

Duración del examen: 2 horas.

Nota importante: Alguna información contenida en las salidas es redundante.

PREGUNTA 1. Considere el siguiente modelo de regresión lineal con una variable explicativa,

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + U. \quad (1)$$

- a. (1 punto) Proporcione una fórmula para el estimador de mínimos cuadrados ordinarios y demuestre que es insesgado cuando el modelo cumple todos los supuestos clásicos. Indique el supuesto que se está utilizando en cada momento.
- b. (1 punto) Suponga ahora que $U = \beta_2 X_2 + V$, donde X_2 es otra variable explicativa con media cero y la media condicional de V para cualquier valor posible de X_1 y X_2 es igual a cero. Proporcione una expresión para el sesgo del estimador de mínimos cuadrados ordinarios en el modelo (1) cuando X_1 y X_2 están correlacionadas.

PREGUNTA 2. La variable *sat* es la puntuación en el test SAT de aptitud escolar, *hsize* es el tamaño de la promoción (medido en cientos de alumnos) a la que pertenece el alumno, *female* es una variable binaria de sexo (que toma el valor 1 si el estudiante es una mujer y 0 en caso contrario), y *black* es una variable binaria racial (que toma el valor 1 si el estudiante es de raza negra y 0 en caso contrario). Se propone el modelo siguiente para estimar los efectos de varios factores sobre los resultados del test SAT de aptitud escolar,

$$sat = \beta_0 + \beta_1 hsize + \beta_2 hsize^2 + \beta_3 female + \beta_4 black + \beta_5 femaleblack + u \quad (2.1)$$

donde *hsize2* es el cuadrado de la variable *hsize* y la variable *femaleblack* es el término de interacción $female \times black$.

Se considera también un modelo más general que incluye el efecto adicional de que el alumno sea deportista, mediante la variable *athlete* (que toma el valor 1 si la observación corresponde a un estudiante deportista y 0 en caso contrario), así como la variable interacción $athleteblack = athlete \times black$. Suponemos que se cumplen todos los supuestos clásicos.

Salida 1: estimaciones MCO utilizando las 4137 observaciones 1–4137

Variable dependiente: *sat*

	Coefficiente	Desv. típica	estadístico <i>t</i>	valor p
<i>const</i>	1028.1000	6.2902	163.44	0.0000
<i>hsize</i>	19.2971	3.8323	5.03	0.0000
<i>hsize2</i>	-2.1948	0.5272	-4.16	0.0000
<i>female</i>	-45.0910	4.2911	-10.51	0.0000
<i>black</i>	-169.8100	12.7131	-13.36	0.0000
<i>femaleblack</i>	62.3064	18.1542	3.43	0.0006
R^2	0.0858			
$F(5, 4131)$	77.52			

Salida 2: estimaciones MCO utilizando las 4137 observaciones 1–4137

Variable dependiente: *sat*

	Coefficiente	Desv. típica	estadístico <i>t</i>	valor p
<i>const</i>	1033.6200	6.2360	165.75	0.0000
<i>hsize</i>	18.0214	3.7787	4.77	0.0000
<i>hsize2</i>	-1.8931	0.5202	-3.64	0.0003
<i>female</i>	-48.4500	4.2450	-11.41	0.0000
<i>black</i>	-130.2500	14.1122	-9.23	0.0000
<i>femaleblack</i>	36.7119	18.3839	2.00	0.0459
<i>athlete</i>	-97.5820	11.0091	-8.86	0.0000
<i>athleteblack</i>	-59.1710	25.2181	-2.35	0.0190

R^2 0.1128
 $F(3, 4131)$ 75.0

- (1 punto)** Utilice la salida 2. ¿Cuál es la diferencia estimada en la puntuación del test SAT entre una mujer de raza blanca y otra de raza negra, las dos deportistas?
- (1 punto)** Contraste al 5% de significación si tiene algún efecto sobre el resultado del test el ser deportista.
- (1 punto)** Utilice la salida 2. Contraste al 5% de significación si la variable *hsize* entra de forma lineal en el modelo.
- (1 punto)** Utilice la salida 1. ¿Cuál es el punto crítico estimado a partir del cual el efecto marginal de *hsize* cambia de signo?

PREGUNTA 3. Algunos economistas sostienen que los precios de las acciones de las empresas dependen de la política de dividendos seguida por los gestores de las mismas. El modelo económico empleado para explicar el valor de mercado de las acciones es:

$$P = \alpha VC^{\beta_1} DPA^{\beta_2},$$

donde P es el precio de cotización en bolsa (en euros) de las acciones de una empresa, VC es el valor contable (en euros) de las mismas, y DPA es el dividendo (en euros) obtenido por acción.

Para estimar el modelo se ha seleccionado una muestra de 22 empresas que cotizan en Bolsa. El modelo estimado por MCO es

$$\ln P = \beta_0 + \beta_1 \ln(VC) + \beta_2 \ln(DPA) + U.$$

Los resultados de la estimación figuran en la Salida 1.

SALIDA 1				
Dependent Variable: $\ln P$				
Method: Least Squares				
Sample: 1 22				
Included observations: 22				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.0913	0.4251	2.57	0.0190
$\ln(VC)$	0.7781	0.0935	8.32	0.000
$\ln(DPA)$	0.1814	0.0820	2.21	0.039
R-squared	0.8669			
Adjusted R-squared	0.8529			
S.E. of regression	0.4069			
Sum squared resid	3.1460			

- a. (1 punto) Interprete los coeficientes β_1 y β_2 .
- b. (1 punto) Proporcione un intervalo de confianza al 95% sobre β_1 .
- c. (1 punto) ¿Que información reporta el R^2 en esta salida? Contraste si todas las variables son significativas al 5% de significación.
- d. (1 punto) Explique cómo contrastaría que la suma de los coeficientes β_1 y β_2 es igual a uno cuando se desconoce la covarianza estimada entre los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios de β_1 y β_2 . (Ayuda: Emplee un contraste de la t sobre un tercer parámetro que depende de β_1 y β_2).

VALORES CRÍTICOS

$Z_{0,025} = 1,96$	$Z_{0,05} = 1,645$	$Z_{0,01} = 2,326$	$Z_{0,005} = 2,576$
$Z_{0,1} = 1,282$	$\chi_{3;0,01}^2 = 11,34$	$\chi_{3;0,05}^2 = 7,82$	$\chi_{5;0,05}^2 = 11,07$
$\chi_{2;0,05}^2 = 5,99$	$\chi_{2;0,01}^2 = 9,21$	$\chi_{6;0,05}^2 = 12,59$	$\chi_{2;0,1}^2 = 4,61$
$\chi_{6;0,01}^2 = 16,81$	$\chi_{4;0,05}^2 = 9,49$	$\chi_{3;0,1}^2 = 6,25$	$\chi_{4;0,01}^2 = 13,28$

Z es la normal de media cero y varianza uno y χ_q^2 es la chi cuadrado con q grados de libertad, $\Pr(Z > Z_\alpha) = \alpha$;
 $\Pr(\chi_q^2 > \chi_{q;\alpha}^2) = \alpha$.

Nótese que la distribución F se puede aproximar por la de la χ^2 . Esto es, $\chi_q^2 \sim q \cdot F_{q,n}$ cuando n es grande,
 $\Pr(\chi_q^2 > \chi_{q;\alpha}^2) \simeq \Pr(q \cdot F_{q,n} > \chi_{q;\alpha}^2)$.