

1. Considere el siguiente modelo salarial donde $\log(wage)$ mide el logaritmo del salario mensual, $educ$ los años de formación académica, $\log(exper)$ el logaritmo de los años de experiencia profesional, IQ el resultado en un test de cociente de inteligencia, $sibs$ el número de hermanos y $meduc$, $feduc$ denotan los años de formación académica de la madre y del padre respectivamente:

$$\log(wage) = \beta_0 + \beta_1(educ) + \beta_2[\log(exper)] + \beta_3(IQ) + \beta_4(sibs) + \beta_5(meduc) + \beta_6(feduc) + u \quad (1)$$

Se han obtenido las siguientes estimaciones por MCO:

Modelo 1: estimaciones MCO utilizando las 663 observaciones 1–663
 Variable dependiente: $\log(wage)$

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	5,20719	0,169422	30,7351	0,0000
educ	0,0442353	0,00870851	5,0796	0,0000
$\log(exper)$	0,142657	0,0324766	4,3926	0,0000
IQ	0,00451081	0,00122132	3,6934	0,0002
sibs	-0,00208018	0,00693720	-0,2999	0,7644
meduc	0,0116894	0,00657770	1,7771	0,0760
feduc	0,00829820	0,00572200	1,4502	0,1475

Suma de cuadrados de los residuos 93,55135
 R^2 0,168308 R^2 corregido 0,160701

Modelo 2: estimaciones MCO utilizando las 663 observaciones 1–663
 Variable dependiente: $\log(wage)$

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	5,27480	0,168580	31,2896	0,0000
educ	0,0517960	0,00840576	6,1620	0,0000
$\log(exper)$	0,139966	0,0326156	4,2914	0,0000
IQ	0,00507711	0,00121565	4,1765	0,0000
sibs	-0,00592774	0,00684978	-0,8654	0,3871

Suma de cuadrados de los residuos 94,99216
 R^2 0,155499 R^2 corregido 0,150365

Modelo 3: estimaciones MCO utilizando las 663 observaciones 1–663
 Variable dependiente: $\log(wage)$

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	6,81430	0,0160088	425,6602	0,0000

Modelo 4: estimaciones MCO utilizando las 663 observaciones 1–663
 Variable dependiente: $\log(wage/exper)$

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	2,21196	0,175085	12,6337	0,0000
educ	0,126979	0,0113316	11,2058	0,0000
IQ	0,00483657	0,00174202	2,7764	0,0057
sibs	0,0104817	0,00977537	1,0723	0,2840

Suma de cuadrados de los residuos 195,3711
 R^2 0,261138 R^2 corregido 0,257775

Utilizando las salidas relevantes:

- a. Contraste que la educación académica de los padres (*meduc*, *feduc*) no afectan *ceteris paribus* al salario mensual al nivel de significatividad del 5%.
 - b. Contraste que el conjunto de todas las variables explicativas que aparecen en el modelo poblacional subyacente (*eq.1*) no afecta al salario mensual.
 - c. Escriba el modelo restringido para contrastar conjuntamente que la elasticidad de salario respecto a experiencia profesional es uno y que la educación de los padres y las madres no afectan al salario mensual. Contraste dicha hipótesis.
 - d. ¿Porqué tanto el R^2 del Modelo 1 son más altos que en el Modelo 2?
2. En una muestra de 506 comunidades del área de Boston se estima un modelo que relaciona el precio mediano de las casas (*price*) en la comunidad con dos características de la misma: *nox* es la cantidad de partes por millón de óxido nítrico en el aire y *rooms* es el número de habitaciones en la comunidad. El modelo de regresión estimado es:

$$\begin{aligned} \log(\widehat{price}) &= \frac{9.23}{0.19} - \frac{0.718}{0.066} \log(nox) + \frac{0.306}{(0.019)} rooms \\ n &= 506, R^2 = 0.514, \end{aligned}$$

donde $\log(\cdot)$ representa el logaritmo neperiano.

- a. ¿Cuál es el efecto estimado de una habitación adicional manteniendo constante el nivel de contaminación?
 - 2.
- b. ¿Cuál es el estimador de la elasticidad del precio de las casas con respecto a la contaminación? Interprete este valor estimado.
- c. Modificamos el modelo para incluir un término cuadrático en la variable *rooms* y añadimos las siguientes variables: *dist* es la distancia ponderada desde la comunidad a los cinco centros de empleo en millas y *stratio* es el ratio medio de alumnos por profesor en los colegios de la comunidad. La ecuación estimada es:

$$\begin{aligned} \log(\widehat{price}) &= \frac{13.39}{(0.57)} - \frac{0.902}{(0.115)} \log(nox) - \frac{0.087}{(0.043)} \log(dist) \\ &\quad - \frac{0.545}{(0.165)} rooms + \frac{0.062}{(0.013)} rooms^2 - \frac{0.048}{(0.006)} stratio \\ n &= 506, R^2 = 0.603. \end{aligned}$$

Contraste si la variable *rooms* entra de forma lineal en el modelo.

- d. ¿Cuál es el número de habitaciones estimado a partir del cual la relación entre *rooms* y $\log(price)$ cambia de signo, permaneciendo el resto de variables explicativas constante?
3. Para estudiar la relación entre el precio de los alquileres y la población universitaria en una ciudad se obtienen datos de Estados Unidos sobre las siguientes variables: *rent* es el alquiler mensual medio de los pisos en dólares en la ciudad, *pop* es el número total de habitantes de la ciudad, *avginc* es la renta media de los habitantes de la ciudad y *pctstu* es el porcentaje de la población estudiantil respecto a la población total de la ciudad. Se considera el siguiente modelo econométrico:

$$\log(rent) = \beta_0 + \beta_1 \log(pop) + \beta_2 \log(avginc) + \beta_3 pctstu + U$$

La ecuación estimada, utilizando datos del año 1990 de 64 ciudades con Universidad es:

$$\begin{aligned} \log(rent) &= \frac{0.043}{(0.844)} + \frac{0.066}{(0.039)} \log(pop) + \frac{0.507}{(0.081)} \log(avginc) + \frac{0.0056}{(0.0017)} pctstu \\ n &= 64, R^2 = 0.458 \end{aligned}$$

- a. Escriba formalmente la hipótesis nula de que el porcentaje de población estudiantil o tiene efecto ceteris-paribus sobre los alquileres mensuales. Realice el contraste al 1% contra una alternativa bilateral.
- b. Contraste al 1%, 5% y 10% de significación de que el tamaño de la población sí tiene efecto ceteris-paribus sobre los alquileres.
- c. Proponga un estadístico t para contrastar la hipótesis de que el tamaño de la población tiene el mismo efecto que la renta media en la ciudad sobre los alquileres mensuales contra una alternativa bilateral.
- d. Realice el contraste propuesto en c. utilizando los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \log(\text{rent}) &= \underset{(0.464)}{-3.368} - \underset{(0.054)}{0.846} \log(\text{pop}) \\ &\quad + \underset{(0.041)}{0.877} \log(\text{pop} * \text{avginc}) + \underset{(0.120)}{0.658} \text{pctstu} \\ n &= 64, R^2 = 0.458 \end{aligned}$$

2. Sea el modelo de regresión lineal:

$$\begin{aligned} \ln \text{SAL} &= \beta_0 + \beta_1 \text{EDUC} + \beta_2 \text{EXP} + \beta_3 \text{NEG} + \beta_4 \text{HISP} \\ &\quad + \beta_5 \text{MUJER} + \beta_6 (\text{EXP} * \text{MUJER}) + U \end{aligned}$$

donde se cumplen los supuestos del modelo de regresión clásico.

Además, las variables se definen como:

SAL = salario-hora de un individuo en euros;

EDUC = años de educación;

EXP = años de experiencia laboral;

NEG = variable dicotómica que toma el valor 1 si el individuo es de raza negra y 0 en caso contrario;

HISP = variable dicotómica que toma el valor 1 si el individuo es hispano y 0 en caso contrario;

MUJER = variable dicotómica que toma el valor 1 si el individuo es mujer y 0 en caso contrario.

Existen tres posibles razas: negra, hispana y blanca. Empleando datos de 528 individuos, se han obtenido por MCO las estimaciones que aparecen en las SALIDAS 1 y 2.

- a. Utilice la Salida 1. ¿Cuál a diferencia porcentual media estimada entre el salario de un hombre negro y una mujer blanca con igual educación y 10 años de experiencia laboral?
- b. Utilizando la Salida 1 ¿Cuál es el efecto marginal estimado de una año más de experiencia laboral para dos mujeres blancas?
- c. Contraste al 5% de significación que la ecuación salarial no depende de la raza del individuo.
- d. Formule la hipótesis nula de que la ecuación salarial es independiente del sexo del individuo.