

# Macroeconomía Monetaria y Financiera

## Modelo OLG: El problema del planificador

UC3M

# Modelos de generaciones solapadas

- ▶ Economía de intercambio puro: foco en intercambio intertemporal
- ▶ Queremos un modelo que nos ayude a entender por qué la gente demanda dinero
- ▶ 1 bien por periodo: perecedero
- ▶  $Y_t$  denota recursos totales en el periodo  $t$

# Población

- ▶ Economía de duración infinita  $t = 0, \dots, \infty$
- ▶ Poblada por individuos que viven 2 periodos
  - ▶ Primer periodo: Joven
  - ▶ Segundo periodo: Viejo
  - ▶ Tercer periodo: Muerto
- ▶ Cada  $t$  nace una nueva generación
- ▶  $N_t$  jóvenes nacen en  $t$  y viven durante los periodos  $t$  y  $t + 1$ . En el periodo  $t$  comparten la economía con  $N_{t-1}$  viejos que nacieron en  $t - 1$

# Población

		Time Periods					
		0	1	2	3	4	5
Generations	-1	old					
	0	young	old				
	1		young	old			
	2			young	old		
	3				young	old	
	4					young	old

**Figure:** Estructura demográfica

- ▶ En cada periodo coexisten individuos de distintas generaciones

# Notacion

- ▶ Buscamos una asignación de consumo (quién consume qué)
- ▶ Usamos  $c_t^h(s)$  para describir el consumo del individuo  $h$  de la generación  $t$  en el periodo  $s$
- ▶ Simplificamos: si cada generación tiene sólo individuos iguales, quitamos  $h$ :  $c_t(s)$
- ▶ Simplificamos II: enfoque en asignaciones simétricas, i.e. todos los viejos consumen lo mismo en todas las generaciones y todos los jóvenes consumen lo mismo en todas las generaciones.. podemos eliminar uno de los índices temporales
- ▶ Escribimos  $c_1$  para consumo de jóvenes y  $c_2$  para consumo de viejos

# Definiciones

- ▶ Una **asignación de consumo factible** es una asignación de consumo que se puede alcanzar con los recursos de la economía

$$C_t = N_t \times c_1 + N_{t-1}c_2 \leq Y_t$$

para todo  $t \geq 1$

- ▶ Una asignación de consumo factible es **eficiente** si no existe una asignación factible alternativa con más consumo total de algún bien y no menos consumo de otro... la restricción de factibilidad se verifica con igualdad
- ▶ Una asignación de consumo es **simétrica** si los miembros de todas las generaciones consumen lo mismo cuando jóvenes y lo mismo cuando viejos

# Asignación de consumo eficiente

$$C_1 + C_2 = Y_t$$

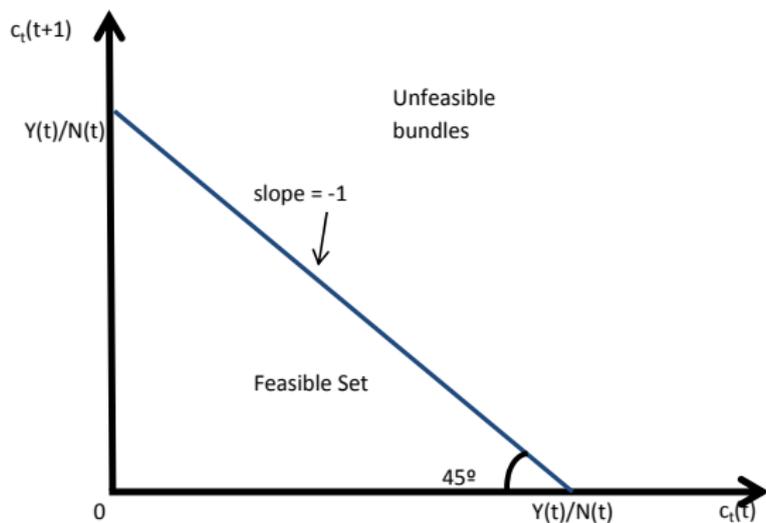
- ▶ Cuando todos los miembros son iguales

$$N_t c_t(t) + N_{t-1} c_{t-1}(t) = Y_t$$

- ▶
- ▶ En la asignación simétrica

$$c_1 + c_2 = \frac{Y_t}{N_t}$$

# Asignación de consumo simétrica eficiente



**Figure:** Asignación de consumo simétrica eficiente

# Asignación de consumo simétrica eficiente

- ▶ Derive la curva anterior suponiendo que hay crecimiento poblacional  $N_t = nN_{t-1}$

# Preferencias

- ▶ Suponga que las preferencias se pueden representar con una función de utilidad

$$V(c_1, c_2)$$

- ▶ Propiedades estándar
  - ▶ Estrictamente creciente
  - ▶ Diferenciable
  - ▶ Cóncava (curvas de indiferencia convexas)

# Pareto Optimalidad

- ▶ Suponga que un planificador benevolente puede elegir asignaciones factibles para maximizar la utilidad de las futuras generaciones. Qué asignación elegirá el planificador?
- ▶ Para rankear las asignaciones: economía del bienestar
- ▶ **Superioridad de Pareto:** Una asignación A es Pareto superior a una asignación B si y sólo si
  - ▶ Ningún agente prefiere estrictamente B a A
  - ▶ Al menos una persona prefiere A a B
- ▶ Si A no es superior a B y B no es superior a A decimos que no son comparables

# Pareto Optimalidad

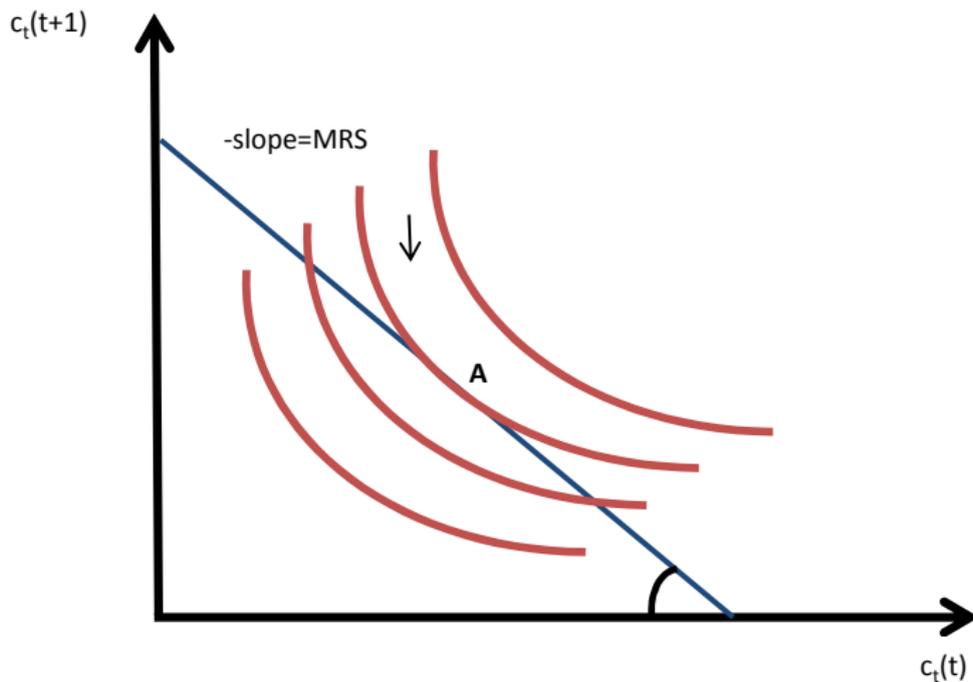
- ▶ Una asignación de consumo es OP si es factible y no existe una asignación pareto superior a ella
- ▶ Eficiencia es necesaria para OP
- ▶ Igualación de las tasas marginales de sustitución es condición necesaria de OP

# Tasas marginales de sustitución

$$MRS = \frac{\frac{\partial V}{\partial c_1}}{\frac{\partial V}{\partial c_2}}$$

- ▶ Nos dice cuanto de un bien hay que dar para compensar por quitar algo de otro bien
- ▶ Considere la curva de indiferencia  $\bar{V} = V(c_1, c_2)$
- ▶ Note  $c_2 = f(\bar{V}, c_1)$
- ▶ Encuentre la derivada de  $f$  respecto a  $c_1$

# Tasas marginales de sustitución



**Figure:** Tasas marginales de sustitución

# Tasas marginales de sustitución

- ▶ La asignación del planificador que maximiza la utilidad de las futuras generaciones se llama “Regla de oro” (GRA)
- ▶ Restricción de factibilidad y curvas de indiferencia son tangentes

# Overlapping generations model

## Exercises

Assume that in period 1, the economy is inhabited by an initial generation of old agents and the young agents born in  $t = 1$ . Each generation has  $N(t) = 1$  members. Individuals obtain utility derived from consumption given by the following utility function:

$$U^h(c_t^h(t), c_t^h(t+1)) = c_t^h(t)c_t^h(t+1)$$

Indicate whether in the following table the allocations that appear in each line are Pareto superior (PS), Pareto inferior (PI) or non-comparable (NC) to the allocations in the columns:

	(8,0)	(6,2)	(4,4)	(2,6)	(0,8)
(7,1)					
(5,3)					
(3,5)					
(1,7)					

# Overlapping generations model

## References (Mandatory)

- ▶ Champ, B., Freeman, S., Haslag, J., 2011. Modeling monetary economies. Cambridge University Press. (Ch1)
- ▶ Wallace and McCandless, 1992. Introduction to Dynamics Macroeconomic Theory. Harvard University Press. (Ch1)
- ▶ Wallace, N., 2008. Competitive trade using money. Unpublished classnotes.
- ▶ Wallace, N., 1978. The overlapping generations model of fiat money. in Models of Monetary Economies. Federal Reserve Bank of Minneapolis.