

**SOLUCIONES**

**PREGUNTA 1 a. (0,5 puntos)** Se estima que un negro gana aproximadamente el 18,83% menos que un no negro, teniendo los dos el mismo nivel para las otras variables. El p-valor de *black* es cero, por lo que concluimos que la diferencia es significativa.

**b. (0,5 puntos)** Podemos utilizar un contraste de la *F* o de la *Ji-cuadrado*, mirando en cada caso a la tabla relevante correspondiente. El estadístico es:

$$\begin{aligned} W &= \frac{R_{no-restringido}^2 - R_{restringido}^2}{\left(1 - R_{no-restringido}^2\right) / n} \\ &= \frac{SEC_{restringido} - SEC_{no-restringido}}{SEC_{no-restringido} / n} \\ &= \frac{0,254958 - 0,252558}{(1 - 0,254958) / 935} \\ &= 3,0119 \end{aligned}$$

Bajo  $H_0$ ,  $W \sim \chi_2^2$ . Como  $W = 3,0119 < \chi_{2;0,1}^2 = 4,61$  no podemos rechazar  $H_0$  ni al 10% de significación.

**c. (0,5 puntos)** Modelo a considerar,

$$\begin{aligned} \log(wage) &= \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 exper + \beta_3 tenure + \beta_4 married + \beta_5 black + \beta_6 south \\ &\quad + \beta_7 urban + \beta_8 (educ \times black) + U. \end{aligned}$$

La salida del Modelo 3 indica que el *p-valor* para la variable *educ × black* es mayor que 0,26, por lo que no podemos rechazar la hipótesis nula de que la educación no depende de la raza en este modelo.

**d. (0,5 puntos)** El modelo a considerar es,

$$\begin{aligned} \log(wage) &= \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 exper + \beta_3 tenure + \beta_4 married + \beta_5 black + \beta_6 south \\ &\quad + \beta_7 urban + \beta_8 (married \times black) + U. \end{aligned}$$

Ahora,

$$\begin{aligned} \log(\widehat{wage})_{negros\_casados} - \log(\widehat{wage})_{no\_negros\_casados} &= \hat{\beta}_5 + \hat{\beta}_8 \\ &\simeq -0,241 + 0,061 \\ &= -0,18 \end{aligned}$$

Estimamos que los negros casados ganan aproximadamente un 18% menos que los no negros casados.

**PREGUNTA 2. a. (0,5 puntos)** La forma reducida de  $Y_1$  es

$$Y_1 = \frac{\beta_1 \alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} Z_1 - \frac{\beta_2 \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} Z_2 + \frac{U_1 \alpha_2 - U_2 \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1},$$

y existe cuando  $\alpha_2 \neq \alpha_1$ ,  $\alpha_1 \neq 0$  y  $\alpha_2 \neq 0$ . Siempre que  $\alpha_2 \neq \alpha_1$   $Y_2$  tiene forma reducida de la forma

$$Y_2 = \frac{\beta_1}{\alpha_2 - \alpha_1} Z_1 - \frac{\beta_2}{\alpha_2 - \alpha_1} Z_2 + \frac{U_1 - U_2}{\alpha_2 - \alpha_1}.$$

**b. (0,5 puntos)** Si, como es habitual,  $Y_1$  son cantidades e  $Y_2$  precios,  $\alpha_1/\alpha_2 < 0$ . Por tanto siempre  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ .

**c. (0,5 puntos)** La primera ecuación no satisface la condición de orden y no puede estar identificada.

**PREGUNTA 3: a. (0,5 puntos)** Para dos personas de la misma raza, un aumento en la tasa de endeudamiento de un uno por uno implica una variación de la probabilidad de denegar una hipoteca de  $\beta_1$ . La probabilidad estimada de que le concedan la hipoteca a un blanco con una tasa de endeudamiento del 30% sería

$$\begin{aligned} & 1 - (-0.091 + 0,559 * 0.30 + 0,177 * 0) \\ = & 1 - (-0.091 + 0,1668) = 1 - 0.0758 = 0.9242. \end{aligned}$$

**b. (0,5 puntos)** Existe heterocedasticidad necesariamente porque

$$Var(Y|X_1, X_2) = E(Y|X_1, X_2)[1 - E(Y|X_1, X_2)],$$

una función que depende obviamente de  $X_1$  y de  $X_2$ . Nos piden contrastar

$$H_0 : \beta_2 = 0 \text{ vs } H_1 : \beta_2 \neq 0.$$

El estadístico del contraste es

$$t = \frac{0,177}{0,125} = 1,416 < Z_{0,025} = 1,645.$$

Por tanto, no podemos rechazar  $H_0$ .

**PREGUNTA 4:**

$$tvhours^* = \beta_0 + \beta_1 age + \beta_2 age^2 + \beta_3 mothereduc + \beta_4 fathereduc + \beta_5 sibs + U.$$

Nos preocupa que  $tvhours^*$  se mida con error en nuestra encuesta. Supongamos que  $tvhours$  son las horas de televisión declaradas en la encuesta.

**a. (0,5 puntos)**

$$tvhours = tvhours^* + e.$$

El estimador MCO es insesgado siempre que cumpla que el error de medida  $e$  tenga media cero y sea independiente de todas las variables explicativas. Si el error de medida no tiene media cero el estimador de la constante  $\beta_0$  sería insesgado, pero los estimadores del resto de parámetros seguirían siendo insesgados.

**b. (0,5 puntos)** En este caso el MCO de todos los parámetros es sesgado, suponiendo que el error de medición es independiente de la variable no observada mediada con error y del resto de variables explicativas, incluso cuando el tamaño muestral es muy grande. Los estimadores serían insesgados en el caso improbable donde el error de medición de la variable explicativa sea independiente de todas las variables explicativas observadas, incluida la medida con error.

**PREGUNTA 5: a. (0,5 puntos)** Para contrastar que  $MB$  es un instrumento válido, tenemos que contrastar que  $MB$  es significativa en el contexto de la salida 2. El  $p$ -valor es cero y concluimos que  $MB$  es un instrumento válido. Para contrastar si  $NCHILD$  es exógena realizamos un contraste de significación de  $RES$  en la salida 4.  $RES$  tiene un  $p$ -valor de 0,003, por lo que rechazamos que  $NCHILD$  sea exógena ni al 1% de significación.

**b. (0,5 puntos)** A la vista de la salida 3, se estima que un niño adicional supone, en promedio, una disminución de 0,84 horas trabajadas, permaneciendo fijas el resto de variables explicativas.