

Ejercicios Capítulo XIII

- 13.1 En un modelo de regresión cuadrático, ¿puede interpretarse la pendiente del predictor lineal óptimo como la derivada de la función de esperanza condicional cuadrática en un punto determinado?
- 13.2 Comente si el predictor lineal óptimo sería un objetivo satisfactorio en cada uno de los siguientes casos: la función de esperanza condicional tiene forma de U; la función de esperanza condicional es monótona creciente pero su pendiente es monótona decreciente.
- 13.3 Suponga que, en una situación en que la población es arbitraria, se aplica un mecanismo de muestreo con X fijas en vez de muestreo aleatorio. El estimador MC ¿seguiría proporcionando estimaciones consistentes del predictor lineal óptimo poblacional? Pista: suponga que la función de esperanza condicional $E(Y | X)$ tiene forma de U y que la distribución de X es uniforme en el rango relevante de valores.
- 13.4 Volvamos a la relación entre salarios y educación en el archivo de datos CPS5 que estudiamos en el ejercicio 7.3. Estime una función de regresión cuadrática que relacione $Y = \text{salario}$ con $X = \text{educación}$. Consultando los gráficos 1.1-1.3 del capítulo 1, ¿sería suficiente con caracterizar el predictor lineal óptimo en lugar de la función de esperanza condicional?
- 13.5 Sabemos que el modelo cuadrático, $E(Y | X) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ puede tratarse en el contexto de la regresión lineal: aunque sea no lineal en la variable X , es lineal en los parámetros β_0 , β_1 y β_2 . Suponga que el modelo es no lineal en los parámetros, por ejemplo $E(Y | X) = \beta_0 X^{\beta_1}$. ¿Qué problemas cree que surgirían si intentara tratar este modelo en el marco de la regresión lineal? (En el capítulo 17 discutiremos dichos modelos con cierto detalle).
- 13.6 La teoría del comportamiento del consumidor de Milton Friedman relaciona consumo Y , renta permanente Z y renta observada X como

$$Y = \alpha + \beta Z + U, X = Z + W, \quad (1)$$

donde el consumo transitorio U y la renta transitoria W tienen medias iguales a cero, varianzas $V(U) = \sigma_U^2$ y $V(W) = \sigma_W^2$ y covarianza cero, mientras que Z tiene esperanza μ y varianza σ_Z^2 y no está correlacionado con U ni con W . Dé por supuesto que la propensión marginal a consumir respecto a la renta permanente, es decir, β , está entre 0 y 1.

- Halle el predictor lineal óptimo de Y dado X .
- Muestre que la pendiente de ese predictor lineal óptimo está entre 0 y β .
- Considere un muestreo aleatorio en que sólo se observan X e Y . ¿Qué podemos decir de las propiedades de la regresión lineal mínimo-cuadrática $\hat{Y} = a + bX$?