}$$

la producción de la empresa 1 si sabe que el coste de la empresa 2 es c_b.

- Entonces

$$\bar{q}_1(c_a) \geq q_1^* \geq \bar{q}_1(c_b)$$

- Llamamos

$$\bar{q}_1(c_a) = \frac{a - 2c + c_a}{3}$$

la producción de la empresa 1 si sabe que el coste de la empresa 2 es c_a.

- y

$$\bar{q}_1(c_b) = \frac{a - 2c + c_b}{3}$$

la producción de la empresa 1 si sabe que el coste de la empresa 2 es c_b.

- Entonces

$$\bar{q}_1(c_a) \geq q_1^* \geq \bar{q}_1(c_b)$$

$$q_1^* = \frac{a - 2c + \theta c_a + (1-\theta)c_b}{3}$$

$$q_2^*(c_a) = \frac{a - 2c_a + c}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_a - c_b)$$

$$q_2^*(c_b) = \frac{a - 2c_b + c}{3} - \frac{\theta}{6}(c_a - c_b)$$

- Observamos que

$$q_2^*(c_a) > \frac{a - 2c_a + c}{3}$$

$$q_2^*(c_b) < \frac{a - 2c_b + c}{3}$$

- Esto ocurre porque la empresa 2 no sólo ajusta su cantidad a su propio coste, sino que también tiene en cuenta que la empresa 1 no sabe el coste de la empresa 2 y adopta una producción intermedia entre la que adoptaría si supiera que el coste de la empresa 2 coste es a o b.

$$q_1^* = \frac{a - 2c + \theta c_a + (1-\theta)c_b}{3}$$

$$q_2^*(c_a) = \frac{a - 2c_a + c}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_a - c_b)$$

$$q_2^*(c_b) = \frac{a - 2c_b + c}{3} - \frac{\theta}{6}(c_a - c_b)$$

- Observamos que

$$q_2^*(c_a) > \frac{a - 2c_a + c}{3}$$

$$q_2^*(c_b) < \frac{a - 2c_b + c}{3}$$

- Esto ocurre porque la empresa 2 no sólo ajusta su cantidad a su propio coste, sino que también tiene en cuenta que la empresa 1 no sabe el coste de la empresa 2 y adopta una producción intermedia entre la que adoptaría si supiera que el coste de la empresa 2 coste es a o b.

- Dos agentes participan en una subasta, $i = 1, 2$. Los agentes entregan sus pujas simultáneamente. El agente con una puja mayor se lleva el objeto y paga la cantidad pujada. En caso de empate, el ganador se determina lanzando una moneda al aire. Los participantes son neutrales al riesgo.
- Cada agente tiene una valoración $v_i \in [0, 1]$ del bien y sólo sabe cuál es su valoración. Sobre los posibles valoraciones v_j del otro agente, sólo sabe que está uniformemente distribuida en el intervalo $[0, 1]$. Es decir,

$$\text{prob}(v_j \leq x) = x$$

- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.
- Los tipos de los agentes son $T_1 = T_2 = [0, 1]$.
- La probabilidad de cada tipo es $\text{prob}(v_j \leq x) = x$. Estas son las conjeturas de los agentes.
- El conjunto de acciones para los agentes es $A_1 = A_2 = [0, 1]$. Denotamos la puja (acción) del agente $i = 1, 2$ por $b_i \in A_i$.

Funciones de utilidad

- Las función de utilidad del agente $i = 1, 2$

$$u_i(b_i, b_j|v_i) = \begin{cases} v_i - b_i, & \text{si } b_i > b_j; \\ 0, & \text{si } b_i < b_j; \\ (v_i - b_i)/2 & \text{si } b_i = b_j. \end{cases}$$

- Una estrategia es una función $b_i(v_i)$ de T_i en A_i.

- Si cada agente $j = 1, 2$ está utilizando la estrategia $b_j(v_j)$, entonces la mejor respuesta del agente i está determinada por el problema de maximización

$$\max_{b_i} \quad (v_i - b_i)\text{prob}(b_i > b_j(v_j)) + \frac{1}{2}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i = b_j(v_j))$$

y como $\text{prob}(b_i = b_j(v_j)) = 0$ este problema es equivalente

$$\max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > b_j(v_j))$$

- Vamos a probar que existe un equilibrio simétrico y lineal. Es decir,

$$b_i(v) = b_j(v) = Av$$

- Tenemos que determinar el valor de A.
- La condición anterior es

$$\max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > b_j(v_j)) = \max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > Av_j) =$$

$$= \max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}\left(v_j < \frac{b_i}{A}\right) = \max_{b_i}(v_i - b_i)\frac{b_i}{A}$$

- La condición de primer orden es

$$v_i - 2b_i = 0$$

- Por lo que

$$b_i = \frac{v_i}{2}$$

es un EB simétrico.

- Vamos a probar que existe un equilibrio simétrico y lineal. Es decir,

$$b_i(v) = b_j(v) = Av$$

- Tenemos que determinar el valor de A.
- La condición anterior es

$$\max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > b_j(v_j)) = \max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > Av_j) =$$

$$= \max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}\left(v_j < \frac{b_i}{A}\right) = \max_{b_i}(v_i - b_i)\frac{b_i}{A}$$

- La condición de primer orden es

$$v_i - 2b_i = 0$$

- Por lo que

$$b_i = \frac{v_i}{2}$$

es un EB simétrico.

- Vamos a probar que existe un equilibrio simétrico y lineal. Es decir,

$$b_i(v) = b_j(v) = Av$$

- Tenemos que determinar el valor de A.
- La condición anterior es

$$\max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > b_j(v_j)) = \max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > Av_j) =$$

$$= \max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}\left(v_j < \frac{b_i}{A}\right) = \max_{b_i}(v_i - b_i)\frac{b_i}{A}$$

- La condición de primer orden es

$$v_i - 2b_i = 0$$

- Por lo que

$$b_i = \frac{v_i}{2}$$

es un EB simétrico.

- Vamos a probar que existe un equilibrio simétrico y lineal. Es decir,

$$b_i(v) = b_j(v) = Av$$

- Tenemos que determinar el valor de A.
- La condición anterior es

$$\max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > b_j(v_j)) = \max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}(b_i > Av_j) =$$

$$= \max_{b_i}(v_i - b_i)\text{prob}\left(v_j < \frac{b_i}{A}\right) = \max_{b_i}(v_i - b_i)\frac{b_i}{A}$$

- La condición de primer orden es

$$v_i - 2b_i = 0$$

- Por lo que

$$b_i = \frac{v_i}{2}$$

es un EB simétrico.

- Dos vecinos viven en una isla sin carretera. El gobierno planea construir una carretera cuyo coste sería 20 millones. El **valor monetario** de la carretera sería
  - 30 millones para el usuario, si este tiene coche y
  - 0, si no lo tiene.
- La probabilidad de que un vecino tenga coche es

$$p(\text{coche}) = p$$

- Esta información se publica en el periódico de la isla y es conocida por todos los agentes.
- Para tomar la decisión sobre si construir la carretera o no, el gobierno considera uno de los dos mecanismos siguientes.

- Dos vecinos viven en una isla sin carretera. El gobierno planea construir una carretera cuyo coste sería 20 millones. El **valor monetario** de la carretera sería
  - 30 millones para el usuario, si este tiene coche y
  - 0, si no lo tiene.
- La probabilidad de que un vecino tenga coche es

$$p(\text{coche}) = p$$

- Esta información se publica en el periódico de la isla y es conocida por todos los agentes.
- Para tomar la decisión sobre si construir la carretera o no, el gobierno considera uno de los dos mecanismos siguientes.

- Dos vecinos viven en una isla sin carretera. El gobierno planea construir una carretera cuyo coste sería 20 millones. El **valor monetario** de la carretera sería
  - 30 millones para el usuario, si este tiene coche y
  - 0, si no lo tiene.
- La probabilidad de que un vecino tenga coche es

$$p(\text{coche}) = p$$

- Esta información se publica en el periódico de la isla y es conocida por todos los agentes.
- Para tomar la decisión sobre si construir la carretera o no, el gobierno considera uno de los dos mecanismos siguientes.

Mecanismo A

- Cada vecino rellena un formulario expresando si tiene coche o no.
- Se entiende que cada vecino que dice que tiene coche está dispuesto a pagar hasta 30 millones de euros para construir la carretera.
- Si el número de vecinos que dice tener coche es suficiente para cubrir el coste, se construye la carretera y el coste se reparte entre aquellos vecinos que han dicho que tienen coche.
- Si el número de vecinos que dice tener coche no es suficiente para cubrir el coste, entonces no se construye la carretera.
- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.

Mecanismo A

- Cada vecino rellena un formulario expresando si tiene coche o no.
- Se entiende que cada vecino que dice que tiene coche está dispuesto a pagar hasta 30 millones de euros para construir la carretera.
- Si el número de vecinos que dice tener coche es suficiente para cubrir el coste, se construye la carretera y el coste se reparte entre aquellos vecinos que han dicho que tienen coche.
- Si el número de vecinos que dice tener coche no es suficiente para cubrir el coste, entonces no se construye la carretera.
- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.

Mecanismo A

- Cada vecino rellena un formulario expresando si tiene coche o no.
- Se entiende que cada vecino que dice que tiene coche está dispuesto a pagar hasta 30 millones de euros para construir la carretera.
- Si el número de vecinos que dice tener coche es suficiente para cubrir el coste, se construye la carretera y el coste se reparte entre aquellos vecinos que han dicho que tienen coche.
- Si el número de vecinos que dice tener coche no es suficiente para cubrir el coste, entonces no se construye la carretera.
- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.

Mecanismo A

- Cada vecino rellena un formulario expresando si tiene coche o no.
- Se entiende que cada vecino que dice que tiene coche está dispuesto a pagar hasta 30 millones de euros para construir la carretera.
- Si el número de vecinos que dice tener coche es suficiente para cubrir el coste, se construye la carretera y el coste se reparte entre aquellos vecinos que han dicho que tienen coche.
- Si el número de vecinos que dice tener coche no es suficiente para cubrir el coste, entonces no se construye la carretera.
- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. Pero será más conveniente utilizar como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30|t_i) = p$$

- El conjunto de acciones para los agentes es $A = A_1 = A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente $i = 1, 2$ es una función $T \to A_i$.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. Pero será más conveniente utilizar como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30|t_i) = p$$

- El conjunto de acciones para los agentes es $A = A_1 = A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente $i = 1, 2$ es una función $T \to A_i$.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. Pero será más conveniente utilizar como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30 | t_i) = p$$

- El conjunto de acciones para los agentes es $A = A_1 = A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente $i = 1, 2$ es una función $T \to A_i$.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. Pero será más conveniente utilizar como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30 | t_i) = p$$

- El conjunto de acciones para los agentes es $A = A_1 = A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente $i = 1, 2$ es una función $T \to A_i$.

Funciones de utilidad

- La función de utilidad del agente $i = 1, 2$ es (se entiende que $i \neq j$)

$$u_i(a_1, a_2|t_i) = \begin{cases} t_i - 20, & \text{si } a_i = \text{si y } a_j = \text{no;} \\ t_i, & \text{si } a_i = \text{no y } a_j = \text{si;} \\ t_i - 10, & \text{si } a_i = a_j = \text{si;} \\ 0, & \text{si } a_i = a_j = \text{no.} \end{cases}$$

- Observemos que

$$u_i(a_1, a_2|0) = \begin{cases} -20, & \text{si } a_i = \text{si y } a_j = \text{no;} \\ 0, & \text{si } a_i = \text{no y } a_j = \text{si;} \\ -10, & \text{si } a_i = a_j = \text{si;} \\ 0, & \text{si } a_i = a_j = \text{no.} \end{cases}$$

Es decir, la acción

$$a_i(0) = \text{no}$$

es estrategia dominante.

Funciones de utilidad

- La función de utilidad del agente $i = 1, 2$ es (se entiende que $i \neq j$)

$$u_i(a_1, a_2|t_i) = \begin{cases} t_i - 20, & \text{si } a_i = \text{si y } a_j = \text{no;} \\ t_i, & \text{si } a_i = \text{no y } a_j = \text{si;} \\ t_i - 10, & \text{si } a_i = a_j = \text{si;} \\ 0, & \text{si } a_i = a_j = \text{no.} \end{cases}$$

- Observemos que

$$u_i(a_1, a_2|0) = \begin{cases} -20, & \text{si } a_i = \text{si y } a_j = \text{no;} \\ 0, & \text{si } a_i = \text{no y } a_j = \text{si;} \\ -10, & \text{si } a_i = a_j = \text{si;} \\ 0, & \text{si } a_i = a_j = \text{no.} \end{cases}$$

Es decir, la acción

$$a_i(0) = \text{no}$$

es estrategia dominante.

Información completa

- Supongamos que $\boxed{t_1 = 30 \text{ y } t_2 = 0}$. El juego es

	si	no
si	20, -10	10, 0
no	30, -20	0,0

- El EN es (si, no).
- Supongamos que $\boxed{t_1 = t_2 = 30}$. El juego es

	si	no
si	20, 20	10, 30
no	30, 10	0,0

- El EN es

$$\left(\frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}, \frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}\right)$$

Información completa

- Supongamos que $\boxed{t_1 = 30 \text{ y } t_2 = 0}$. El juego es

	si	no
si	20, -10	10, 0
no	30, -20	0,0

- El EN es (si, no).
- Supongamos que $\boxed{t_1 = t_2 = 30}$. El juego es

	si	no
si	20, 20	10, 30
no	30, 10	0,0

- El EN es

$$\left(\frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}, \frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}\right)$$

Información completa

- Supongamos que $\boxed{t_1 = 30 \text{ y } t_2 = 0}$. El juego es

	si	no
si	20, -10	10, 0
no	30, -20	0,0

- El EN es (si, no).
- Supongamos que $\boxed{t_1 = t_2 = 30}$. El juego es

	si	no
si	20, 20	10, 30
no	30, 10	0,0

- El EN es

$$\left(\frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}, \frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}\right)$$

Información completa

- Supongamos que $\boxed{t_1 = 30 \text{ y } t_2 = 0}$. El juego es

	si	no
si	20, -10	10, 0
no	30, -20	0,0

- El EN es (si, no).
- Supongamos que $\boxed{t_1 = t_2 = 30}$. El juego es

	si	no
si	20, 20	10, 30
no	30, 10	0,0

- El EN es

$$\left(\frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}, \frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}\right)$$

Información completa

- Supongamos que $\boxed{t_1 = 30 \text{ y } t_2 = 0}$. El juego es

	si	no
si	20, -10	10, 0
no	30, -20	0,0

- El EN es (si, no).
- Supongamos que $\boxed{t_1 = t_2 = 30}$. El juego es

	si	no
si	20, 20	10, 30
no	30, 10	0,0

- El EN es

$$\left(\frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}, \frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}\right)$$

Información completa

- Supongamos que $\boxed{t_1 = 30 \text{ y } t_2 = 0}$. El juego es

	si	no
si	20, -10	10, 0
no	30, -20	0,0

- El EN es (si, no).
- Supongamos que $\boxed{t_1 = t_2 = 30}$. El juego es

	si	no
si	20, 20	10, 30
no	30, 10	0,0

- El EN es

$$\left(\frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}, \frac{1}{2}\text{si} + \frac{1}{2}\text{no}\right)$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) =$ no.
- ¿Es $a_1(30) = a_2(30) =$ si un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) \quad +$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) =$ no.
- ¿Es $a_1(30) = a_2(30) =$ si un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) \quad +$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) =$ no.
- ¿Es $a_1(30) = a_2(30) =$ si un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) \quad +$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) \quad +$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) \quad +$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) \quad +$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) \quad + \quad (1-p)u_i(\text{si}, a_j(0)|30) =$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) \quad + \quad (1-p)u_i(\text{si}, a_j(0)|30) = pu_i(\text{si}, \text{si}|30)$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$\begin{aligned} pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) &+ (1-p)u_i(\text{si}, a_j(0)|30) = \\ pu_i(\text{si}, \text{si}|30) &+ (1-p)u_i(\text{si}, \text{no}|30) = \end{aligned}$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$\begin{aligned} pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) &+ (1-p)u_i(\text{si}, a_j(0)|30) = \\ pu_i(\text{si}, \text{si}|30) &+ (1-p)u_i(\text{si}, \text{no}|30) = \\ p(30-10) & \end{aligned}$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$\begin{aligned} pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) &+ (1-p)u_i(\text{si}, a_j(0)|30) = \\ pu_i(\text{si}, \text{si}|30) &+ (1-p)u_i(\text{si}, \text{no}|30) = \\ p(30-10) &+ (1-p)(30-20) = \end{aligned}$$

Información incompleta

- Vamos a buscar un **equilibrio simétrico en estrategias puras**.
- **Equilibrio simétrico** significa que $a_1(t) = a_2(t)$ para todo $t \in T$.
- En equilibrio, $a_1(0) = a_2(0) = \text{no}$.
- $\boxed{\text{¿Es } a_1(30) = a_2(30) = \text{si}}$ un equilibrio?
- Supongamos que $t_i = 30$. (el agente i tiene coche)
- El pago esperado de este agente con la estrategia anterior es

$$\begin{aligned} pu_i(\text{si}, a_j(30)|30) &+ (1-p)u_i(\text{si}, a_j(0)|30) = \\ pu_i(\text{si}, \text{si}|30) &+ (1-p)u_i(\text{si}, \text{no}|30) = \\ p(30-10) &+ (1-p)(30-20) = 10p + 10 \end{aligned}$$

Equilibrio simétrico en estrategias puras

- Mientras que si se desvía y sigue la estrategia $b_i = \text{no}$, su pago esperado es

$$pu_i(\text{no}, a_i(30)|30) \quad + \quad (1-p)u_i(\text{no}, a_i(0)|30) =$$

Equilibrio simétrico en estrategias puras

- Mientras que si se desvía y sigue la estrategia $b_i = \text{no}$, su pago esperado es

$$\begin{aligned} pu_i(\text{no}, a_i(30)|30) &+ (1-p)u_i(\text{no}, a_i(0)|30) = \\ pu_i(\text{no}, \text{si}|30) &+ (1-p)u_i(\text{no}, \text{no}|30) = \\ p(30-0) &+ (1-p) \times 0 = 30p \end{aligned}$$

Equilibrio simétrico en estrategias puras

- Mientras que si se desvía y sigue la estrategia $b_i = \text{no}$, su pago esperado es

$$\begin{aligned} pu_i(\text{no}, a_i(30)|30) &+ (1-p)u_i(\text{no}, a_i(0)|30) = \\ pu_i(\text{no}, \text{si}|30) &+ (1-p)u_i(\text{no}, \text{no}|30) = \\ p(30-0) &+ (1-p) \times 0 = 30p \end{aligned}$$

- Por tanto, la estrategia

$$a_1(30) = a_2(30) = \text{si}$$

es un EB si $10 + 10p \geq 30p$, es decir si $p \leq 1/2$.

- En resumen, si $p \leq 1/2$ hay un EB simétrico en estrategias puras

$$\begin{aligned} a_1(0) &= a_2(0) = \text{no} \\ a_1(30) &= a_2(30) = \text{si} \end{aligned}$$

- Este equilibrio es **eficiente**: Se construye la carretera si $t_1 + t_2 > 20$.

- En resumen, si $p \leq 1/2$ hay un EB simétrico en estrategias puras

$$\begin{aligned} a_1(0) &= a_2(0) = \text{no} \\ a_1(30) &= a_2(30) = \text{si} \end{aligned}$$

- Este equilibrio es **eficiente**: Se construye la carretera si $t_1 + t_2 > 20$.

¿Hay algún otro equilibrio simétrico en estrategias puras?

- ¿Es $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ un EB?
- El pago esperado con esta estrategia es 0.
- Mientras si un agente se desvía, su pago esperado es 10.
- Por lo tanto, $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ no es un EB.

¿Hay algún otro equilibrio simétrico en estrategias puras?

- ¿Es $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ un EB?
- El pago esperado con esta estrategia es 0.
- Mientras si un agente se desvía, su pago esperado es 10.
- Por lo tanto, $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ no es un EB.

¿Hay algún otro equilibrio simétrico en estrategias puras?

- ¿Es $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ un EB?
- El pago esperado con esta estrategia es 0.
- Mientras si un agente se desvía, su pago esperado es 10.
- Por lo tanto, $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ no es un EB.

¿Hay algún otro equilibrio simétrico en estrategias puras?

- ¿Es $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ un EB?
- El pago esperado con esta estrategia es 0.
- Mientras si un agente se desvía, su pago esperado es 10.
- Por lo tanto, $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ no es un EB.

¿Hay algún otro equilibrio simétrico en estrategias puras?

- ¿Es $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ un EB?
- El pago esperado con esta estrategia es 0.
- Mientras si un agente se desvía, su pago esperado es 10.
- Por lo tanto, $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ no es un EB.

¿Hay algún otro equilibrio simétrico en estrategias puras?

- ¿Es $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ un EB?
- El pago esperado con esta estrategia es 0.
- Mientras si un agente se desvía, su pago esperado es 10.
- Por lo tanto, $a_i(30) = a_i(0) =$ no $i = 1, 2$ no es un EB.

Información incompleta. Equilibrio simétrico en estrategias mixtas

- Ahora nos preguntamos si existe un EB simétrico en **estrategias mixtas** cuando $p > 1/2$.
- El equilibrio simétrico en estrategias mixtas debe ser de la forma

$$a_1(30) = a_2(30) = w\,\text{si} + (1-w)\,\text{no} =$$

- Supongamos que $\boxed{\text{el agente } i \text{ es de tipo } t_i = 30 = 30}$. Recordemos que una condición necesaria para que la estrategia de arriba sea un un EN en estrategias mixtas es que el agente esté indiferente entre $a_i(30) =$ si y $a_i(30) =$ no. Vamos a expresar esta condición.

Información incompleta. Equilibrio simétrico en estrategias mixtas

- Ahora nos preguntamos si existe un EB simétrico en **estrategias mixtas** cuando $p > 1/2$.
- El equilibrio simétrico en estrategias mixtas debe ser de la forma

$$a_1(30) = a_2(30) = w\,\text{si} + (1-w)\,\text{no} =$$

- Supongamos que el agente i es de tipo $t_i = 30 = 30$. Recordemos que una condición necesaria para que la estrategia de arriba sea un un EN en estrategias mixtas es que el agente esté indiferente entre $a_i(30) = \text{si}$ y $a_i(30) = \text{no}$. Vamos a expresar esta condición.

Información incompleta. Equilibrio simétrico en estrategias mixtas

- Ahora nos preguntamos si existe un EB simétrico en **estrategias mixtas** cuando $p > 1/2$.
- El equilibrio simétrico en estrategias mixtas debe ser de la forma

$$a_1(30) = a_2(30) = w\,\text{si} + (1-w)\,\text{no} =$$

- Supongamos que $\boxed{\text{el agente } i \text{ es de tipo } t_i = 30 = 30}$. Recordemos que una condición necesaria para que la estrategia de arriba sea un un EN en estrategias mixtas es que el agente esté indiferente entre $a_i(30) = \text{si}$ y $a_i(30) = \text{no}$. Vamos a expresar esta condición.

Información incompleta. Equilibrio simétrico en estrategias mixtas

- Ahora nos preguntamos si existe un EB simétrico en **estrategias mixtas** cuando $p > 1/2$.
- El equilibrio simétrico en estrategias mixtas debe ser de la forma

$$a_1(30) = a_2(30) = w\,\text{si} + (1-w)\,\text{no} =$$

- Supongamos que $\boxed{\text{el agente } i \text{ es de tipo } t_i = 30 = 30}$. Recordemos que una condición necesaria para que la estrategia de arriba sea un un EN en estrategias mixtas es que el agente esté indiferente entre $a_i(30) = \text{si}$ y $a_i(30) = \text{no}$. Vamos a expresar esta condición.

Información incompleta. Equilibrio simétrico en estrategias mixtas

- Ahora nos preguntamos si existe un EB simétrico en **estrategias mixtas** cuando $p > 1/2$.
- El equilibrio simétrico en estrategias mixtas debe ser de la forma

$$a_1(30) = a_2(30) = w\,\text{si} + (1-w)\,\text{no} =$$

- Supongamos que $\boxed{\text{el agente } i \text{ es de tipo } t_i = 30 = 30}$. Recordemos que una condición necesaria para que la estrategia de arriba sea un un EN en estrategias mixtas es que el agente esté indiferente entre $a_i(30) = \text{si}$ y $a_i(30) = \text{no}$. Vamos a expresar esta condición.

- Cuando el agente declara $a_i(30) = \text{si}$ y el otro agente $j \neq i$ sigue la estrategia mixta $a_j(30) = (w, 1-w)$ entonces el pago esperado para el agente i es

$$\begin{aligned} p\Big[w\, u_i(\text{si},\text{si}|30) &+ (1-w)\, u_i(\text{si},\text{no}|30)\Big] \\ &+ (1-p) u_i(\text{si},\text{no}|30) = \end{aligned}$$

- Cuando el agente declara $a_i(30) = \text{si}$ y el otro agente $j \neq i$ sigue la estrategia mixta $a_j(30) = (w, 1-w)$ entonces el pago esperado para el agente i es

$$
\begin{aligned}
p\Big[w\, u_i(\text{si},\text{si}|30) &+ (1-w)\, u_i(\text{si},\text{no}|30)\Big] \\
&+ (1-p) u_i(\text{si},\text{no}|30) = \\
p\Big[w(30-10) &+ (1-w)(30-20)\Big] + (1-p)(30-20) = \\
&= 10 + 10pw
\end{aligned}
$$

- Cuando el agente declara $a_i(30) = \text{si}$ y el otro agente $j \neq i$ sigue la estrategia mixta $a_j(30) = (w, 1-w)$ entonces el pago esperado para el agente i es

$$\begin{aligned} p\Big[w\, u_i(\text{si},\text{si}|30) &+ (1-w)\, u_i(\text{si},\text{no}|30)\Big] \\ &+ (1-p) u_i(\text{si},\text{no}|30) = \\ p\Big[w(30-10) &+ (1-w)(30-20)\Big] + (1-p)(30-20) = \\ &= 10 + 10pw \end{aligned}$$

- Si el agente declara $a_i(30) = \text{no}$ y el otro agente $j \neq i$ sigue la estrategia mixta $a_j(30) = (w, 1-w)$ entonces el pago esperado para el agente i es

$$\begin{aligned} p\Big[w\, u_i(\text{no},\text{si}|30) &+ (1-w)\, u_i(\text{no},\text{no}|30)\Big] \\ &+ (1-p) u_i(\text{no},\text{no}|30) = \end{aligned}$$

- Cuando el agente declara $a_i(30) = \text{si}$ y el otro agente $j \neq i$ sigue la estrategia mixta $a_j(30) = (w, 1-w)$ entonces el pago esperado para el agente i es

$$\begin{aligned} p\Big[w\, u_i(\text{si},\text{si}|30) &+ (1-w)\, u_i(\text{si},\text{no}|30)\Big] \\ &+ (1-p) u_i(\text{si},\text{no}|30) = \\ p\Big[w(30-10) &+ (1-w)(30-20)\Big] + (1-p)(30-20) = \\ &= 10 + 10pw \end{aligned}$$

- Si el agente declara $a_i(30) = \text{no}$ y el otro agente $j \neq i$ sigue la estrategia mixta $a_j(30) = (w, 1-w)$ entonces el pago esperado para el agente i es

$$\begin{aligned} p\Big[w\, u_i(\text{no},\text{si}|30) &+ (1-w)\, u_i(\text{no},\text{no}|30)\Big] \\ &+ (1-p) u_i(\text{no},\text{no}|30) = \\ p\Big[w \cdot 30 &+ (1-w)\cdot 0\Big] + (1-p)\cdot 0 = \\ &= 30pw \end{aligned}$$

- Por tanto la estrategia $a_1(30) = a_2(30) = w\,\text{si} + (1-w)\,\text{no}$ es un EB si

$$10 + 10pw = 30pw$$

es decir si

$$w = \frac{1}{2p} \qquad \frac{1}{2} \leq p \leq 1$$

- En conclusión, hemos encontrado que
  1. Si $p \leq 1/2$ entonces

$$a_i(0) = \text{no}, \quad a_i(30) = \text{si}$$

es un EB.
  2. Si $p > 1/2$ entonces

$$a_i(0) = \text{no}, \quad a_i(30) = \frac{1}{2p}\,\text{si} + (1 - \frac{1}{2p})\,\text{no}$$

es un EB.

- Por tanto la estrategia $a_1(30) = a_2(30) = w\,\text{si} + (1-w)\,\text{no}$ es un EB si

$$10 + 10pw = 30pw$$

es decir si

$$w = \frac{1}{2p} \qquad \frac{1}{2} \leq p \leq 1$$

- En conclusión, hemos encontrado que
  1. Si $p \leq 1/2$ entonces

$$a_i(0) = \text{no}, \quad a_i(30) = \text{si}$$

es un EB.
  2. Si $p > 1/2$ entonces

$$a_i(0) = \text{no}, \quad a_i(30) = \frac{1}{2p}\,\text{si} + (1 - \frac{1}{2p})\,\text{no}$$

es un EB.

Eficiencia

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea eficiente construir la carretera?
- Hay cuatro casos posibles para los agentes,

	$(30,30)$	$(30,0)$	$(0,30)$	$(0,0)$
Eficiente	si	si	si	no
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$

- La probabilidad de que construir la carretera sea eficiente es

$$p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2$$

Eficiencia

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea eficiente construir la carretera?
- Hay cuatro casos posibles para los agentes,

	$(30, 30)$	$(30, 0)$	$(0, 30)$	$(0, 0)$
Eficiente	si	si	si	no
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$

- La probabilidad de que construir la carretera sea eficiente es

$$p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2$$

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carretera se construya siguiendo el mecanismo A?
- si $p \leq 1/2$,

	$(30,30)$	$(30,0)$	$(0,30)$	$(0,0)$
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
prob constr.	1	1	1	0

- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 \leq \frac{1}{2}$$

- La probabilidad de construir la carretera coincide con la probabilidad de que sea eficiente construirla.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carretera se construya siguiendo el mecanismo A?
- si $p \leq 1/2$,

	$(30, 30)$	$(30, 0)$	$(0, 30)$	$(0, 0)$
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
prob constr.	1	1	1	0

- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 \leq \frac{1}{2}$$

- La probabilidad de construir la carretera coincide con la probabilidad de que sea eficiente construirla.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carretera se construya siguiendo el mecanismo A?
- si $p \leq 1/2$,

	$(30,30)$	$(30,0)$	$(0,30)$	$(0,0)$
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
prob constr.	1	1	1	0

- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 \leq \frac{1}{2}$$

- La probabilidad de construir la carretera coincide con la probabilidad de que sea eficiente construirla.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carretera se construya siguiendo el mecanismo A?
- si $p \leq 1/2$,

	$(30,30)$	$(30,0)$	$(0,30)$	$(0,0)$
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
prob constr.	1	1	1	0

- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 \leq \frac{1}{2}$$

- La probabilidad de construir la carretera coincide con la probabilidad de que sea eficiente construirla.

- Pero si $p > 1/2$,

	$(30, 30)$	$(30, 0)$	$(0, 30)$	$(0, 0)$
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
prob. constr.	$1-(1-w)^2 = 2w - w^2$	w	w	0

- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2(2w - w^2) + 2p(1-p)w = \frac{3}{4}$$

- El mecanismo es ineficiente con probabilidad

$$p^2(1-w)^2 + 2p(1-p)(1-w) = 2p - p^2 - \frac{3}{4}$$

- Pero si $p > 1/2$,

	$(30, 30)$	$(30, 0)$	$(0, 30)$	$(0, 0)$
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
prob. constr.	$1-(1-w)^2 = 2w - w^2$	w	w	0

- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2(2w - w^2) + 2p(1-p)w = \frac{3}{4}$$

- El mecanismo es ineficiente con probabilidad

$$p^2(1-w)^2 + 2p(1-p)(1-w) = 2p - p^2 - \frac{3}{4}$$

- Pero si $p > 1/2$,

	$(30, 30)$	$(30, 0)$	$(0, 30)$	$(0, 0)$
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
prob. constr.	$1-(1-w)^2 = 2w - w^2$	w	w	0

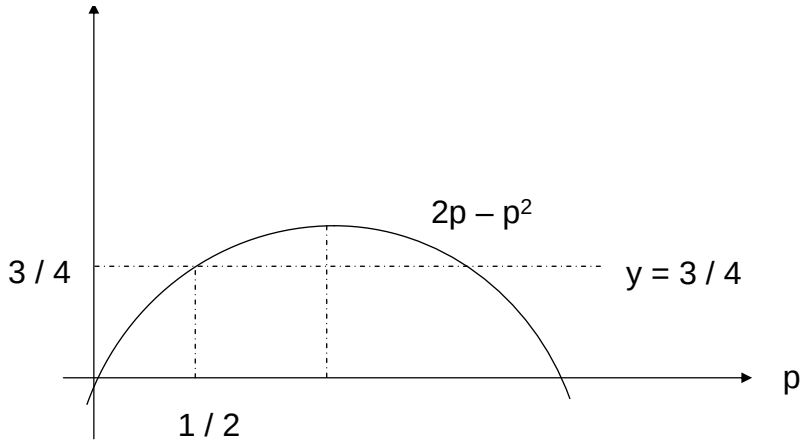
- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2(2w - w^2) + 2p(1-p)w = \frac{3}{4}$$

- El mecanismo es ineficiente con probabilidad

$$p^2(1-w)^2 + 2p(1-p)(1-w) = 2p - p^2 - \frac{3}{4}$$

- La gráfica de la función $2p - p^2$ es

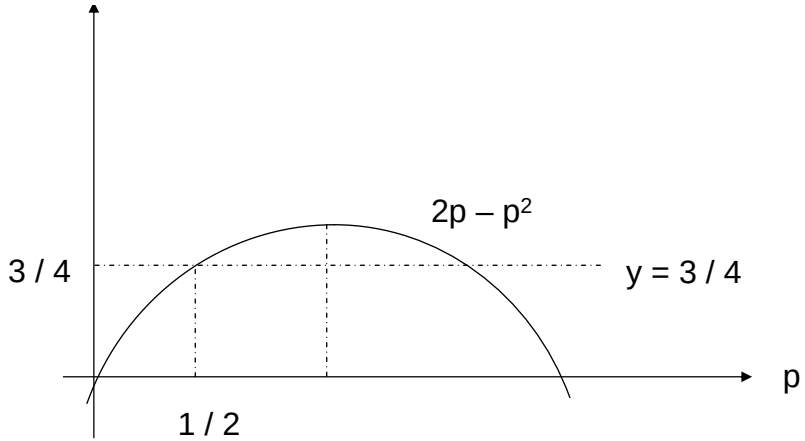


- Vemos que si $1/2 < p \leq 1$, entonces

$$2p - p^2 > \frac{3}{4}$$

- La probabilidad de construir la carretera es menor que la probabilidad de que sea eficiente construirla.

- La gráfica de la función $2p - p^2$ es

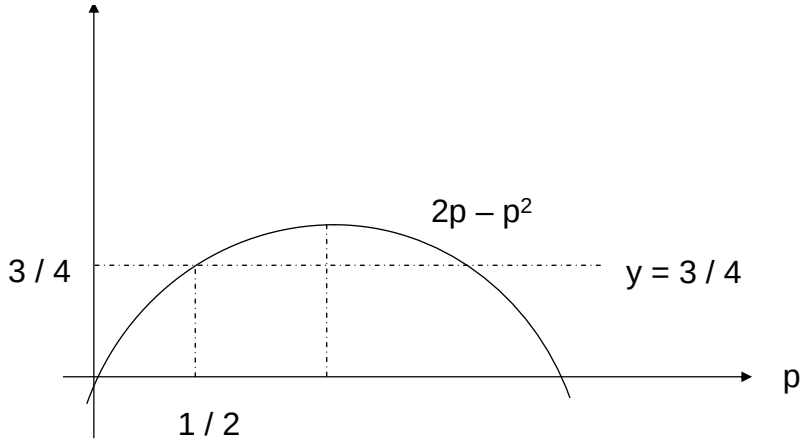


- Vemos que si $1/2 < p \leq 1$, entonces

$$2p - p^2 > \frac{3}{4}$$

- La probabilidad de construir la carretera es menor que la probabilidad de que sea eficiente construirla.

- La gráfica de la función $2p - p^2$ es



- Vemos que si $1/2 < p \leq 1$, entonces

$$2p - p^2 > \frac{3}{4}$$

- La probabilidad de construir la carretera es menor que la probabilidad de que sea eficiente construirla.

Mecanismo B

- Ordenamos los agentes $i = 1, 2$. El agente 1 indica cuánto está dispuesto a pagar por construir la carretera: $\xi_1 \in [0, 20]$.
- El individuo 2 conociendo ξ_1 informa que su decisión es
  1. **'si'**: y entonces la carretera se construye y los agentes pagan las cantidades ξ_1 y $\xi_2 = 20 - \xi_1$.
  2. **'no'**: y entonces la carretera no se construye y los agentes pagan las cantidades $\xi_1 = 0$ y $\xi_2 = 0$.
- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.

Mecanismo B

- Ordenamos los agentes $i = 1, 2$. El agente 1 indica cuánto está dispuesto a pagar por construir la carretera: $\xi_1 \in [0, 20]$.
- El individuo 2 conociendo ξ_1 informa que su decisión es
  1. **'si'**: y entonces la carretera se construye y los agentes pagan las cantidades ξ_1 y $\xi_2 = 20 - \xi_1$.
  2. **'no'**: y entonces la carretera no se construye y los agentes pagan las cantidades $\xi_1 = 0$ y $\xi_2 = 0$.
- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.

Mecanismo B

- Ordenamos los agentes $i = 1, 2$. El agente 1 indica cuánto está dispuesto a pagar por construir la carretera: $\xi_1 \in [0, 20]$.
- El individuo 2 conociendo ξ_1 informa que su decisión es
  1. **'si'**: y entonces la carretera se construye y los agentes pagan las cantidades ξ_1 y $\xi_2 = 20 - \xi_1$.
  2. **'no'**: y entonces la carretera no se construye y los agentes pagan las cantidades $\xi_1 = 0$ y $\xi_2 = 0$.
- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.

Mecanismo B

- Ordenamos los agentes $i = 1, 2$. El agente 1 indica cuánto está dispuesto a pagar por construir la carretera: $\xi_1 \in [0, 20]$.
- El individuo 2 conociendo ξ_1 informa que su decisión es
  1. **'si'**: y entonces la carretera se construye y los agentes pagan las cantidades ξ_1 y $\xi_2 = 20 - \xi_1$.
  2. **'no'**: y entonces la carretera no se construye y los agentes pagan las cantidades $\xi_1 = 0$ y $\xi_2 = 0$.
- Vamos a escribir este mecanismo en forma de Juego Bayesiano y analizar los equilibrios.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. También utilizaremos como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30) = p$$

- Los conjuntos de acciones de los agentes son $A_1 = [0, 20]$, $A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente 1 es una función $a_1 : T_1 \to A_1$. La estrategia del agente 2 es una función $a_2 : T_2 \times A_1 \to A_2$.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. También utilizaremos como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30) = p$$

- Los conjuntos de acciones de los agentes son $A_1 = [0, 20]$, $A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente 1 es una función $a_1 : T_1 \to A_1$. La estrategia del agente 2 es una función $a_2 : T_2 \times A_1 \to A_2$.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. También utilizaremos como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30) = p$$

- Los conjuntos de acciones de los agentes son $A_1 = [0, 20]$, $A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente 1 es una función $a_1 : T_1 \to A_1$. La estrategia del agente 2 es una función $a_2 : T_2 \times A_1 \to A_2$.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. También utilizaremos como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30) = p$$

- Los conjuntos de acciones de los agentes son $A_1 = [0, 20]$, $A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente 1 es una función $a_1 : T_1 \longrightarrow A_1$. La estrategia del agente 2 es una función $a_2 : T_2 \times A_1 \longrightarrow A_2$.

- Los tipos de los agentes son $T = T_1 = T_2 = \{\text{coche}, \text{no coche}\}$. También utilizaremos como tipo el valor que cada uno asigna a construir la carretera $T = T_1 = T_2 = \{0, 30\}$.
- La probabilidad de cada tipo es $p(0) = 1 - p$, $p(30) = p$. Estas son las conjeturas de los agentes

$$p_i(t_j = 30) = p$$

- Los conjuntos de acciones de los agentes son $A_1 = [0, 20]$, $A_2 = \{\text{si}, \text{no}\}$.
- Denotamos la acción del agente $i = 1, 2$ por a_i. La estrategia del agente 1 es una función $a_1 : T_1 \longrightarrow A_1$. La estrategia del agente 2 es una función $a_2 : T_2 \times A_1 \longrightarrow A_2$.

Funciones de utilidad

- La función de utilidad del agente 1 es

$$u_1(a_1, a_2, t_1) = \begin{cases} t_1 - a_1, & \text{si } a_2 = \text{si}; \\ 0, & \text{si } a_2 = \text{no}. \end{cases}$$

- La función de utilidad del agente 2 es

$$u_2(a_1, a_2|t_1) = \begin{cases} t_2 - (20 - a_1), & \text{si } a_2 = \text{si}; \\ 0, & \text{si } a_2 = \text{no}. \end{cases}$$

Funciones de utilidad

- La función de utilidad del agente 1 es

$$u_1(a_1, a_2, t_1) = \begin{cases} t_1 - a_1, & \text{si } a_2 = \text{si}; \\ 0, & \text{si } a_2 = \text{no}. \end{cases}$$

- La función de utilidad del agente 2 es

$$u_2(a_1, a_2|t_1) = \begin{cases} t_2 - (20 - a_1), & \text{si } a_2 = \text{si}; \\ 0, & \text{si } a_2 = \text{no}. \end{cases}$$

Segunda etapa

- vamos a calcular los EB. Como es un juego secuencial, lo resolvemos por inducción hacia atrás. Primero analizamos las acciones del jugador 2.
- Si el jugador 1 elige la acción a_1, los pagos del jugador 2 son
  1. $u_2 = t_2 - (20 - a_1) = t_2 - 20 + a_1$, cuando $a_2 = \text{si}$.
  2. $u_2 = 0$, cuando $a_2 = \text{no}$.
- La mejor respuesta del jugador 1 es

$$a_2(30, a_1) = \text{si}, \qquad a_2(0, a_1) = \begin{cases} \text{no} & \text{si } a_1 < 20; \\ \text{si}, & \text{si } a_1 = 20. \end{cases}$$

Segunda etapa

- vamos a calcular los EB. Como es un juego secuencial, lo resolvemos por inducción hacia atrás. Primero analizamos las acciones del jugador 2.
- Si el jugador 1 elige la acción a_1, los pagos del jugador 2 son
  1. $u_2 = t_2 - (20 - a_1) = t_2 - 20 + a_1$, cuando $a_2 = \text{si}$.
  2. $u_2 = 0$, cuando $a_2 = \text{no}$.
- La mejor respuesta del jugador 1 es

$$a_2(30, a_1) = \text{si}, \qquad a_2(0, a_1) = \begin{cases} \text{no} & \text{si } a_1 < 20; \\ \text{si}, & \text{si } a_1 = 20. \end{cases}$$

Segunda etapa

- vamos a calcular los EB. Como es un juego secuencial, lo resolvemos por inducción hacia atrás. Primero analizamos las acciones del jugador 2.
- Si el jugador 1 elige la acción a_1, los pagos del jugador 2 son
  1. $u_2 = t_2 - (20 - a_1) = t_2 - 20 + a_1$, cuando $a_2 = \text{si}$.
  2. $u_2 = 0$, cuando $a_2 = \text{no}$.
- La mejor respuesta del jugador 1 es

$$a_2(30, a_1) = \text{si}, \qquad a_2(0, a_1) = \begin{cases} \text{no} & \text{si } a_1 < 20; \\ \text{si}, & \text{si } a_1 = 20. \end{cases}$$

Segunda etapa

- vamos a calcular los EB. Como es un juego secuencial, lo resolvemos por inducción hacia atrás. Primero analizamos las acciones del jugador 2.
- Si el jugador 1 elige la acción a_1, los pagos del jugador 2 son
  1. $u_2 = t_2 - (20 - a_1) = t_2 - 20 + a_1$, cuando $a_2 = \text{si}$.
  2. $u_2 = 0$, cuando $a_2 = \text{no}$.
- La mejor respuesta del jugador 1 es

$$a_2(30, a_1) = \text{si}, \qquad a_2(0, a_1) = \begin{cases} \text{no} & \text{si } a_1 < 20; \\ \text{si}, & \text{si } a_1 = 20. \end{cases}$$

Primera etapa

- El jugador 1 anticipa la reacción del jugador 2.
- Si el tipo del jugador 1 es $\boxed{t_1 = 0}$, su mejor estrategia es elegir $a_1(0) = 0$.
- Supongamos ahora que el tipo del jugador 2 es $\boxed{t_1 = 30}$ y busquemos su estrategia óptima.
- Si su mensaje es $a_1 = 20$, entonces su utilidad esperada es 10.
- Si su mensaje es $a_1 < 20$, entonces su utilidad esperada es

$$p(30 - a_1) + (1 - p) \cdot 0 = 30p - pa_1$$

- Es decir, Entre todos los mensajes $a_1 < 20$ su estrategia óptima es elegir $a_1 = 0$.Y su utilidad esperada sería $30p$.

Primera etapa

- El jugador 1 anticipa la reacción del jugador 2.
- Si el tipo del jugador 1 es $\boxed{t_1 = 0}$, su mejor estrategia es elegir $a_1(0) = 0$.
- Supongamos ahora que el tipo del jugador 2 es $\boxed{t_1 = 30}$ y busquemos su estrategia óptima.
- Si su mensaje es $a_1 = 20$, entonces su utilidad esperada es 10.
- Si su mensaje es $a_1 < 20$, entonces su utilidad esperada es

$$p(30 - a_1) + (1 - p) \cdot 0 = 30p - pa_1$$

- Es decir, Entre todos los mensajes $a_1 < 20$ su estrategia óptima es elegir $a_1 = 0$.Y su utilidad esperada sería $30p$.

Primera etapa

- El jugador 1 anticipa la reacción del jugador 2.
- Si el tipo del jugador 1 es $\boxed{t_1 = 0}$, su mejor estrategia es elegir $a_1(0) = 0$.
- Supongamos ahora que el tipo del jugador 2 es $\boxed{t_1 = 30}$ y busquemos su estrategia óptima.
- Si su mensaje es $a_1 = 20$, entonces su utilidad esperada es 10.
- Si su mensaje es $a_1 < 20$, entonces su utilidad esperada es

$$p(30 - a_1) + (1 - p) \cdot 0 = 30p - pa_1$$

- Es decir, Entre todos los mensajes $a_1 < 20$ su estrategia óptima es elegir $a_1 = 0$.Y su utilidad esperada sería $30p$.

Primera etapa

- El jugador 1 anticipa la reacción del jugador 2.
- Si el tipo del jugador 1 es $\boxed{t_1 = 0}$, su mejor estrategia es elegir $a_1(0) = 0$.
- Supongamos ahora que el tipo del jugador 2 es $\boxed{t_1 = 30}$ y busquemos su estrategia óptima.
- Si su mensaje es $a_1 = 20$, entonces su utilidad esperada es 10.
- Si su mensaje es $a_1 < 20$, entonces su utilidad esperada es

$$p(30 - a_1) + (1 - p) \cdot 0 = 30p - pa_1$$

- Es decir, Entre todos los mensajes $a_1 < 20$ su estrategia óptima es elegir $a_1 = 0$.Y su utilidad esperada sería $30p$.

Primera etapa

- El jugador 1 anticipa la reacción del jugador 2.
- Si el tipo del jugador 1 es $\boxed{t_1 = 0}$, su mejor estrategia es elegir $a_1(0) = 0$.
- Supongamos ahora que el tipo del jugador 2 es $\boxed{t_1 = 30}$ y busquemos su estrategia óptima.
- Si su mensaje es $a_1 = 20$, entonces su utilidad esperada es 10.
- Si su mensaje es $a_1 < 20$, entonces su utilidad esperada es

$$p(30 - a_1) + (1 - p) \cdot 0 = 30p - pa_1$$

- Es decir, Entre todos los mensajes $a_1 < 20$ su estrategia óptima es elegir $a_1 = 0$.Y su utilidad esperada sería $30p$.

Primera etapa

- El jugador 1 anticipa la reacción del jugador 2.
- Si el tipo del jugador 1 es $\boxed{t_1 = 0}$, su mejor estrategia es elegir $a_1(0) = 0$.
- Supongamos ahora que el tipo del jugador 2 es $\boxed{t_1 = 30}$ y busquemos su estrategia óptima.
- Si su mensaje es $a_1 = 20$, entonces su utilidad esperada es 10.
- Si su mensaje es $a_1 < 20$, entonces su utilidad esperada es

$$p(30 - a_1) + (1 - p) \cdot 0 = 30p - pa_1$$

- Es decir, Entre todos los mensajes $a_1 < 20$ su estrategia óptima es elegir $a_1 = 0$. Y su utilidad esperada sería $30p$.

Primera etapa

- El jugador 1 anticipa la reacción del jugador 2.
- Si el tipo del jugador 1 es $\boxed{t_1 = 0}$, su mejor estrategia es elegir $a_1(0) = 0$.
- Supongamos ahora que el tipo del jugador 2 es $\boxed{t_1 = 30}$ y busquemos su estrategia óptima.
- Si su mensaje es $a_1 = 20$, entonces su utilidad esperada es 10.
- Si su mensaje es $a_1 < 20$, entonces su utilidad esperada es

$$p(30 - a_1) + (1 - p) \cdot 0 = 30p - pa_1$$

- Es decir, Entre todos los mensajes $a_1 < 20$ su estrategia óptima es elegir $a_1 = 0$.Y su utilidad esperada sería $30p$.

- El jugador 1 debe decidir si su mensaje es $a_1 = 20$ o $a_1 = 0$.
- Elige $a_1 = 0$ si $30p > 10$. O lo que es lo mismo si

$$p > \frac{1}{3}$$

- En conclusión

$$a_1(0) = 0 \qquad a_1(30) = \begin{cases} 0, & \text{si } p > 1/3; \\ 20, & \text{si } p < 1/3; \\ w \in [0, 20], & \text{si } p = 1/3. \end{cases}$$

- El jugador 1 debe decidir si su mensaje es $a_1 = 20$ o $a_1 = 0$.
- Elige $a_1 = 0$ si $30p > 10$. O lo que es lo mismo si

$$p > \frac{1}{3}$$

- En conclusión

$$a_1(0) = 0 \qquad a_1(30) = \begin{cases} 0, & \text{si } p > 1/3; \\ 20, & \text{si } p < 1/3; \\ w \in [0, 20], & \text{si } p = 1/3. \end{cases}$$

- El jugador 1 debe decidir si su mensaje es $a_1 = 20$ o $a_1 = 0$.
- Elige $a_1 = 0$ si $30p > 10$. O lo que es lo mismo si

$$p > \frac{1}{3}$$

- En conclusión

$$a_1(0) = 0 \qquad a_1(30) = \begin{cases} 0, & \text{si } p > 1/3; \\ 20, & \text{si } p < 1/3; \\ w \in [0, 20], & \text{si } p = 1/3. \end{cases}$$

- El jugador 1 debe decidir si su mensaje es $a_1 = 20$ o $a_1 = 0$.
- Elige $a_1 = 0$ si $30p > 10$. O lo que es lo mismo si

$$p > \frac{1}{3}$$

- En conclusión

$$a_1(0) = 0 \qquad a_1(30) = \begin{cases} 0, & \text{si } p > 1/3; \\ 20, & \text{si } p < 1/3; \\ w \in [0, 20], & \text{si } p = 1/3. \end{cases}$$

Equilibrio

- En resumen, el EB es

$$a_1(0) = 0 \qquad a_1(30) = \begin{cases} 0, & \text{si } p > 1/3; \\ 20, & \text{si } p < 1/3; \\ w \in [0, 20], & \text{si } p = 1/3. \end{cases}$$

$$a_2(30, a_1) = \text{si}, \qquad a_2(0, a_1) = \begin{cases} \text{no} & \text{si } a_1 < 20; \\ \text{si}, & \text{si } a_1 = 20. \end{cases}$$

Eficiencia

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carretera se construya siguiendo el mecanismo B?

	$(30, 30)$	$(30, 0)$	$(0, 30)$	$(0, 0)$
Eficiente	si	si	si	no
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
carretera se construye	si	si cuando $p < 1/3$ no cuando $p > 1/3$	si	no

- La probabilidad de que construir la carretera sea eficiente es $p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2$.
- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 \quad \text{si } p < 1/3$$
$$p^2 + p(1-p) = p \quad \text{si } p > 1/3$$

- El mecanismo es ineficiente con probabilidad $p(1-p) = p - p^2$.

Eficiencia

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carretera se construya siguiendo el mecanismo B?

	$(30, 30)$	$(30, 0)$	$(0, 30)$	$(0, 0)$
Eficiente	si	si	si	no
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
carretera se construye	si	si cuando $p < 1/3$ no cuando $p > 1/3$	si	no

- La probabilidad de que construir la carretera sea eficiente es $p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2$.
- La probabilidad de construir la carretera es

$$p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 \quad \text{si } p < 1/3$$
$$p^2 + p(1-p) = p \quad \text{si } p > 1/3$$

- El mecanismo es ineficiente con probabilidad $p(1-p) = p - p^2$.

Eficiencia

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carretera se construya siguiendo el mecanismo B?

	$(30, 30)$	$(30, 0)$	$(0, 30)$	$(0, 0)$
Eficiente	si	si	si	no
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
carretera se construye	si	si cuando $p < 1/3$ no cuando $p > 1/3$	si	no

- La probabilidad de que construir la carretera sea eficiente es $p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2$.
- La probabilidad de construir la carretera es

$$\begin{aligned} p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 & \quad \text{si } p < 1/3 \\ p^2 + p(1-p) = p & \quad \text{si } p > 1/3 \end{aligned}$$

- El mecanismo es ineficiente con probabilidad $p(1-p) = p - p^2$.

Eficiencia

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carretera se construya siguiendo el mecanismo B?

	$(30,30)$	$(30,0)$	$(0,30)$	$(0,0)$
Eficiente	si	si	si	no
prob	p^2	$p(1-p)$	$p(1-p)$	$(1-p)^2$
carretera se construye	si	si cuando $p < 1/3$ no cuando $p > 1/3$	si	no

- La probabilidad de que construir la carretera sea eficiente es $p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2$.
- La probabilidad de construir la carretera es

$$\begin{aligned} p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 \quad & \text{si } p < 1/3 \\ p^2 + p(1-p) = p \quad & \text{si } p > 1/3 \end{aligned}$$

- El mecanismo es ineficiente con probabilidad $p(1-p) = p - p^2$.

- ¿Cuál de los dos mecanismos es más eficiente?
- El mecanismo A es más ineficiente que B si

$$2p - p^2 - \frac{3}{4} > p - p^2$$

es decir si

$$p > \frac{3}{4}$$

Jurados

- Una persona es acusada de un crimen. La persona puede ser culpable ($w = C$) o inocente ($w = I$).
- La experiencia anterior, conocida por todos, demuestra que, cuando el caso se lleva a juicio, la probabilidad de que el acusado sea culpable es $\text{prob}(w = C) = \pi$.
- El jurado (formado por al menos un agente) estudia la evidencia presentada en el juicio y llega a la conclusión (quizá de forma equivocada) de que el acusado es culpable ($s = c$) o inocente ($s = i$).
- Dada la evidencia presentada, la probabilidad de que el jurado llegue a la conclusión correcta es p cuando el acusado es culpable y q cuando es inocente.
- Ante la evidencia presentada y sabiendo que se puede equivocar, cada miembro del emite una veredicto de culpabilidad ($a = C$) o inocencia ($a = I$) del acusado. (a no tiene por qué coincidir con s).

Jurados

- Una persona es acusada de un crimen. La persona puede ser culpable ($w = C$) o inocente ($w = I$).
- La experiencia anterior, conocida por todos, demuestra que, cuando el caso se lleva a juicio, la probabilidad de que el acusado sea culpable es $\text{prob}(w = C) = \pi$.
- El jurado (formado por al menos un agente) estudia la evidencia presentada en el juicio y llega a la conclusión (quizá de forma equivocada) de que el acusado es culpable ($s = c$) o inocente ($s = i$).
- Dada la evidencia presentada, la probabilidad de que el jurado llegue a la conclusión correcta es p cuando el acusado es culpable y q cuando es inocente.
- Ante la evidencia presentada y sabiendo que se puede equivocar, cada miembro del emite una veredicto de culpabilidad ($a = C$) o inocencia ($a = I$) del acusado. (a no tiene por qué coincidir con s).

Jurados

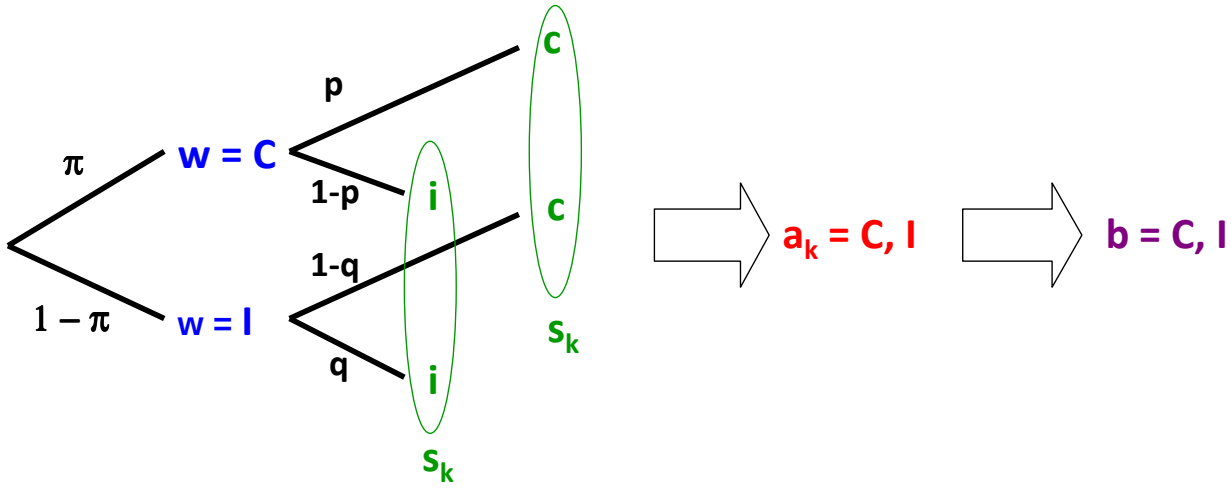
- Una persona es acusada de un crimen. La persona puede ser culpable ($w = C$) o inocente ($w = I$).
- La experiencia anterior, conocida por todos, demuestra que, cuando el caso se lleva a juicio, la probabilidad de que el acusado sea culpable es $\text{prob}(w = C) = \pi$.
- El jurado (formado por al menos un agente) estudia la evidencia presentada en el juicio y llega a la conclusión (quizá de forma equivocada) de que el acusado es culpable ($s = c$) o inocente ($s = i$).
- Dada la evidencia presentada, la probabilidad de que el jurado llegue a la conclusión correcta es p cuando el acusado es culpable y q cuando es inocente.
- Ante la evidencia presentada y sabiendo que se puede equivocar, cada miembro del emite una veredicto de culpabilidad ($a = C$) o inocencia ($a = I$) del acusado. (a no tiene por qué coincidir con s).

Jurados

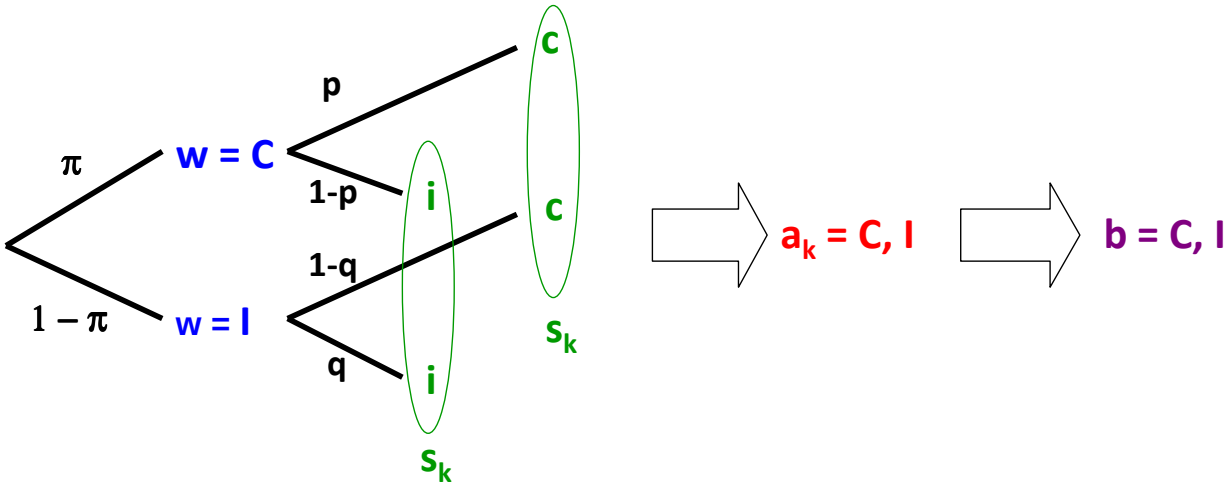
- Una persona es acusada de un crimen. La persona puede ser culpable ($w = C$) o inocente ($w = I$).
- La experiencia anterior, conocida por todos, demuestra que, cuando el caso se lleva a juicio, la probabilidad de que el acusado sea culpable es prob $(w = C) = \pi$.
- El jurado (formado por al menos un agente) estudia la evidencia presentada en el juicio y llega a la conclusión (quizá de forma equivocada) de que el acusado es culpable ($s = c$) o inocente ($s = i$).
- Dada la evidencia presentada, la probabilidad de que el jurado llegue a la conclusión correcta es p cuando el acusado es culpable y q cuando es inocente.
- Ante la evidencia presentada y sabiendo que se puede equivocar, cada miembro del emite una veredicto de culpabilidad ($a = C$) o inocencia ($a = I$) del acusado. (a no tiene por qué coincidir con s).

Jurados

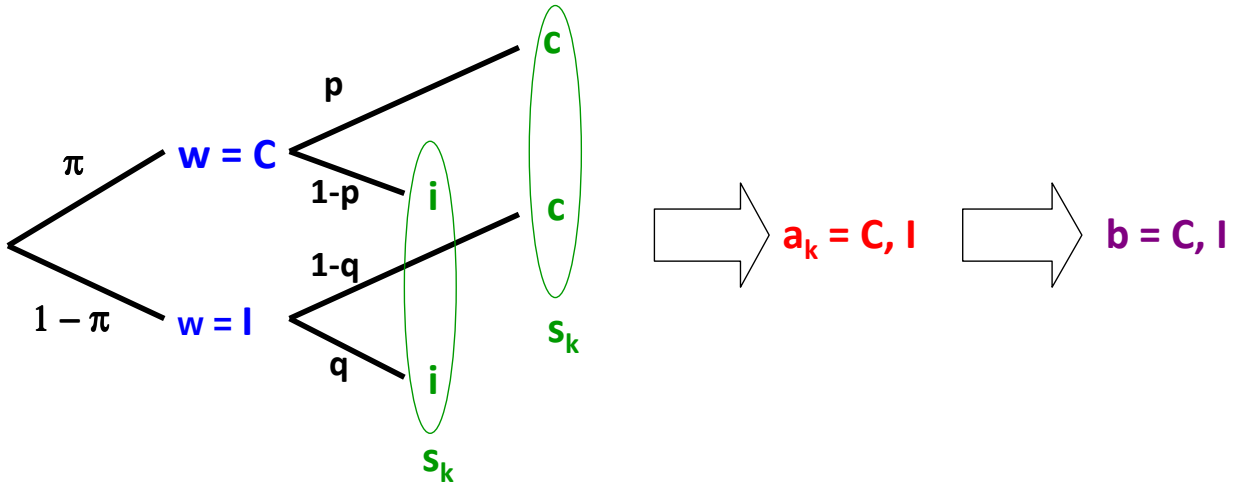
- Una persona es acusada de un crimen. La persona puede ser culpable ($w = C$) o inocente ($w = I$).
- La experiencia anterior, conocida por todos, demuestra que, cuando el caso se lleva a juicio, la probabilidad de que el acusado sea culpable es $\text{prob}(w = C) = \pi$.
- El jurado (formado por al menos un agente) estudia la evidencia presentada en el juicio y llega a la conclusión (quizá de forma equivocada) de que el acusado es culpable ($s = c$) o inocente ($s = i$).
- Dada la evidencia presentada, la probabilidad de que el jurado llegue a la conclusión correcta es p cuando el acusado es culpable y q cuando es inocente.
- Ante la evidencia presentada y sabiendo que se puede equivocar, cada miembro del emite una veredicto de culpabilidad ($a = C$) o inocencia ($a = I$) del acusado. (a no tiene por qué coincidir con s).



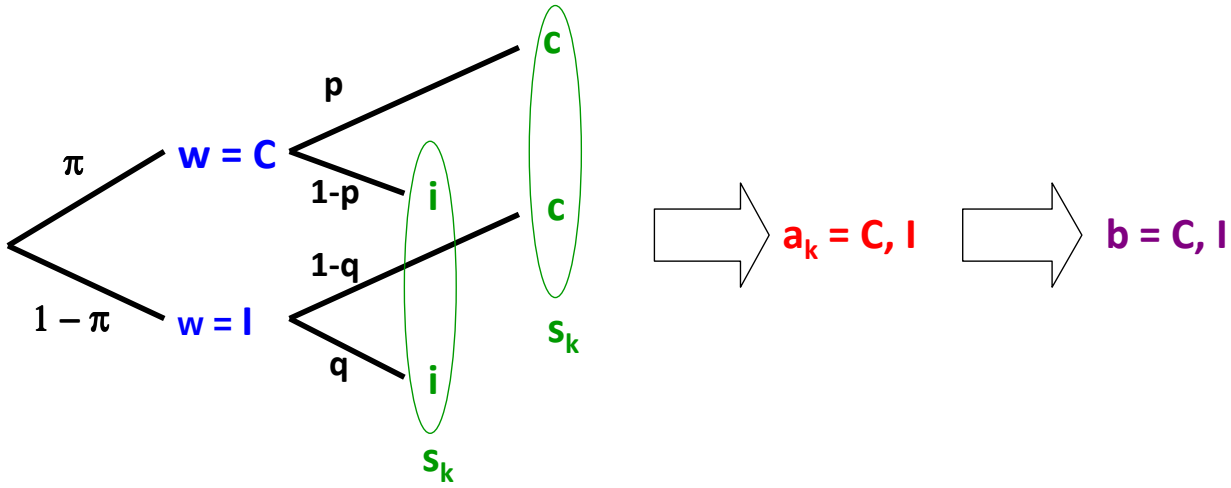
- Si sólo hay un agente, el veredicto del juez (b) coincide con el veredicto del jurado.
- Cuando el jurado se compone de dos o más agentes,
  - Los agentes del jurado no pueden intercambiar información.
  - El veredicto final del juez sólo es de culpabilidad cuando todos los agentes declaran culpable al acusado. Si algún jurado declara inocente al acusado, el juez lo declara también inocente.



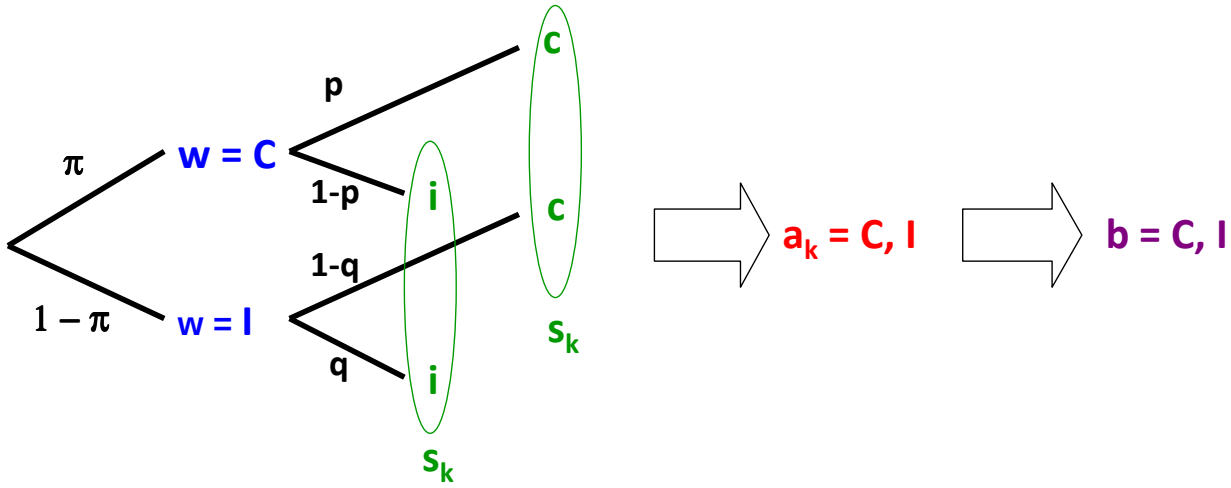
- Si sólo hay un agente, el veredicto del juez (b) coincide con el veredicto del jurado.
- Cuando el jurado se compone de dos o más agentes,
  - Los agentes del jurado no pueden intercambiar información.
  - El veredicto final del juez sólo es de culpabilidad cuando todos los agentes declaran culpable al acusado. Si algún jurado declara inocente al acusado, el juez lo declara también inocente.



- Si sólo hay un agente, el veredicto del juez (b) coincide con el veredicto del jurado.
- Cuando el jurado se compone de dos o más agentes,
  - Los agentes del jurado no pueden intercambiar información.
  - El veredicto final del juez sólo es de culpabilidad cuando todos los agentes declaran culpable al acusado. Si algún jurado declara inocente al acusado, el juez lo declara también inocente.



- Si sólo hay un agente, el veredicto del juez (b) coincide con el veredicto del jurado.
- Cuando el jurado se compone de dos o más agentes,
  - Los agentes del jurado no pueden intercambiar información.
  - El veredicto final del juez sólo es de culpabilidad cuando todos los agentes declaran culpable al acusado. Si algún jurado declara inocente al acusado, el juez lo declara también inocente.



- Si sólo hay un agente, el veredicto del juez (b) coincide con el veredicto del jurado.
- Cuando el jurado se compone de dos o más agentes,
  - Los agentes del jurado no pueden intercambiar información.
  - El veredicto final del juez sólo es de culpabilidad cuando todos los agentes declaran culpable al acusado. Si algún jurado declara inocente al acusado, el juez lo declara también inocente.

Preferencias sobre sucesos

- Las preferencias de cada miembro jurado sobre el resultado final del juicio son las siguientes
  1. 0 si el veredicto es correcto.
  2. $z-1$ si una persona culpable es declarada inocente.
  3. $-z$ si una persona inocente es declarada culpable.
- Suponemos que $0 \geq z-1 \geq -z$. Equivalentemente,

$$1 \geq z \geq \frac{1}{2}$$

(Es preferible equivocarse no condenando a un culpable que condenando a un inocente)

Preferencias sobre sucesos

- Las preferencias de cada miembro jurado sobre el resultado final del juicio son las siguientes
  1. 0 si el veredicto es correcto.
  2. $z - 1$ si una persona culpable es declarada inocente.
  3. $-z$ si una persona inocente es declarada culpable.
- Suponemos que $0 \geq z - 1 \geq -z$. Equivalentemente,

$$1 \geq z \geq \frac{1}{2}$$

(Es preferible equivocarse no condenando a un culpable que condenando a un inocente)

Preferencias sobre sucesos

- Las preferencias de cada miembro jurado sobre el resultado final del juicio son las siguientes
  1. 0 si el veredicto es correcto.
  2. $z - 1$ si una persona culpable es declarada inocente.
  3. $-z$ si una persona inocente es declarada culpable.
- Suponemos que $0 \geq z - 1 \geq -z$. Equivalentemente,

$$1 \geq z \geq \frac{1}{2}$$

(Es preferible equivocarse no condenando a un culpable que condenando a un inocente)

Preferencias sobre sucesos

- Las preferencias de cada miembro jurado sobre el resultado final del juicio son las siguientes
  1. 0 si el veredicto es correcto.
  2. $z - 1$ si una persona culpable es declarada inocente.
  3. $-z$ si una persona inocente es declarada culpable.
- Suponemos que $0 \geq z - 1 \geq -z$. Equivalentemente,

$$1 \geq z \geq \frac{1}{2}$$

(Es preferible equivocarse no condenando a un culpable que condenando a un inocente)

Preferencias sobre sucesos

- Las preferencias de cada miembro jurado sobre el resultado final del juicio son las siguientes
  1. 0 si el veredicto es correcto.
  2. $z - 1$ si una persona culpable es declarada inocente.
  3. $-z$ si una persona inocente es declarada culpable.
- Suponemos que $0 \geq z - 1 \geq -z$. Equivalentemente,

$$1 \geq z \geq \frac{1}{2}$$

(Es preferible equivocarse no condenando a un culpable que condenando a un inocente)

La función de utilidad

- Llamamos
  - $w = C$, si el acusado es realmente culpable.
  - $w = I$, si el acusado es realmente inocente.
  - $b = C, I$ (culpable o inocente) al veredicto final del juez (que depende de las resoluciones de los miembros del jurado) .

La función de utilidad del jurado sobre el resultado final del juicio (utilidad de Bernouilli) es

$$u(b,w) = \begin{cases} 0, & \text{si } b = w; \\ z-1, & \text{si } w = C,\ b = I. \\ -z, & \text{si } w = I,\ b = C; \end{cases} \tag{5.1}$$

La función de utilidad

- Llamamos
  - $w = C$, si el acusado es realmente culpable.
  - $w = I$, si el acusado es realmente inocente.
  - $b = C, I$ (culpable o inocente) al veredicto final del juez (que depende de las resoluciones de los miembros del jurado) .

  La función de utilidad del jurado sobre el resultado final del juicio (utilidad de Bernouilli) es

$$u(b, w) = \begin{cases} 0, & \text{si } b = w; \\ z - 1, & \text{si } w = C,\ b = I. \\ -z, & \text{si } w = I,\ b = C; \end{cases} \tag{5.1}$$

Preferencias sobre lóterías

- Cuando el miembro del jurado emite su veredicto no está seguro de que éste sea correcto.
- Sus preferencias sobre resultados inciertos se pueden representar utilizando una función de utilidad esperada, dada su información.
- Supongamos que, después de ver las pruebas, el jurado piensa que

$$\text{prob}\,(C|\text{información recibida}) = r$$

y el juez emite el veredicto final b, entonces su función de utilidad es

$$U = ru(b, C) + (1 - r)u(b, I)$$

Preferencias sobre lóterías

- Cuando el miembro del jurado emite su veredicto no está seguro de que éste sea correcto.
- Sus preferencias sobre resultados inciertos se pueden representar utilizando una función de utilidad esperada, dada su información.
- Supongamos que, después de ver las pruebas, el jurado piensa que

$$\text{prob}\,(C|\text{información recibida}) = r$$

y el juez emite el veredicto final b, entonces su función de utilidad es

$$U = ru(b, C) + (1 - r)u(b, I)$$

Preferencias sobre lóterías

- Cuando el miembro del jurado emite su veredicto no está seguro de que éste sea correcto.
- Sus preferencias sobre resultados inciertos se pueden representar utilizando una función de utilidad esperada, dada su información.
- Supongamos que, después de ver las pruebas, el jurado piensa que

$$\text{prob}\,(C|\text{información recibida}) = r$$

y el juez emite el veredicto final b, entonces su función de utilidad es

$$U = ru(b, C) + (1 - r)u(b, I)$$

Interpretación de z

- ¿A partir de que valor de r el miembro del jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable.
- Si es declarado inocente su pago esperado es $(1-r)\cdot 0 + r(z-1) = rz - r$
- Si es declarado culpable su pago esperado es $r \cdot 0 - (1-r)z = rz - z$
- Está indiferente entre los dos sucesos si $rz - r = rz - z$. Es decir si $z = r$.
- Por tanto, el jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable si

$$\text{prob}\,(C|r) > z$$

Si $\text{prob}\,(C|r) < z$, prefiere que sea declarado inocente.

Interpretación de z

- ¿A partir de que valor de r el miembro del jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable.
- Si es declarado inocente su pago esperado es $(1-r)\cdot 0 + r(z-1) = rz - r$
- Si es declarado culpable su pago esperado es $r \cdot 0 - (1-r)z = rz - z$
- Está indiferente entre los dos sucesos si $rz - r = rz - z$. Es decir si $z = r$.
- Por tanto, el jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable si

$$\text{prob}\,(C|r) > z$$

- Si $\text{prob}\,(C|r) < z$, prefiere que sea declarado inocente.

Interpretación de z

- ¿A partir de que valor de r el miembro del jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable.
- Si es declarado inocente su pago esperado es $(1-r)\cdot 0 + r(z-1) = rz - r$
- Si es declarado culpable su pago esperado es $r\cdot 0 - (1-r)z = rz - z$
- Está indiferente entre los dos sucesos si $rz - r = rz - z$. Es decir si $z = r$.
- Por tanto, el jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable si

$$\text{prob}\,(C|r) > z$$

- Si $\text{prob}\,(C|r) < z$, prefiere que sea declarado inocente.

Interpretación de z

- ¿A partir de que valor de r el miembro del jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable.
- Si es declarado inocente su pago esperado es $(1-r)\cdot 0 + r(z-1) = rz - r$
- Si es declarado culpable su pago esperado es $r\cdot 0 - (1-r)z = rz - z$
- Está indiferente entre los dos sucesos si $rz - r = rz - z$. Es decir si $z = r$.
- Por tanto, el jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable si

$$\text{prob}\,(C|r) > z$$

- Si $\text{prob}\,(C|r) < z$, prefiere que sea declarado inocente.

Interpretación de z

- ¿A partir de que valor de r el miembro del jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable.
- Si es declarado inocente su pago esperado es $(1-r)\cdot 0 + r(z-1) = rz - r$
- Si es declarado culpable su pago esperado es $r\cdot 0 - (1-r)z = rz - z$
- Está indiferente entre los dos sucesos si $rz - r = rz - z$. Es decir si $z = r$.
- Por tanto, el jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable si

$$\text{prob}\,(C|r) > z$$

Si $\text{prob}\,(C|r) < z$, prefiere que sea declarado inocente.

Interpretación de z

- ¿A partir de que valor de r el miembro del jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable.
- Si es declarado inocente su pago esperado es $(1-r)\cdot 0 + r(z-1) = rz - r$
- Si es declarado culpable su pago esperado es $r \cdot 0 - (1-r)z = rz - z$
- Está indiferente entre los dos sucesos si $rz - r = rz - z$. Es decir si $z = r$.
- Por tanto, el jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable si

$$\text{prob}\,(C|r) > z$$

Si $\text{prob}\,(C|r) < z$, prefiere que sea declarado inocente.

Interpretación de z

- ¿A partir de que valor de r el miembro del jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable.
- Si es declarado inocente su pago esperado es $(1-r)\cdot 0 + r(z-1) = rz - r$
- Si es declarado culpable su pago esperado es $r\cdot 0 - (1-r)z = rz - z$
- Está indiferente entre los dos sucesos si $rz - r = rz - z$. Es decir si $z = r$.
- Por tanto, el jurado prefiere que el acusado sea declarado culpable si

$$\text{prob}\,(C|r) > z$$

Si $\text{prob}\,(C|r) < z$, prefiere que sea declarado inocente.

Valores de los parámetros

- Tomamos los parámetros

$$\begin{aligned} \pi &= 2/3 \quad \text{prob. de que el acusado sea culpable, antes del juicio} \\ z &= 4/7 \approx 0.57 \\ p &= 3/4 \quad \text{prob. de que en el juicio un culpable sea declarado culp.} \\ q &= 3/4 \quad \text{prob. de que en el juicio un inocente sea declarado inoc.} \end{aligned}$$

- Es decir, la probabilidad de que el jurado interprete la evidencia correctamente es $p = q = 3/4$.

Jurado con sólo un agente

- La información del jurado es $s = i, c$.
- El veredicto del juez coincide con el del jurado: $b = a$.
- Las preferencias del agente sobre el veredicto a (dado que su información es s) son

$$U(a|s) = \text{prob}\,(C|s)\,u(a, C) + \text{prob}\,(I|s)\,u(a, I)$$

Jurado con sólo un agente

- La información del jurado es $s = i, c$.
- El veredicto del juez coincide con el del jurado: $b = a$.
- Las preferencias del agente sobre el veredicto a (dado que su información es s) son

$$U(a|s) = \text{prob}\,(C|s)\,u(a, C) + \text{prob}\,(I|s)\,u(a, I)$$

Jurado con sólo un agente

- La información del jurado es $s = i, c$.
- El veredicto del juez coincide con el del jurado: $b = a$.
- Las preferencias del agente sobre el veredicto a (dado que su información es s) son

$$U(a|s) = \text{prob}\,(C|s)\,u(a, C) + \text{prob}\,(I|s)\,u(a, I)$$

Jurado con sólo un agente

- La información del jurado es $s = i, c$.
- El veredicto del juez coincide con el del jurado: $b = a$.
- Las preferencias del agente sobre el veredicto a (dado que su información es s) son

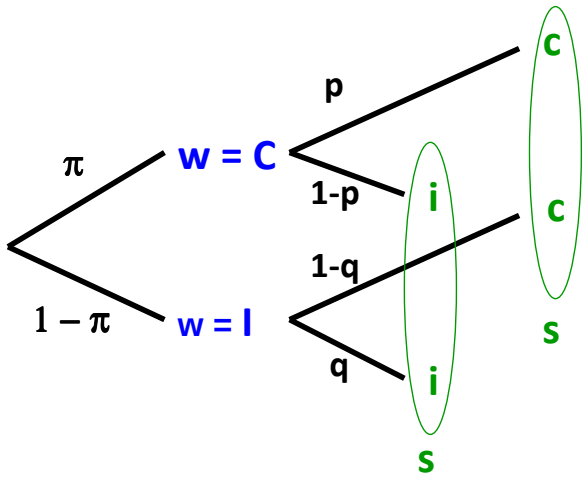
$$U(a|s) = \text{prob}\,(C|s)\,u(a, C) + \text{prob}\,(I|s)\,u(a, I)$$

Jurado con sólo un agente

- La información del jurado es $s = i, c$.
- El veredicto del juez coincide con el del jurado: $b = a$.
- Las preferencias del agente sobre el veredicto a (dado que su información es s) son

$$U(a|s) = \text{prob}\,(C|s)\,u(a, C) + \text{prob}\,(I|s)\,u(a, I)$$

La decisión del jurado



- Si el jurado piensa que el acusado es inocente ($s = i$), la probabilidad de que éste sea culpable es

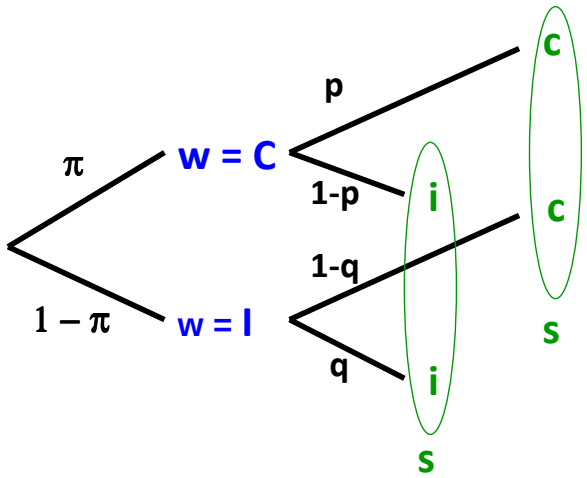
$$\text{prob}\,(C|s = i) = \frac{(1-p)\pi}{(1-p)\pi + q(1-\pi)} = \frac{2}{5} \approx 0.4 \qquad (5.2)$$

- Como

$$\text{prob}\,(C|s = i) = 0.4 < z \approx 0.57$$

el jurado lo declara inocente ($A = I$) cuando $s = i$.

La decisión del jurado



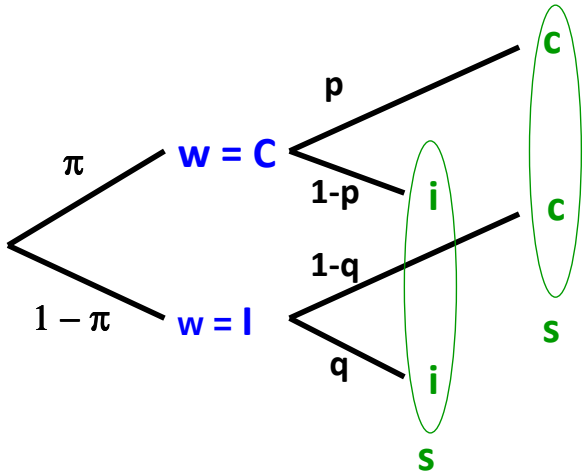
- Si el jurado piensa que el acusado es inocente ($s = i$), la probabilidad de que éste sea culpable es

$$\text{prob}\,(C|s = i) = \frac{(1-p)\pi}{(1-p)\pi + q(1-\pi)} = \frac{2}{5} \approx 0.4 \qquad (5.2)$$

- Como

$$\text{prob}\,(C|s = i) = 0.4 < z \approx 0.57$$

el jurado lo declara inocente ($A = I$) cuando $s = i$.



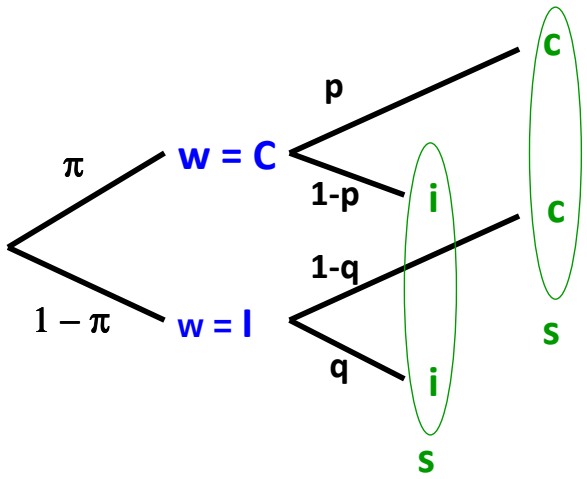
- Si el jurado piensa que el acusado es culpable ($s = c$), la probabilidad de que éste sea culpable es

$$\text{prob}\,(C|s = c) = \frac{p\pi}{p\pi + (1-q)(1-\pi)} = \frac{6}{7} \approx 0.85$$

- Como

$$\text{prob}\,(C|s = c) \approx 0.85 > z \approx 0.57 \qquad (5.3)$$

el jurado lo declara culpable ($A = C$) cuando $s = c$.



- Si el jurado piensa que el acusado es culpable ($s = c$), la probabilidad de que éste sea culpable es

$$\text{prob}\,(C|s = c) = \frac{p\pi}{p\pi + (1-q)(1-\pi)} = \frac{6}{7} \approx 0.85$$

- Como

$$\text{prob}\,(C|s = c) \approx 0.85 > z \approx 0.57 \qquad (5.3)$$

el jurado lo declara culpable ($A = C$) cuando $s = c$.

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$.

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

	C	I
	π	$1 - \pi$
señal		

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

	C		I	
	π		$1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad				

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

	C		I	
	π		$1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto				

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

	C		I	
	π		$1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	I	C	I
$u(b, C)$				

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

	C		I	
	π		$1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	I	C	I
$u(b, C)$ $s_1 = i$	0	z-1	-z	0

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

	C		I	
	π		$1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	I	C	I
$u(b, C)$	0	z-1	-z	0
$s_1 = i$		z-1		0

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(b(a_1(i))|i)$ es

$$U_1(b(a_1(i))|i) = \text{prob}\,(C|i)\,u(b(a_1(i)), C) + \text{prob}\,(I|i)\,u(b(a_1(i)), I)$$

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

	C		I	
	π		$1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	I	C	I
$u(b, C)$	0	z-1	-z	0
$s_1 = i$		z-1		0

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(b(a_1(i))|i)$ es

$$\begin{aligned} U_1(b(a_1(i))|i) &= \text{prob}\,(C|i)\, u(b(a_1(i)), C) + \text{prob}\,(I|i)\, u(b(a_1(i)), I) \\ &= \text{prob}\,(C|i)\, u(I, C) + \text{prob}\,(I|i)\, u(I, I) \end{aligned}$$

Método alternativo

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$,

	C		I	
	π		$1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	I	C	I
$u(b, C)$	0	z-1	-z	0
$s_1 = i$		z-1		0

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(b(a_1(i))|i)$ es

$$\begin{aligned} U_1(b(a_1(i))|i) &= \text{prob}\,(C|i)\,u(b(a_1(i)), C) + \text{prob}\,(I|i)\,u(b(a_1(i)), I) \\ &= \text{prob}\,(C|i)\,u(I, C) + \text{prob}\,(I|i)\,u(I, I) \\ &= \frac{\pi(1-p)(z-1)}{\pi(1-p) + q(1-\pi)} \end{aligned}$$

- Supongamos ahora que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$.

- Supongamos ahora que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = C$, $a_1(c) = C$

	C	I
	π	$1 - \pi$
señal		

- Supongamos ahora que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = C$, $a_1(c) = C$

	C		I	
	π		$1 - \pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad				

- Supongamos ahora que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = C$, $a_1(c) = C$

	C π		I $1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	C	C	C
$u(b(a_1(i)), C)$				

- Supongamos ahora que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = C$, $a_1(c) = C$

	C π		I $1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	C	C	C
$u(b(a_1(i)), C)$ $s_1 = i$	0	0	-z	-z

- Supongamos ahora que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = C$, $a_1(c) = C$

	C π		I $1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	C	C	C
$u(b(a_1(i)), C)$	0	0	-z	-z
$s_1 = i$		0		-z

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(C|i)$ es

$$U_1(b(a_1(i))|i) = \text{prob}\,(C|i)\, u(b(a_1(i)), C) + \text{prob}\,(I|i)\, u(b(a_1(i)), I)$$

- Supongamos ahora que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = C$, $a_1(c) = C$

	C π		I $1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	C	C	C
$u(b(a_1(i)), C)$	0	0	-z	-z
$s_1 = i$		0		-z

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(C|i)$ es

$$\begin{aligned} U_1(b(a_1(i))|i) &= \text{prob}\,(C|i)\, u(b(a_1(i)), C) + \text{prob}\,(I|i)\, u(b(a_1(i)), I) \\ &= \text{prob}\,(C|i)\, u(C, C) + \text{prob}\,(I|i)\, u(C, I) \end{aligned}$$

- Supongamos ahora que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$. Si el agente 1 elige $a_1(i) = C$, $a_1(c) = C$

	C π		I $1-\pi$	
señal	c	i	c	i
probabilidad	p	$1-p$	$1-q$	q
Veredicto	C	C	C	C
$u(b(a_1(i)), C)$	0	0	-z	-z
$s_1 = i$		0		-z

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(C|i)$ es

$$\begin{aligned} U_1(b(a_1(i))|i) &= \text{prob}\,(C|i)\, u(b(a_1(i)), C) + \text{prob}\,(I|i)\, u(b(a_1(i)), I) \\ &= \text{prob}\,(C|i)\, u(C, C) + \text{prob}\,(I|i)\, u(C, I) \\ &= \frac{-(1-\pi)qz}{\pi(1-p) + q(1-\pi)} \end{aligned}$$

- Por tanto, un jurado que piensa que el acusado es inocente ($s = i$) lo declara culpable si $\pi(1-p)(z-1) < -(1-\pi)qz$
- que ocurre cuando

$$\frac{p\pi}{p\pi + (1-q)(1-\pi)} > z$$

  e inocente en caso contrario.
- Este expresión coincide con la obtenida en la ecuación 5.2.
- Un razonamiento análogo nos permite ver que con cualquier otra desviación el agente obtiene una utilidad esperada menor si se verifica la desigualdad 5.3. (Ejercicio.)

Conclusión

- La estrategia $a_1(i) = I$, $a_1(c) = C$ es la mejor estrategia para el jurado.
- Con esta estrategia, la probabilidad de que un agente que realmente es inocente, sea declarado inocente es $q = 3/4$.

Jurado con dos agentes

Jurado con dos agentes

- Supongamos que ahora el jurado se compone de dos agentes.

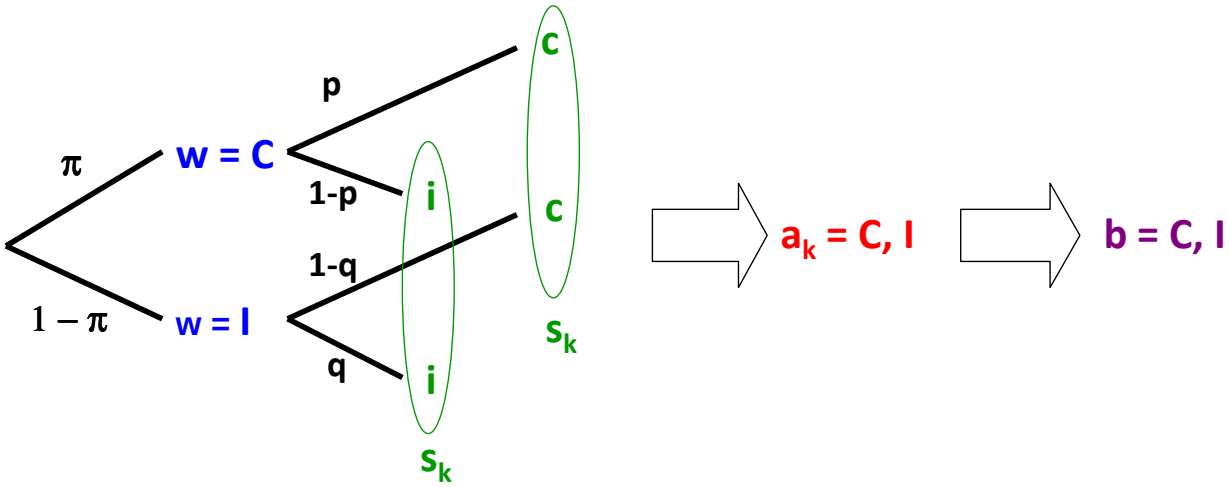
Jurado con dos agentes

- Supongamos que ahora el jurado se compone de dos agentes.
- ¿Aumentan o disminuyen las garantías procesales de una persona inocente?

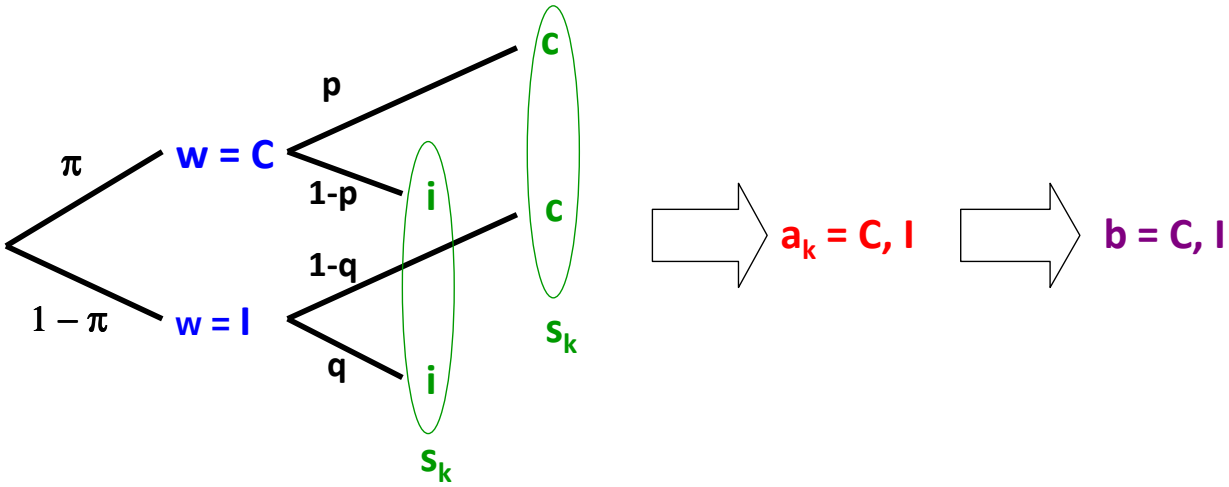
Jurado con dos agentes

- Supongamos que ahora el jurado se compone de dos agentes.
- ¿Aumentan o disminuyen las garantías procesales de una persona inocente?
- Recordemos que, para que el acusado sea declarado culpable por el juez, es necesario que haya unanimidad entre los jueces.

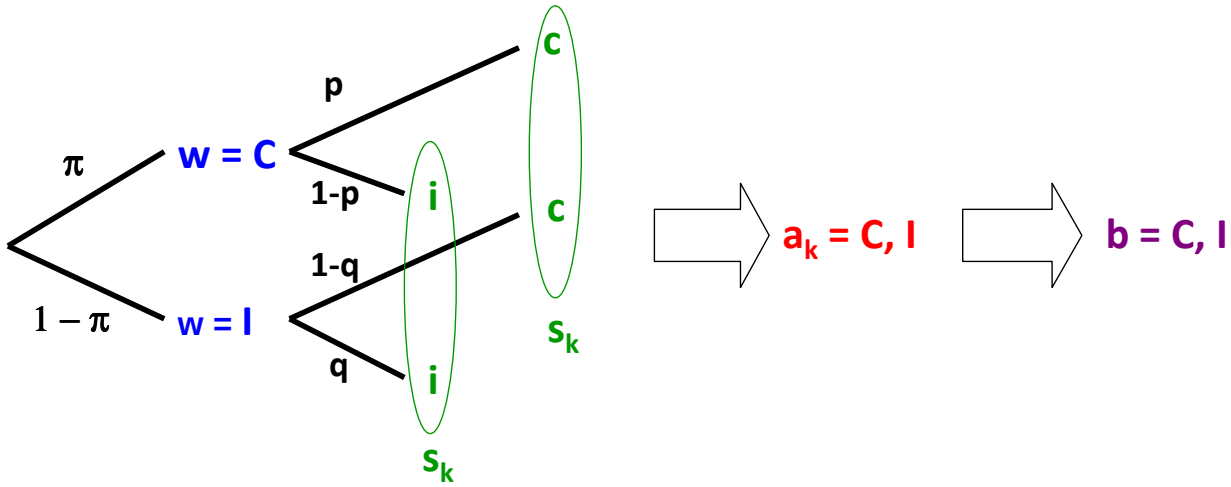
$$b(a_1, a_2) = \begin{cases} C, & \text{si } a_1 = a_2 = C; \\ I, & \text{si } a_1 = I \text{ ó } a_2 = I. \end{cases}$$



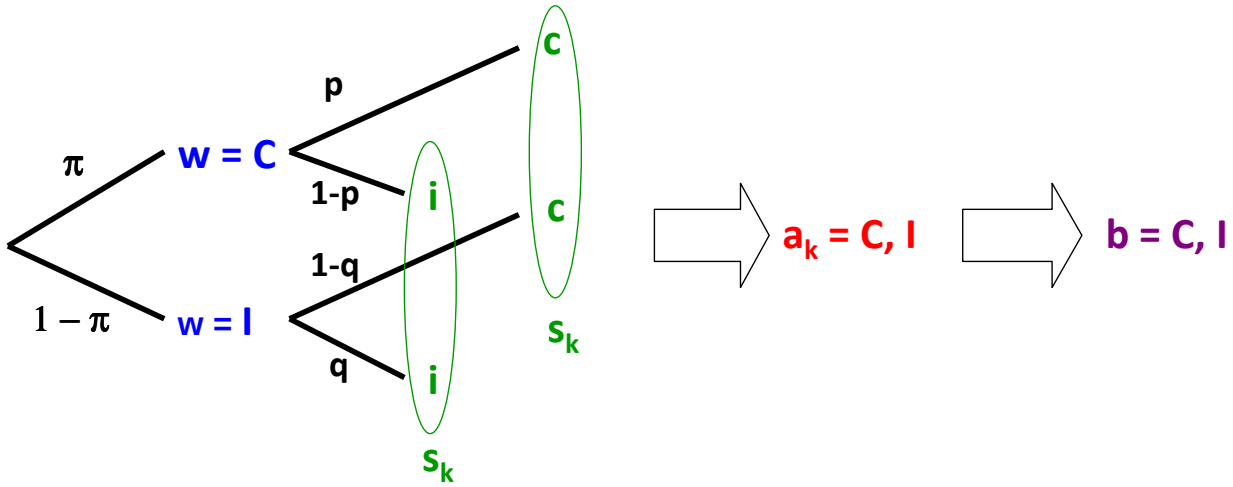
- Suponemos que las probabilidades de llegar a la conclusión de que el acusado es culpable o inocente:



- Suponemos que las probabilidades de llegar a la conclusión de que el acusado es culpable o inocente:
  - son las mismas para los dos miembros del jurado: $p_1 = p_2 = p$, $q_1 = q_2 = q$.

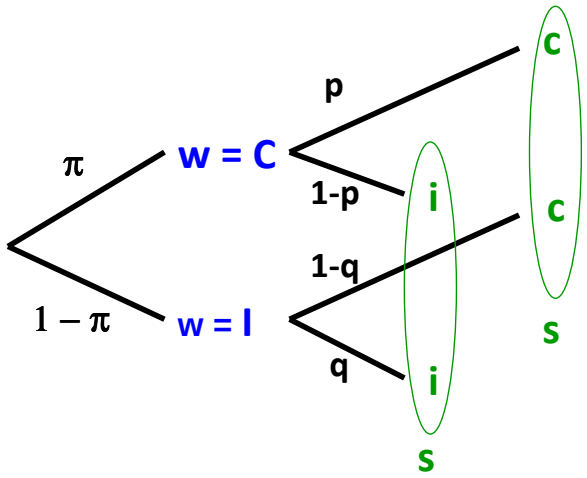


- Suponemos que las probabilidades de llegar a la conclusión de que el acusado es culpable o inocente:
  - son las mismas para los dos miembros del jurado: $p_1 = p_2 = p$, $q_1 = q_2 = q$.
  - Las variables aleatorias que determinan las probabilidades anteriores son independientes entre sí.



- Suponemos que las probabilidades de llegar a la conclusión de que el acusado es culpable o inocente:
  - son las mismas para los dos miembros del jurado: $p_1 = p_2 = p$, $q_1 = q_2 = q$.
  - Las variables aleatorias que determinan las probabilidades anteriores son independientes entre sí.
  - $1/2 < p < 1$, $1/2 < q < 1$.

- Como cada agente no sabe lo que piensa el otro, podemos estudiar la situación como un juego Bayesiano.
- Los tipos de los agentes son $S_1 = S_2 = \{c, i\}$.
- El conjunto de acciones para los agentes es $A_1 = A_2 = \{C, I\}$. Denotamos la acción del agente $k = 1, 2$ por a_k. La estrategia del agente $k = 1, 2$ es una función $a_k : S_k \longrightarrow A_k$. (Cada agente emite el veredicto basándose en su información)



- Conjeturas: Para cualquier agente

$$\text{prob}\,(s_j|s_i, w)_i = \text{prob}\,(s_j|w)_i$$

Funciones de utilidad

Funciones de utilidad

- Sobre sucesos seguros: Si el verdadero estado del acusado es $w \in \{C, I\}$ y los jurados emiten el veredicto (a_1, a_2), entonces el juez dictamina $b(a_1, a_2)$ y la utilidad de los agentes sobre este suceso es $u\left(b(a_1, a_2), w\right)$.

Funciones de utilidad

- Sobre sucesos seguros: Si el verdadero estado del acusado es $w \in \{C, I\}$ y los jurados emiten el veredicto (a_1, a_2), entonces el juez dictamina $b(a_1, a_2)$ y la utilidad de los agentes sobre este suceso es $u\left(b(a_1, a_2), w\right)$.
- Con incertidumbre: Si la opinión del agente $k = 1, 2$ es s_k y los agentes siguen las estrategias $a_k : S_k \longrightarrow A_k$, la utilidad esperada del agente k es

$$U_k(a_k, a_2|s_k) =$$
$$\text{prob}\left(C, (i,i)|s_k\right) u\Big(b(a_1(i), a_2(i)), C\Big) + \text{prob}\left(C, (i,c)|s_k\right) u\Big(b(a_1(i),$$
$$+\text{prob}\left(C, (c,i)|s_k\right) u\Big(b(a_1(c), a_2(i)), C\Big) + \text{prob}\left(c, c, C|s_k\right) u\Big(b(a_1(c),$$
$$+\text{prob}\left(I, (i,i)|s_k\right) u\Big(b(a_1(i), a_2(i)), I\Big) + \text{prob}\left(I, (i,c)|s_k\right) u\Big(b(a_1(i),$$
$$+\text{prob}\left(I, (c,i)|s_k\right) u\Big(b(a_1(c), a_2(i)), I\Big) + \text{prob}\left(I, (c,c)|s_k\right) u\Big(b(a_1(c),$$

- Vamos a estudiar si existe un equilibrio en el que cada agente elige la estrategia $\bar{a}_k(i) = I$, $\bar{a}_k(c) = C$.

- Vamos a estudiar si existe un equilibrio en el que cada agente elige la estrategia $\bar{a}_k(i) = I$, $\bar{a}_k(c) = C$.
- Tenemos que comparar la utilidad esperada de, por ejemplo el agente 1, con la estrategia anterior con la utilidad esperada cuando el agente 1 utiliza cualquier otra estrategia.

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C	I
	π	$1 - \pi$

señ.

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.								

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$

1

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	I	I	C	C	I	I	C	C
2								

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	I	I	C	C	I	I	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C

jurado

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	I	I	C	C	I	I	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	II	IC	CI	CC	II	IC	CI	CC
juez								

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C π				I $1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	I	I	C	C	I	I	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	II	IC	CI	CC	II	IC	CI	CC
juez	I	I	I	C	I	I	I	C
ut.								

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	I	I	C	C	I	I	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	II	IC	CI	CC	II	IC	CI	CC
juez	I	I	I	C	I	I	I	C
ut.	z-1	z-1	z-1	0	0	0	0	-z

$s_1 = i$

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	I	I	C	C	I	I	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	II	IC	CI	CC	II	IC	CI	CC
juez	I	I	I	C	I	I	I	C
ut.	z-1	z-1	z-1	0	0	0	0	-z
$s_1 = i$	z-1	z-1			0	0		

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(a_1, a_2|i)$ es

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	I	I	C	C	I	I	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	II	IC	CI	CC	II	IC	CI	CC
juez	I	I	I	C	I	I	I	C
ut.	z-1	z-1	z-1	0	0	0	0	-z
$s_1 = i$	z-1	z-1			0	0		

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(a_1, a_2|i)$ es

$$\frac{\pi(z-1)(1-p)^2 + \pi(z-1)p(1-p)}{\pi\big((1-p)^2 + p(1-p)\big) + (1-\pi)\big(q^2 + q(1-q)\big)}$$

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C	I
	π	$1 - \pi$

señ.

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.								

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$

1

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	C	C	C	C	C	C	C	C
2								

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	C	C	C	C	C	C	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C

jurado

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	C	C	C	C	C	C	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	CI	CC	CI	CC	CI	CC	CI	CC
juez								

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	C	C	C	C	C	C	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	CI	CC	CI	CC	CI	CC	CI	CC
juez	I	C	I	C	I	C	I	C
ut.								

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	C	C	C	C	C	C	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	CI	CC	CI	CC	CI	CC	CI	CC
juez	I	C	I	C	I	C	I	C
ut.	z-1	0	z-1	0	0	-z	0	-z

$s_1 = i$

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	C	C	C	C	C	C	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	CI	CC	CI	CC	CI	CC	CI	CC
juez	I	C	I	C	I	C	I	C
ut.	z-1	0	z-1	0	0	-z	0	-z
$s_1 = i$	z-1	0			0	-z		

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(a_1, a_2|i)$ es

Método 1:

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$, el jurado 2 sigue la estrategia $\bar{a}_2(i) = I$, $\bar{a}_2(c) = C$ y el agente 1 se desvía del equilibrio y elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$. Para calcular la utilidad esperada $U_1(\tilde{a}_1, \bar{a}_2|i)$, utilizamos la regla de Bayes a partir de la tabla siguiente.

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	C	C	C	C	C	C	C	C
2	I	C	I	C	I	C	I	C
jurado	CI	CC	CI	CC	CI	CC	CI	CC
juez	I	C	I	C	I	C	I	C
ut.	z-1	0	z-1	0	0	-z	0	-z
$s_1 = i$	z-1	0			0	-z		

- Por tanto, su utilidad esperada $U_1(a_1, a_2|i)$ es

$$\frac{\pi(z-1)(1-p)^2 - z(1-\pi)q(1-q)}{\pi\big((1-p)^2 + p(1-p)\big) + (1-\pi)\big(q^2 + q(1-q)\big)}$$

- Para que la estrategia $a_i(i) = I$, $a_i(c) = C$ sea un equilibrio es necesario que

$$\pi(z-1)(1-p)^2 + \pi(z-1)p(1-p) \geq$$
$$\pi(z-1)(1-p)^2 - z(1-\pi)q(1-q)$$

- o lo que es lo mismo

$$z \geq \frac{p(1-p)\pi}{p(1-p)\pi + q(1-q)((1-\pi)} = \frac{2}{3} \approx 0.66$$

pero como $z \approx 0.57$ esto no se verifica.

- Por tanto, la estrategia $(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ no puede ser un EN, ya que el agente 1 obtendría un pago mayor desviándose a la estrategia $\tilde{a}_1$ (votaría culpable aun cuando piensa que el acusado es inocente). No hay un EB en el que cada agente elige la estrategia $\bar{a}_k(i) = I$, $\bar{a}_k(c) = C$.

- Por tanto, la estrategia $(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ no puede ser un EN, ya que el agente 1 obtendría un pago mayor desviándose a la estrategia $\tilde{a}_1$ (votaría culpable aun cuando piensa que el acusado es inocente). No hay un EB en el que cada agente elige la estrategia $\bar{a}_k(i) = I$, $\bar{a}_k(c) = C$.
- Esto ocurre porque, aunque el jurado 1 piensa que es inocente, sabe que su voto sólo influirá en la decisión de declararlo culpable cuando el otro agente piensa que es culpable y en ese caso debe usar la regla de Bayes para actualizar su opinión. Si el jurado 2 piensa que el acusado es culpable, el agente 1 debe rebajar la probabilidad que su opinión sea correcta.

EB en estrategias mixtas

- Veamos ahora que existe un EB en estrategias mixtas en el que

$$\begin{aligned} \bar{a}_1(c) &= \bar{a}_2(c) = C \\ \bar{a}_1(i) &= \bar{a}_2(i) = \beta \otimes C + (1-\beta) \otimes I = (\beta, 1-\beta) \end{aligned}$$

EB en estrategias mixtas

- Veamos ahora que existe un EB en estrategias mixtas en el que

$$\begin{aligned} \bar{a}_1(c) &= \bar{a}_2(c) = C \\ \bar{a}_1(i) &= \bar{a}_2(i) = \beta \otimes C + (1-\beta) \otimes I = (\beta, 1-\beta) \end{aligned}$$

- Supongamos que el jurado 1 es de tipo $s_1 = i$ y el jurado 2 sigue la estrategia de equilibrio.

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C	I
	π	$1 - \pi$

señ.

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C				I			
	π				$1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.								

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C π				I $1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$

1

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C π				I $1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	I	I	C	C	I	I	C	C
2								

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	I		I	C		C	I		I	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.												

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	I		I	C		C	I		I	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver. final	IC	II	IC	CC	CI	CC	IC	II	IC	CC	CI	CC

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	I		I	C		C	I		I	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	IC	II	IC	CC	CI	CC	IC	II	IC	CC	CI	CC
final	I	I	I	C	I	C	I	I	I	C	I	C

$u(a, C)$

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	I		I	C		C	I		I	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	IC	II	IC	CC	CI	CC	IC	II	IC	CC	CI	CC
final	I	I	I	C	I	C	I	I	I	C	I	C
$u(a, C)$	z-1	z-1	z-1	0	z-1	0	0	0	0	-z	0	-z

$s_1 = i$

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	I		I	C		C	I		I	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	IC	II	IC	CC	CI	CC	IC	II	IC	CC	CI	CC
final	I	I	I	C	I	C	I	I	I	C	I	C
$u(a, C)$	z-1	z-1	z-1	0	z-1	0	0	0	0	-z	0	-z
$s_1 = i$	z-1	z-1	z-1				0	0	0			

- su utilidad esperada $U_1(a_1, a_2|i)$ es

- Si el agente 1 elige $\bar{a}_1(i) = I$, $\bar{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	I		I	C		C	I		I	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	IC	II	IC	CC	CI	CC	IC	II	IC	CC	CI	CC
final	I	I	I	C	I	C	I	I	I	C	I	C
$u(a, C)$	z-1	z-1	z-1	0	z-1	0	0	0	0	-z	0	-z
$s_1 = i$	z-1	z-1	z-1				0	0	0			

- su utilidad esperada $U_1(a_1, a_2|i)$ es

$$\frac{\pi(z-1)\beta(1-p)^2 + \pi(z-1)(1-\beta)(1-p)^2 + \pi(z-1)p(1-p)}{\pi\big((1-p)^2 + p(1-p)\big) + (1-\pi)\big(q^2 + q(1-q)\big)} =$$

$$\frac{\pi(z-1)(1-p)^2 + \pi(z-1)p(1-p)}{\pi\big((1-p)^2 + p(1-p)\big) + (1-\pi)\big(q^2 + q(1-q)\big)}$$

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C	I
	π	$1 - \pi$

señ.

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C				I			
	π				$1 - \pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.								

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C π				I $1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$

1

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C π				I $1-\pi$			
señ.	ii	ic	ci	cc	ii	ic	ci	cc
prob.	$(1-p)^2$	$p(1-p)$	$p(1-p)$	p^2	q^2	$q(1-q)$	$q(1-q)$	$(1-q)^2$
1	C	C	C	C	C	C	C	C
2								

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	C		C	C		C	C		C	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.												

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	C		C	C		C	C		C	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC
final												

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	C		C	C		C	C		C	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC
final	C	I	C	C	I	C	C	I	C	C	I	C

$u(a, C)$

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	C		C	C		C	C		C	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC
final	C	I	C	C	I	C	C	I	C	C	I	C
$u(a, C)$	0	z-1	0	0	z-1	0	-z	0	-z	-z	0	-z

$s_1 = i$

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	C		C	C		C	C		C	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC
final	C	I	C	C	I	C	C	I	C	C	I	C
$u(a, C)$	0	z-1	0	0	z-1	0	-z	0	-z	-z	0	-z
$s_1 = i$	0	z-1	0				-z	0	-z			

- su utilidad esperada $U_1(a_1, a_2|i)$ es

- Si el agente 1 elige $\tilde{a}_1(i) = C$, $\tilde{a}_1(c) = C$,

	C π						I $1-\pi$					
señ.	ii		ic	ci		cc	ii		ic	ci		cc
prob.	$(1-p)^2$		$p(1-p)$	$p(1-p)$		p^2	q^2		$q(1-q)$	$q(1-q)$		$(1-q)^2$
1	C		C	C		C	C		C	C		C
2	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C	β C	$1-\beta$ I	1 C
ver.	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC	CC	CI	CC
final	C	I	C	C	I	C	C	I	C	C	I	C
$u(a, C)$	0	z-1	0	0	z-1	0	-z	0	-z	-z	0	-z
$s_1 = i$	0	z-1	0				-z	0	-z			

- su utilidad esperada $U_1(a_1, a_2|i)$ es

$$\frac{\pi(z-1)(1-\beta)(1-p)^2 - z(1-\pi)\beta q^2 - z(1-\pi)q(1-q)}{\pi\big((1-p)^2 + p(1-p)\big) + (1-\pi)\big(q^2 + q(1-q)\big)} =$$

$$\frac{\pi(z-1)(1-p)^2 - \pi\beta(z-1)(1-p)^2 - z(1-\pi)\beta q^2 - z(1-\pi)q(}{\pi\big((1-p)^2 + p(1-p)\big) + (1-\pi)\big(q^2 + q(1-q)\big)}$$

- Si el agente 1 sigue la estrategia mixta, debe verificarse que $U_1(I, a_2|i) = U_1(C, a_2|i)$. Es decir,

$$\pi(z-1)(1-p)^2 + \pi(z-1)p(1-p) =$$
$$\pi(z-1)(1-p)^2 - \pi\beta(z-1)(1-p)^2 - z(1-\pi)\beta q^2 - z(1-\pi)q($$

por lo que

$$\pi(z-1)p(1-p) = -\pi\beta(z-1)(1-p)^2 - z(1-\pi)\beta q^2 - z(1-\pi)q(1-q)$$

- Despejamos

$$\beta = \frac{\pi(z-1)p(1-p) + z(1-\pi)q(1-q)}{-z(1-\pi)q^2 - \pi(z-1)(1-p)^2} = \frac{1}{5}$$

- Despejamos

$$\beta = \frac{\pi(z-1)p(1-p) + z(1-\pi)q(1-q)}{-z(1-\pi)q^2 - \pi(z-1)(1-p)^2} = \frac{1}{5}$$

- Hemos visto que si el jurado 2 utiliza la estrategia

$$\bar{a}_2(c) = C, \quad \bar{a}_2(i) = \beta \otimes C + (1-\beta) \otimes I = (\beta, 1-\beta)$$

con $\beta = 1/5$, el agente 1 no tiene incentivos a desviarse de la misma estrategia $\bar{a}_1(i) = \beta \otimes C + (1-\beta) \otimes I = (\beta, 1-\beta)$.

- Despejamos

$$\beta = \frac{\pi(z-1)p(1-p) + z(1-\pi)q(1-q)}{-z(1-\pi)q^2 - \pi(z-1)(1-p)^2} = \frac{1}{5}$$

- Hemos visto que si el jurado 2 utiliza la estrategia

$$\bar{a}_2(c) = C, \quad \bar{a}_2(i) = \beta \otimes C + (1-\beta) \otimes I = (\beta, 1-\beta)$$

con $\beta = 1/5$, el agente 1 no tiene incentivos a desviarse de la misma estrategia $\bar{a}_1(i) = \beta \otimes C + (1-\beta) \otimes I = (\beta, 1-\beta)$.

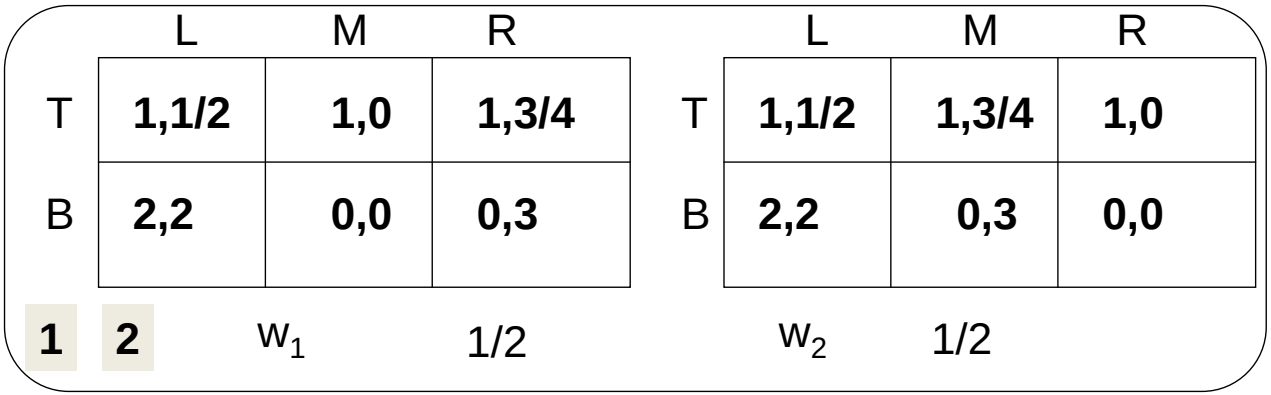
- Es fácil comprobar que no hay otras desviaciones ventajosas para ningún agente y que, por tanto la estrategia

$$\begin{aligned} \bar{a}_1(c) &= \bar{a}_2(c) = C \\ \bar{a}_1(i) &= \bar{a}_2(i) = \beta \otimes C + (1-\beta) \otimes I = (\beta, 1-\beta) \end{aligned}$$

con $\beta = 1/5$, es un EN.

- **Conclusión**: Al añadir un jurado adicional, la probabilidad de que un acusado, que en realidad es inocente, sea declarado culpable ha aumentado.

- Consideremos el siguiente juego con información incompleta,



- Los agentes piensan que con probabilidad $1/2$ juegan el juego w_1 y con con probabilidad $1/2$ juegan el juego w_2.

- Consideremos el siguiente juego con información incompleta,

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,0**	**1,3/4**
B	**2,2**	**0,0**	**0,3**

1 **2** w_1 1/2

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,3/4**	**1,0**
B	**2,2**	**0,3**	**0,0**

w_2 1/2

- Los agentes piensan que con probabilidad $1/2$ juegan el juego w_1 y con con probabilidad $1/2$ juegan el juego w_2.
- EL único EN es

- Consideremos el siguiente juego con información incompleta,

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,0**	**1,3/4**
B	**2,2**	**0,0**	**0,3**

1 **2** w_1 1/2

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,3/4**	**1,0**
B	**2,2**	**0,3**	**0,0**

w_2 1/2

- Los agentes piensan que con probabilidad $1/2$ juegan el juego w_1 y con con probabilidad $1/2$ juegan el juego w_2.
- EL único EN es (B, L). Cada jugador obtiene un pago esperado de 2.

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,0**	**1,3/4**
B	**2,2**	**0,0**	**0,3**

1 **2** w_1 1/2

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,3/4**	**1,0**
B	**2,2**	**0,3**	**0,0**

w_2 1/2

- Supongamos ahora que el jugador 2 conoce si están jugando w_1 o w_2. El único EN es (T, R) ó (T, M). El pago del jugador 2 es $3/4$.

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,0**	**1,3/4**
B	**2,2**	**0,0**	**0,3**

1 **2** w_1 1/2

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,3/4**	**1,0**
B	**2,2**	**0,3**	**0,0**

w_2 1/2

- Supongamos ahora que el jugador 2 conoce si están jugando w_1 o w_2. El único EN es (T, R) ó (T, M). El pago del jugador 2 es $3/4$. Preferiría no estar informado.

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,0**	**1,3/4**
B	**2,2**	**0,0**	**0,3**

1 **2** w_1 1/2

	L	M	R
T	**1,1/2**	**1,3/4**	**1,0**
B	**2,2**	**0,3**	**0,0**

w_2 1/2

- Supongamos ahora que el jugador 2 conoce si están jugando w_1 o w_2. El único EN es (T, R) ó (T, M). El pago del jugador 2 es $3/4$. Preferiría no estar informado.
- El jugador 2 no puede comprometerse de manera fiable a ignorar la información.