

# Macroeconomía Monetaria y Financiera

Modelo de islas de Lucas

UC3M

March 13, 2019

# Supuestos

- ▶ Economía OLG con 2 períodos
- ▶ 2 islas
- ▶ Población total:  $N$ , constante en el tiempo
- ▶ Viejos: la mitad vive en cada isla, en cada período. Los agentes viejos son distribuidos aleatoriamente en una isla, independientemente de la isla donde vivieron cuando eran jóvenes.
- ▶ Jóvenes:  $\frac{1}{3}N$  en una isla y  $\frac{2}{3}N$  en la otra.
- ▶ En cada período, cada isla tiene la misma probabilidad de tener población joven grande o pequeña.

# Supuestos

## Stock de dinero

- ▶ Cada período la cantidad nominal de dinero crece a tasa  $\mu_t$ :  
$$M_t = M_{t-1}(1 + \mu_t)$$
- ▶ El dinero adicional se introduce en la economía a través de transferencias de suma fija a los viejos:  $a_{t+1} = \mu_t M_t \frac{P_{t+1}^m}{N}$ , en unidades de bienes de consumo.

# Supuestos

## Información:

- ▶ Los jóvenes no pueden observar el número de habitantes jóvenes en su isla ni la magnitud de subsidios a los viejos.
- ▶ El stock nominal de dinero se conoce con un retraso de 1 período.
- ▶ Precios de los bienes de la isla: son observados sólo por los habitantes de esa isla.
- ▶ No hay comunicación entre islas.

# Supuestos

## Expectativas Racionales

- ▶ Los habitantes conocen las posibles distribuciones de población joven y las probabilidades de cada caso.
- ▶ A partir de los precios que observan, pueden realizar inferencias. Asumimos que sus inferencias son correctas.

# Supuestos

## Agentes

- ▶ Dotación:  $y$  unidades de tiempo cuando son jóvenes
- ▶ Pueden utilizarlas para: ocio ( $c_{1,t}^i$ ) o trabajo ( $l_t^i$ ). Donde  $t$  es la generación e  $i$  es la isla donde nació el individuo.
- ▶ Cada unidad de trabajo produce 1 unidad del bien, que puede vender a habitantes viejos. Asumimos  $l_t^i = l(p_t^i)$ , la oferta laboral depende de los precios en la isla  $i$ , y además, ésta es igual a la cantidad de producción.
- ▶ Restricción presupuestaria cuando es joven:  
$$c_{1,t}^i + l_t^i = c_{1,t}^i + p_t^{m,i} m_t^i = y.$$
- ▶ Restricción presupuesta cuando es viejo:  
$$c_{2,t}^{i,j} = p_{t+1}^{m,j} m_t^i + a_{t+1} = \frac{p_{t+1}^{m,j}}{p_t^{m,i}} l_t^i + a_{t+1} = \frac{p_t^i}{p_{t+1}^j} l_t^i + a_{t+1}.$$
  $i$ : isla donde nacieron,  $j$ : isla donde viven cuando son viejos.

# Supuestos

- ▶ Los agentes eligen  $l_t^i$  para maximizar su utilidad esperada, dados los precios en su isla.
- ▶ A mayor tasa de retorno del trabajo, mayor oferta laboral.
- ▶ Para un precio dado en el futuro,  $(p_{t+1}^j)$ , a mayor precio de los bienes hoy, mayor retorno laboral  $\frac{p_t^i}{p_{t+1}^j}$ .
- ▶ Asumimos: si aumenta  $p_t^i$ , el agente trabaja más: el efecto sustitución domina al efecto riqueza.

## Inflación no aleatoria

- ▶ Suponga:  $\mu_t = \mu \forall t$ .
- ▶ El dinero crece a una tasa constante en todos los períodos.
- ▶ Entonces, los agentes pueden inferir la cantidad de dinero en la economía multiplicando la cantidad de dinero del período anterior por  $(1 + \mu)$ .

# Inflación no aleatoria

## Condiciones de vaciado de mercado del dinero

- ▶ Población joven en la isla  $i$ :  $N^i$ .
- ▶ Demanda de dinero:  $l_t^i = l(p_t^i) = p_t^{m,i} m_t^i$
- ▶ Demanda total de dinero en la isla  $i$ :  $N^i l(p_t^i)$
- ▶ Recuerde que en cada período la población total de viejos se distribuye en partes iguales entre las dos islas. Entonces, la cantidad de dinero nominal también.
- ▶ Oferta de dinero:  $p_t^{m,i} \frac{M_t}{2}$

# Inflación no aleatoria

Condiciones de vaciado de mercado del dinero

► **Condición de vaciado:**

$$N^i l(p_t^i) = p_t^{m,i} \frac{M_t}{2} = \frac{M_t}{2p_t^i}$$

$$\iff p_t^i = \frac{M_t}{2N^i l(p_t^i)}$$

- $N^i$  es la única variable aleatoria, entonces determina el nivel de precios en la isla  $i$ .
- Observar el nivel de precios le permite al individuo inferir la población joven de la isla.

## Inflación no aleatoria

Condiciones de vaciado de mercado del dinero.

Defina  $p_t^A$  como el nivel de precios de los bienes cuando la población joven es baja y  $p_t^B$  cuando es alta:

$$p_t^A = \frac{M_t}{\frac{2}{3}NI(p_t^A)} = \frac{3M_t}{2NI(p_t^A)}$$

$$p_t^B = \frac{M_t}{2\frac{2}{3}NI(p_t^B)} = \frac{3M_t}{4NI(p_t^B)}$$

Entonces,  $p_t^A > p_t^B$ .

# Inflación no aleatoria

Condiciones de vaciado de mercado del dinero.

- ▶ El precio es mayor cuando la población de jóvenes es más escasa.
- ▶ A mayor precio hoy, mayor retorno del trabajo.
- ▶ Cuando la población de la isla es baja, los jóvenes trabajan más porque el precio de sus bienes (y el retorno del trabajo) es mayor.
- ▶ Como la población total  $N$  es siempre la misma, la producción total no varía.
- ▶ Los precios dan las señales correctas.

## Inflación no aleatoria

¿Los jóvenes actuarían distinto si supieran que los precios altos se deben a un aumento de una vez y para siempre en la cantidad de dinero? En este caso el retorno del dinero es:

$$\frac{p_{t+1}^{m,j}}{p_t^{m,i}} = \frac{p_t^i}{p_{t+1}^j} = \frac{\frac{M_t}{2N^i I(p_t^i)}}{\frac{M_{t+1}}{2N^j I(p_{t+1}^j)}} = \frac{N^j I(p_{t+1}^j)}{N^i I(p_t^i)} \frac{M_t}{M_{t+1}}$$

Un aumento permanente de la cantidad de dinero aumenta  $M_t$  y  $M_{t+1}$  en la misma proporción. Entonces, no afecta el retorno del trabajo y no cambia la oferta laboral, **el dinero es neutral**.

## Inflación no aleatoria

Efectos de la inflación esperada: Asuma  $M_{t+1} = (1 + \mu)M_t$ .

Entonces:  $\frac{M_t}{M_{t+1}} = \frac{1}{1+\mu}$ .

Cuando aumenta  $\mu$  el retorno del trabajo cae. Entonces, desincentiva el trabajo porque los ingresos laborales se ven afectados por el aumento en  $M_t$ . **El dinero no es superneutral.**

## Política Monetaria Aleatoria

- ▶  $M_t = M_{t-1}$  con probabilidad  $\theta$  ( $\mu_t = 0$ ).
- ▶  $M_t = 2M_{t-1}$  con probabilidad  $1 - \theta$  ( $\mu_t = 1$ ).
- ▶ El valor de  $\mu$  es desconocido por los jóvenes hasta que las transacciones se hayan realizado.

## Política Monetaria Aleatoria

¿Aún pueden deducir la cantidad de población joven de la isla a partir de los precios?

Condiciones de vaciado del mercado del dinero:

$$N^i l(p_t^i) = p_t^{m,i} \frac{M_t}{2}$$

$$p_t^i = \frac{M_t}{2N^i l(p_t^i)} = \frac{(1 + \mu_t)M_{t-1}}{2N^i l(p_t^i)}$$

## Política Monetaria Aleatoria

- ▶ Ahora  $N^i$  y  $\mu_t$  son desconocidos. Ya no es posible inferir  $N^i$  a partir de los precios.
- ▶ Imagine que los precios son altos. Esto puede ser resultado de bajo nivel de población joven o gran cantidad de dinero. En el primer caso, querrán trabajar más, pero en el segundo no.
- ▶ En esta economía hay 4 estados posibles, que dependen del nivel de población y la tasa de crecimiento del dinero.

# Política Monetaria Aleatoria

Tasa de crecimiento del dinero	Número de personas jóvenes	
$1 + \mu_t = 1$	$p_t^A = \frac{\frac{2}{3}N}{\frac{2}{3}NI(p_t^A)}$	$p_t^B = \frac{\frac{1}{3}N}{\frac{1}{3}NI(p_t^B)}$
$1 + \mu_t = 2$	$p_t^C = \frac{2(M_{t-1}/2)}{\frac{2}{3}NI(p_t^C)}$	$p_t^D = \frac{2(M_{t-1}/2)}{\frac{1}{3}NI(p_t^D)}$

$p_t^A < p_t^B = p_t^C < p_t^D$ . Precios en A y D pueden ocurrir sólo en una situación. Si observa  $p_t^D$ , pueden inferir la población es baja.

Entonces, buen retorno del trabajo y trabajan más.

## Política Monetaria Aleatoria

- ▶ Si observan  $p_t^A$ , infieren que la población es alta. Entonces, menor retorno del trabajo y trabajarán menos.
- ▶ Si observan  $p_t^D$ , infieren que la población es baja. Entonces, mayor retorno del trabajo y trabajarán más.
- ▶ Si observan  $p_t^B = p_t^C$ , no pueden inferir nada. Producen  $I^*$ :  $I^D > I^* > I^A$ . Esto se debe a que:  $p^D > p^* > p^A$ .
- ▶ **Esta política monetaria aleatoria no siempre aumenta el producto total de la economía.** En C producen más, en B menos.
- ▶ Siempre hay una isla con  $N^i = \frac{1}{3}N$  y la otra con  $N^i = \frac{2}{3}N$ .
- ▶ Si  $\mu_t = 1$  una isla estará en el caso C y la otra en D. El producto total será una media ponderada entre  $I^C$  y  $I^D$ .
- ▶ Si  $\mu_t = 0$ , una isla estará en el caso A y la otra en B.