Universidad Carlos III de Madrid
Econometría I
Examen Final, Convocatoria Extraordinaria, Curso 2009-2010.

6 de Septiembre de 2010

Duración del examen: 2 horas.
Nota importante: Alguna información contenida en las salidas es redundante.

PREGUNTA 1 Una de las funciones de producción más utilizadas es la función CES (Constant Elasticity substitution) debido a que anida como casos particulares otras funciones de producción utilizadas habitualmente en la literatura empírica tales como la Cobb-Douglas o la Leontieff. La expresión de la función CES es la siguiente:

$$Y = \gamma \left(\delta K^{\rho} + (1-\delta)L^{\rho}\right)^{v/\rho}$$

donde Y, K y L denotan la producción, el capital y el trabajo, γ es el parámetro de eficiencia, δ es la proporción en que los dos factores entran en la función de producción, ρ es el parámetro que define la elasticidad de substitución y v es el parámetro que mide los rendimientos a escala, de manera que $v=1$, $v>1$ y $v<1$ indican, respectivamente, rendimientos constantes, rendimientos crecientes y rendimientos decrecientes a escala.

Un investigador ha especificado un modelo econométrico para estimar la tecnología con datos de 25 empresas manufactureras basándose en la aproximación lineal de primer orden de la función CES (expresada en logaritmos):

$$\begin{aligned}\log Y &= \log\gamma + \delta v \log K + (1-\delta)v \log L - 1/2\rho\log(1-\delta)v[\log(K/L)]^2 + \epsilon \\ &= \beta_0 + \beta_1 \log K + \beta_2 \log L + \beta_3[\log(K/L)]^2 + \epsilon.\end{aligned}$$

(a) Contrastar la hipótesis de rendimientos constantes a escala en la tecnología CES. Establece claramente la hipótesis nula y el método de contraste.

(b) Investigar la significatividad del parámetro β_3 en la estimación MCO.

(c) Considere ahora que el modelo verdadero para representar la tecnología de las empresas de un sector es

$$\log(Y/L) = \beta_0 + \beta_1 \log(K/L) + \beta_2[\log(K/L)]^2 + \epsilon,$$

en el que el término de error satisface los supuestos del modelo de regresión: $E(\epsilon|K,L) = 0, Var(\epsilon|K,L) = \sigma^2$, donde $\beta_2 > 0$, $Cov(\log(K/L), [\log(K/L)]^2) > 0$.

Si se omite $[\log(K/L)]^2$, obtener el signo y magnitud del sesgo de inconsistencia (o sesgo asintótico) del estimador de β_1 en la regresión simple de $\log(Y/L)$ sobre $\log(K/L)$. ¿Cuál sería el sesgo en caso de heteroscedasticidad condicional?

Salida 1. Dependent Variable: $\log Y$
Method: Least Squares
Sample: 1 25
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.9602	2.2051	-0.89	0.384
$\log K$	0.6501	0.0303	21.47	0.000
$\log L$	0.5592	0.2075	2.69	0.013
$[\log(K/L)]^2$	0.0879	-	-	-

R-squared 0.9912
Adjusted R-squared 0.9900
S.E. of regression 0.0266
Sum squared resid 0.0148

Salida 2. Dependent Variable: $\log(Y/L)$
Method: Least Squares
Sample: 1 25
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.0155	0.0084	1.84	0.079
$\log(K/L)$	0.6262	0.0144	43.51	0.000
$[\log(K/L)]^2$	0.0379	0.0323	1.17	0.253

R-squared 0.9921
Adjusted R-squared 0.9914
S.E. of regression 0.0264
Sum squared resid 0.0154

Salida 3. Dependent Variable: $\log Y$
Method: Least Squares
Sample: 1 25
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.6394	1.1255	0.56	0.576
$\log K$	0.6130	0.0135	45.44	0.000
$\log L$	0.3214	0.1142	2.81	0.010

R-squared 0.9905
Adjusted R-squared 0.9896
S.E. of regression 0.0271
Sum squared resid 0.0161

PREGUNTA 2 Queremos entender cuales son los determinantes de la participación en actividad física. Tenemos información para adultos con edades que fluctúan entre 25 y 55 años. La variable ficticia *sport*, toma el valor uno si el individuo ha participado en alguna actividad física durante la anterior semana y cero en caso contrario. Como variables explicativas en nuestro modelo tenemos la variable *binaria* $female$, que toma el valor uno si el individuo es mujer, y las variables *continuas* edad (age), edad al cuadrado ($age2$), y años de educación ($yedu$).

(a) Interpretar el coeficiente de la variable $female$. Proponer un modelo donde el efecto de la educación y la edad sobre la decisión de realizar actividad física dependa del género. Comentar si este modelo es más general o no que estimar dos modelos lineales diferentes para hombres y para mujeres.

(b) Obtener una expresión para la varianza condicional de *sport* en función de las variables $female$, age y $yedu$. Contrastar si existe heteroscedasticidad condicional en el modelo lineal a partir de la información proporcionada por la Salida 1.

(c) Usando la estimación del modelo lineal de probabilidad, indicar si la probabilidad de participar en actividad física disminuye siempre con la edad. Explicar detalladamente cómo se contrastaría que para individuos de 20 años esta probabilidad disminuye con la edad.

Salida 1: Estimaciones MCO utilizando 4986 observaciones desde 1–4993
Se han quitado las observaciones ausentes o incompletas: 7
Variable dependiente: sport
Desviaciones típicas robustas ante heteroscedasticidad

Variable	Coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	0.793	0.141	5.624	0.000
female	-0.276	0.0127	-21.725	0.000
age	-0.020	0.0074	-2.701	0.007
age2	0.0002	1.086e-04	1.841	0.066
yedu	0.0148	0.0017	8.768	0.000

Media de la var. dependiente	0,359807
D.T. de la variable dependiente	0,479992
Suma de cuadrados de los residuos	1021,94
Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)	0,452955
R^2	0,110198
$\bar{R}^2$ corregido	0,109483
$F(4, 4981)$	173,525
Log-verosimilitud	-3123,6

PREGUNTA 3 El siguiente es un modelo de ecuaciones simultáneas para estudiar si la apertura de la economía (*open*) lleva a menores tasas de inflación (inf),

$$\begin{aligned} inf &= \delta_{10} + \gamma_{12} open + \delta_{11} \log(pcinc) + u_1 \\ open &= \delta_{20} + \gamma_{21} inf + \delta_{21} \log(pcinc) + \delta_{22} \log(land) + u_2. \end{aligned}$$

Se asume que (los logaritmos de) *pcinc* (renta per cápita) y *land* (tierra de cultivo) son exógenos en todo el ejercicio. Se han obtenido diferentes estimaciones por MCO y MC2E que se proporcionan a continuación de las cuestiones.

(a) Obtener la forma reducida del sistema. ¿Cómo se estimarían consistentemente sus parámetros?

(b) Estudiar la identificación del sistema de ecuaciones simultáneas con las estimaciones proporcionadas. ¿Hay alguna ecuación potencialmente sobreidentificada?

(c) Contrastar si *open* es un regresor endógeno en la primera ecuación. En función del resultado comentar qué estimadores de los parámetros $(\gamma_{12}, \delta_{11})$ serían preferibles.

(d) Si se sabe que $\delta_{11} = 0$, ¿cómo cambiaría tu respuesta a la pregunta (b)? ¿Y si alternativamente se sabe que $\delta_{21} = 0$ (pero se ignora el valor de δ_{11} o el de cualquier otro parámetro del sistema)?

Salida 1: Estimaciones MCO utilizando las 114 observaciones 1–114
Variable dependiente: inf

Variable	Coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	25,1040	15,2052	1,6510	0,1016
open	-0,215070	0,0946289	-2,2728	0,0250
lpcinc	0,0175673	1,97527	0,0089	0,9929

Media de la var. dependiente	17,2640
D.T. de la variable dependiente	23,9973
Suma de cuadrados de los residuos	62127,5
Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)	23,6581
R^2	0,0452708
$\bar{R}^2$ corregido	0,0280685
$F(2, 111)$	2,63167
valor p para $F()$	0,0764453

Salida 2: Estimaciones MCO utilizando las 114 observaciones 1–114
Variable dependiente: open

Variable	Coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	116,226	15,8808	7,3187	0,0000
inf	-0,0680353	0,0715556	-0,9508	0,3438
lpcinc	0,559501	1,49395	0,3745	0,7087
lland	-7,3933	0,834814	-8,8563	0,0000

Media de la var. dependiente	37,0789
D.T. de la variable dependiente	23,7535
Suma de cuadrados de los residuos	34865,3
Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)	17,8033
R^2	0,453162
$\bar{R}^2$ corregido	0,438249
$F(3, 110)$	30,3855
valor p para $F()$	$< 0,00001$

Salida 3: Estimaciones MCO utilizando las 114 observaciones 1–114
Variable dependiente: inf

Variable	Coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	-12,615	21,0313	-0,5998	0,5498
lpcinc	0,191394	1,98158	0,0966	0,9232
lland	2,55380	1,08049	2,3635	0,0198

Media de la var. dependiente	17,2640
D.T. de la variable dependiente	23,9973
Suma de cuadrados de los residuos	61903,2
Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)	23,6154
R^2	0,0487174
$F(2, 111)$	2,84229
valor p para $F()$	0,0625432

Salida 4: Estimaciones MCO utilizando las 114 observaciones 1–114
Variable dependiente: open

Variable	Coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	117,085	15,8483	7,3878	0,0000
lpcinc	0,546479	1,49324	0,3660	0,7151
lland	-7,5671	0,814216	-9,2937	0,0000

Media de la var. dependiente	37,0789
D.T. de la variable dependiente	23,7535
Suma de cuadrados de los residuos	35151,8
Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)	17,7956
R^2	0,448668
$F(2, 111)$	45,1654
valor p para $F()$	$<$ 0,00001

Salida 5: Estimaciones MC2E utilizando las 114 observaciones 1–114
Variable dependiente: inf
Instrumentos: lland

Variable	Coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	26,8993	15,4012	1,7466	0,0807
open	-0,337487	0,144121	-2,3417	0,0192
lpcinc	0,375823	2,01508	0,1865	0,8520

Media de la var. dependiente	17,2640
D.T. de la variable dependiente	23,9973
Suma de cuadrados de los residuos	63064,2
Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)	23,8358
$F(2, 111)$	2,62498
valor p para $F()$	0,0769352

Contraste de Hausman –
Hipótesis nula: Los estimadores de MCO son consistentes
Estadístico de contraste asintótico: $\chi^2_1 = 1{,}35333$ con valor p = 0,244697

First-stage $F(1, 111) = 86{,}3734$

VALORES CRÍTICOS: Z es la normal de media cero y varianza uno y χ^2_q es la chi cuadrado con q grados de libertad, $\Pr(Z > Z_\alpha) = \alpha$; $\Pr\left(\chi^2_q > \chi^2_{q;\alpha}\right) = \alpha$. Nótese que la distribución F se puede aproximar por la de la χ^2. Esto es, $\chi^2_q \sim q \cdot F_{q,n}$ cuando n es grande, $\Pr\left(\chi^2_q > \chi^2_{q;\alpha}\right) \simeq \Pr\left(q \cdot F_{q,n} > \chi^2_{q;\alpha}\right)$.

$Z_{0,025} = 1,96$	$Z_{0,05} = 1,645$	$Z_{0,01} = 2,326$	$Z_{0,005} = 2,576$	
$Z_{0,1} = 1,282$	$\chi^2_{3;0,01} = 11,34$	$\chi^2_{3;0,05} = 7,82$	$\chi^2_{5;0,05} = 11,07$	
$\chi^2_{2;0,05} = 5,99$	$\chi^2_{2;0,01} = 9,21$	$\chi^2_{6;0,05} = 12,59$	$\chi^2_{2;0,1} = 4,61$	$\chi^2_{1;0,05} = 3,84$
$\chi^2_{6;0,01} = 16,81$	$\chi^2_{4;0,05} = 9,49$	$\chi^2_{3;0,1} = 6,25$	$\chi^2_{4;0,01} = 13,28$	$\chi^2_{1;0,01} = 6,64$