Ejercicios Capítulo XX

1. Consideremos el modelo de ecuaciones simultáneas

$$Y_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Y_2 + \alpha_3 X_1 + \alpha_4 X_3 + U_1$$

$$Y_2 = \alpha_5 + \alpha_6 Y_2 + \alpha_7 X_2 + U_2$$

donde las variables exógenas X_1 , X_2 , y X_3 son independientes de las perturbaciones U_1 y U_2 , las cuales tienen esperanza cero. En una muestra de 108 observaciones, la regresión lineal MC produce estas estimaciones de las ecuaciones de la forma reducida:

$$\widehat{Y}_1 = 1 + 2X_1 + 3X_2 - 2X_3$$

$$\widehat{Y}_2 = 4 - 6X_1 - 2X_2 + 4X_3$$

- Utilizando esta muestra, encuentre estimadores consistentes de las α 's.
- Si se le pidiese la predicción de Y_1 , dados los valores de Y_2 y X_2 , ¿utilizaría estos estimadores de las α 's a fin de construir el predictor

$$\widetilde{Y}_1 = a_5 + a_6 Y_2 + a_7 X_2,$$

o simplemente efectuaría la regresión lineal MC de Y_1 sobre 1, Y_2 , y X_2 ? Explicar.

20.2 Considere el modelo de ecuaciones simultáneas

$$Y_1 = \alpha_1 Y_2 + \alpha_2 X_1 + \alpha_3 X_2 + U_1$$

$$Y_2 = \alpha_4 Y_1 + \alpha_5 X_3 + U_2$$

donde las variables exógenas X_1 , X_2 , y X_3 son independientes de las perturbaciones U_1 y U_2 , y (por conveniencia) todas las variables tienen media cero (con lo cual no se necesitan los términos constantes). En una muestra de 200 observaciones, la regresión lineal MC produce estas estimaciones de las ecuaciones de la forma reducida:

$$\widehat{Y}_1 = 2X_1 + 3X_2 + 2X_3$$

$$\widehat{Y}_2 = -4X_1 - 9X_2 + 1X_3$$

Utilizando esta muestra, encuentre estimadores consistentes de las α 's.

20.3 Considere este modelo microeconómico de demanda y oferta de trabajo:

$$\text{Demanda: } Y_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Y_2 + \alpha_3 X_1 + \alpha_4 X_2 + U_1$$

$$\text{Oferta: } Y_1 = \alpha_5 + \alpha_6 Y_2 + U_2$$

Aquí, Y_1 (= horas de trabajo) e Y_2 (= salario) son las variables endógenas.

Las variables exógenas además de la constante, esto es X_1 (= tipo de interés) y X_2 (= precio de las materias primas), son independientes de las perturbaciones estructurales U_1 y U_2 . Estas perturbaciones tienen esperanza cero, y pueden estar correlacionadas entre ellas. En lo siguiente, respecto a la estimación, supondremos que disponemos de una muestra de observaciones de Y_1 , Y_2 , X_1 , y X_2 de tamaño moderado, y que las regresiones lineales MC a efectuar incluyen constante.

- Derive la forma reducida.
- ¿Está identificada la ecuación de oferta? ¿Debe estimarse a partir de la regresión lineal mínimo-cuadrática de Y_1 sobre Y_2 ? Explique.
- ¿Está identificada la ecuación de demanda? ¿Debe estimarse a partir de la regresión lineal mínimo-cuadrática de Y_1 sobre Y_2 , X_1 , y X_2 ? Explique.
- Se le pide que estime la ecuación de oferta por mínimos cuadrados en dos etapas. ¿Qué pasos seguiría? Sea breve pero explícito.
- Se le pide que estime la ecuación de demanda por mínimos cuadrados en dos etapas. ¿Qué pasos seguiría? Sea breve pero explícito.

20.4 Recordemos que el archivo de datos TIM1, introducido al principio del capítulo 11, contiene 38 observaciones anuales de los Estados Unidos del período 1959-1996. Entre las variables se encuentran: $V1$ = año, $V2$ = PIB real (en billones americanos de dólares de 1992), $V3$ = deflactor del PIB (índice = 100 en 1992), $V4$ = cantidad de dinero nominal M1 (en billones americanos de dólares), $V5$ = consumo real (en billones americanos de dólares de 1992), y $V6$ = tipo de interés de los Bonos del Tesoro a tres meses (en % anual). Utilizaremos este conjunto de datos para estimar un modelo macroeconómico introducido por Mirer (1995, capítulo 17), quien ajustó tal modelo utilizando su conjunto de datos temporales para los años 1956-1980.

En el modelo, las variables son: Y_1 = consumo = $V5$, Y_2 = tipo de interés de los Bonos del Tesoro = $V6$, Y_3 = PIB real, X_1 = consumo retardado (primer retardo de $V5$), X_2 = cantidad real de dinero = $100V4/V3$, X_3 = gasto autónomo = $V2 - V5$. Nótese que el consumo retardado se considera exógeno. Nótese también que debido a este retardo, nos restarán 37 observaciones útiles.

El modelo estructural es:

$$(1) \quad Y_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Y_2 + \alpha_3 Y_3 + \alpha_4 X_1 + U_1$$

$$(2) \quad Y_2 = \alpha_5 + \alpha_6 Y_3 + \alpha_7 X_2 + U_2$$

$$(3) \quad Y_3 = Y_1 + X_3$$

Denominemos a las ecuaciones de la forma reducida de la siguiente manera:

$$Y_1 = \pi_1 + \pi_2 X_1 + \pi_3 X_2 + \pi_4 X_3 + V_1$$

$$Y_2 = \pi_5 + \pi_6 X_1 + \pi_7 X_2 + \pi_8 X_3 + V_2$$

$$Y_3 = \pi_9 + \pi_{10} X_1 + \pi_{11} X_2 + \pi_{12} X_3 + V_3$$

- Muestre que todas las α 's están identificadas. ¿Hay alguna sobreidentificación?
- Estime las tres ecuaciones de la forma reducida por medio de regresiones lineales MC.
Construya las series de valores ajustados de estas regresiones, esto es $\hat{Y}_1$, $\hat{Y}_2$, e $\hat{Y}_3$.
- Observe el gran parecido de sus estimaciones de (4) y (6). Explique este parecido a partir de la identidad (3).
- Estime las ecuaciones estructurales (1) y (2) por mínimos cuadrados bivariados.

20.5 Un/a investigador/a estima la ecuación de demanda del Modelo A de este capítulo por MC2E, y calcula los residuos $u_1 = Y_1 - (a_1^* Y_2 + a_2^* + a_3^* X_1)$. El/la también ajusta directamente la ecuación mediante la regresión MC de Y_1 sobre Y_2 , 1, y X_1 , obteniendo los coeficientes b_1 , b_2 , y b_3 , y de ahí los residuos $e_1 = Y_1 - (b_1 Y_2 + b_2 + b_3 X_1)$. ¿Qué suma de los cuadrados de los residuos será menor?

20.6 Considere la sección Ejemplo Empírico de este capítulo.

- Muestre que las estimaciones muestrales de los coeficientes de la forma reducida, las p 's, no satisfacen las restricciones que el modelo implica sobre los coeficientes poblacionales de la forma reducida, las π 's.
- ¿Cómo tendría en cuenta esta violación? ¿Podría emplear la violación como evidencia para determinar si es bueno el modelo?
- ¿Puede interpretar el estimador MC2E de α_1 como una media de los estimadores de α_1 alternativos que se pueden obtener por mínimos cuadrados indirectos?