

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID  
ECONOMETRÍA I  
Curso 2004/05  
PRUEBA DE CLASE 2

NOMBRE \_\_\_\_\_

*Instrucciones:* Para la fila correspondiente a cada una de las preguntas, marque con una X el recuadro correspondiente a la respuesta correcta.

RESPUESTAS				
PREGUNTA	(a)	(b)	(c)	(d)
1.	X			
2.			X	
3.	X			
4.			X	
5.		X		
6.			X	
7.	X			
8.			X	
9.		X		
10.				X

1. Considere el siguiente modelo de regresión lineal:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + \beta_5 X_{5i} + \varepsilon_i.$$

Dada la siguiente hipótesis:

$$H_0 : \beta_1 = 0, \beta_3 = 2, \beta_4 = \beta_5,$$

indique cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA.

- a) Podría contrastar dicha hipótesis contrastando cada una de las tres restricciones mediante su correspondiente estadístico  $t$ .  
 b) El modelo restringido (resultante de aplicar las restricciones bajo  $H_0$ ) es

$$(Y_i - 2X_{3i}) = \beta_0 + \beta_2 X_{2i} + \beta_4 (X_{4i} + X_{5i}) + \varepsilon_i^*.$$

- c) Para contrastar dicha hipótesis, utilizaría un estadístico

$$W^0 = \frac{SRR - SRS}{SRS} \times (n - K - 1),$$

con distribución aproximada  $\chi^2_3$ , donde  $SRR$  es la suma de cuadrados de los residuos del modelo restringido (resultante de aplicar las restricciones bajo  $H_0$ ) y  $SRS$  es la suma de cuadrados de los residuos del modelo no restringido.

- d) La suma de cuadrados de los residuos del modelo restringido (resultante de aplicar las restricciones bajo  $H_0$ ) es mayor o igual que la suma de cuadrados de los residuos del modelo no restringido.

2. Dado el siguiente modelo de regresión lineal:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + \beta_5 X_{5i} + \varepsilon_i,$$

indique en qué caso **NO puede aplicarse** el contraste

$$W^0 = \frac{R^2_S - R^2_R}{1 - R^2_S} \times (n - K - 1),$$

con distribución aproximada  $\chi^2_q$  ( $q =$  número de restricciones), donde  $R^2_R$  es el coeficiente de determinación del modelo (resultante de aplicar las restricciones bajo  $H_0$ ) y  $R^2_S$  es el coeficiente de determinación del modelo no restringido.

- a)  $H_0 : \beta_1 = 0$ .  
 b)  $H_0 : \beta_1 = 0, \beta_4 = \beta_5$ .  
 c)  $H_0 : \beta_1 = 0, \beta_3 = 2, \beta_4 = \beta_5$ .

d)  $H_0: \beta_2 = \beta_3 + 2\beta_4, \beta_5 = 0$ .

3. Sea el modelo de regresión lineal:

$$E(\log Y | X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4$$

donde:

$Y$  = salario-hora de un individuo en pesetas;

$X_1$  = variable artificial que toma el valor 1 si el individuo reside en la comunidad de Madrid y 0 si reside en el resto de España;

$X_2$  = variable artificial que toma el valor 1 si el individuo trabaja en el sector agrícola y 0 en caso contrario;

$X_3$  = variable artificial que toma el valor 1 si el individuo trabaja en el sector servicios y 0 en caso contrario;

$X_4$  = años de educación del individuo;

$X_5$  = años de experiencia laboral del individuo.

Existen tres sectores productivos: agricultura, servicios e industria. Empleando datos de 3360 individuos asalariados se han realizado las siguientes estimaciones:

### SALIDA 1

Dependent Variable: LOG(Y)

Method: Least Squares

Sample: 1 3360

Included observations: 3360

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5,678950	0,025663	221,2936	0,0000
$X_1$	0,077972	0,023293	3,347419	0,0008
$X_2$	-0,376339	0,036398	-10,33950	0,0000
$X_3$	-0,032378	0,015776	-2,052339	0,0402
$X_4$	0,066317	0,001974	33,59876	0,0000
$X_5$	0,014673	0,000601	24,42582	0,0000
R-squared	0,330751	Mean dependent var	6,544462	
Adjusted R-squared	0,329753	S.D. dependent var	0,520908	
S.E. of regression	0,426460	Akaike info criterion	1,135189	
Sum squared resid	609,9863	Schwarz criterion	1,146117	
Log likelihood	-1901,117	F-statistic	331,5171	
Durbin-Watson stat	1,862043	Prob(F-statistic)	0,000000	

### SALIDA 2

Dependent Variable: LOG(Y)

Method: Least Squares

Sample: 1 3360

Included observations: 3360

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5,628126	0,025348	222,0386	0,0000
$X_1$	0,087191	0,023590	3,696049	0,0002
$X_4$	0,068040	0,001923	35,37594	0,0000
$X_5$	0,014675	0,000610	24,05864	0,0000
R-squared	0,309419	Mean dependent var	6,544462	
Adjusted R-squared	0,308802	S.D. dependent var	0,520908	
S.E. of regression	0,433074	Akaike info criterion	1,165375	
Sum squared resid	629,4290	Schwarz criterion	1,172660	
Log likelihood	-1953,830	F-statistic	501,2254	
Durbin-Watson stat	1,842341	Prob(F-statistic)	0,000000	

### SALIDA 3

Dependent Variable: LOG(Y)

Method: Least Squares

Sample: 1 3360

Included observations: 3360

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5,6777029	0,025695	220,9383	0,0000
$X_2$	-0,380988	0,036427	-10,45897	0,0000
$X_3$	-0,029525	0,015777	-1,871368	0,0614
$X_4$	0,067127	0,0019692	34,21496	0,0000
$X_5$	0,014795	0,000601	24,63570	0,0000
R-squared	0,328515	Mean dependent var	6,544462	
Adjusted R-squared	0,327714	S.D. dependent var	0,520908	
S.E. of regression	0,427108	Akaike info criterion	1,137929	
Sum squared resid	612,0242	Schwarz criterion	1,147035	
Log likelihood	-1906,720	F-statistic	410,3469	
Durbin-Watson stat	1,856654	Prob(F-statistic)	0,000000	

La diferencia porcentual media estimada entre el salario de un individuo que trabaja en el sector industrial en la comunidad de Madrid y un individuo que trabaja en el sector agrícola en Andalucía con igual educación y experiencia laboral es:

- (Utilizando la salida 1)  $[0,077972 - (-0,376339)] \times 100 = 45,4\%$ .
- (Utilizando la salida 3)  $-0,380988 \times 100 = -38,1\%$ .
- (Utilizando la salida 1)  $[0,077972 - 0,376339] \times 100 = -29,84\%$ .
- (Utilizando la salida 3)  $-(-0,380988) \times 100 = 38,1\%$ .

4. Continuando con el modelo de la pregunta 3, suponga que queremos contrastar que la ecuación salarial es independiente del sector productivo en que trabaje un individuo. Considerando el modelo no restringido presentado en dicha pregunta:

- a) La hipótesis nula sería  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ .
- b) La hipótesis nula sería  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ .
- c) La hipótesis nula sería  $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$ .
- d) La hipótesis nula sería  $H_0 : \beta_1 = 0$ .

5. Continuando con el modelo de la pregunta 3, suponga que queremos contrastar la hipótesis nula de que la ecuación salarial es independiente del sector productivo en que trabaje un individuo. Considerando el modelo no restringido presentado en dicha pregunta:

a) El estadístico de contraste asociado es (utilizando la salida 1),

$$t = \frac{-0,376339}{0,036398} = -10,3,$$

que sigue una distribución aproximada normal estándar, por lo que rechazamos la hipótesis nula a los niveles de significación habituales (el p-valor es muy inferior al 1 %).

b) El estadístico de contraste asociado es (comparando los coeficientes de determinación de los modelos restringido –salida 2– y no restringido –salida 1–) es

$$W^0 = \frac{(0,330751 - 0,309419)}{(1 - 0,330751)} \times (3360 - 5 - 1) = 106,91,$$

que sigue una distribución aproximada  $\chi^2_2$  por lo que rechazamos la hipótesis nula al 1 % de significación.

c) El estadístico de contraste asociado es (comparando los coeficientes de determinación de los modelos restringido –salida 3– y no restringido –salida 1–) es

$$W^0 = \frac{(0,330751 - 0,328515)}{(1 - 0,330751)} \times (3360 - 5 - 1) = 11,2,$$

que sigue una distribución aproximada  $\chi^2_1$  por lo que rechazamos la hipótesis nula al 1 % de significación.

d) No disponemos de información suficiente para contrastar la hipótesis nula, porque necesitaríamos el  $R^2$  del modelo que respecto al más general excluyera  $X_1$ ,  $X_2$  y  $X_3$ .

6. Considere el siguiente modelo de regresión

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \ln X_2 + \varepsilon,$$

donde  $\varepsilon$  cumple los supuestos habituales. Respecto a las variables originales  $Y$ ,  $X_1$ ,  $X_2$ , el modelo es:

- a) lineal en parámetros y en variables.
- b) no lineal en parámetros y lineal en variables.
- c) lineal en parámetros y no lineal en variables.
- d) ninguna de las anteriores.

7. Considere el modelo para una función de producción Cobb-Douglas

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \ln X_2 + \varepsilon,$$

donde  $\varepsilon$  cumple los supuestos habituales,  $Y$  es la producción en unidades físicas y  $X_1$ ,  $X_2$  son las cantidades físicas de inputs trabajo y capital.

- a)  $\beta_1$  es la elasticidad promedio de la producción con respecto al input trabajo, para una cantidad de capital dada.
- b)  $\beta_1$  indica en cuántas unidades varía en promedio la producción ante una variación porcentual del input trabajo, para una cantidad de capital dada.
- c)  $\beta_1$  indica en qué porcentaje varía en promedio la producción ante una variación del input trabajo en una unidad, para una cantidad de capital dada.
- d)  $\beta_1$  indica en cuántas unidades varía en promedio la producción ante una variación del input trabajo en una unidad, para una cantidad de capital dada.

8. Sea el siguiente modelo para estudiantes que han realizado el examen de selectividad:

$$\hat{Y} = \begin{matrix} 1028,20 & + & 19,30X_1 & & - & 2,19X_1^2 & - & 45,09X_2 \\ (6,29) & & (3,83) & & (0,53) & & (4,29) \\ -169,81X_3 & + & 62,31(X_2 * X_3) & & & & \\ (12,71) & & (18,15) & & & & \end{matrix}$$

$$n = 4137, \quad R^2 = 0,0858$$

donde  $Y$  = nota del examen de selectividad (de 0 a 1000 puntos);  $X_1$  = tamaño de la clase que termina el bachillerato (medido en centenares de estudiantes);  $X_2$  = variable artificial que registra la categoría sexo (1 si es mujer, 0 si es hombre);  $X_3$  = variable artificial que registra la procedencia de los padres (1 si son inmigrantes y 0 si no lo son). En paréntesis figuran los errores estándar. Teniendo en cuenta que el tamaño de la clase es mayor o igual que 20 y a la vista de los resultados:

- a) El efecto *ceteris paribus* del tamaño de la clase sobre la nota de selectividad es constante, porque  $X_1^2$  no es significativa.
- b) El efecto *ceteris paribus* del tamaño de la clase sobre la nota de selectividad es positivo pero el efecto decrece con el tamaño de la clase.
- c) El efecto *ceteris paribus* del tamaño de la clase sobre la nota de selectividad es negativo y mayor en valor absoluto cuanto mayor es el tamaño de la clase.
- d) Si, *ceteris paribus*, aumenta el tamaño de la clase en un alumno, la nota de selectividad aumenta en 19,3 puntos.  
(por *ceteris paribus* nos referimos en esta pregunta a que el resto de las variables incluídas se mantienen constantes)
9. Continuando con el modelo de la pregunta 8, manteniendo el tamaño de la clase fijo la diferencia estimada en la nota del examen de selectividad entre mujeres y hombres cuyos padres son no inmigrantes es:
- a)  $45,09 - 62,31 = 17,22$  puntos menor para las mujeres.
- b) 45,09 puntos menor para las mujeres.
- c) No importa la cuantía de dicha diferencia porque no es estadísticamente significativa.
- d) 45,09 puntos mayor para las mujeres.
10. Continuando con el modelo de la pregunta 8, manteniendo el tamaño de la clase fijo,
- a) Las mujeres con padres inmigrantes obtienen una nota promedio que es inferior en 107,5 puntos a la de las mujeres con padres no inmigrantes.
- b) Las mujeres con padres inmigrantes obtienen una nota promedio que es inferior en 152,59 puntos a la de los varones con padres no inmigrantes.
- c) Los varones con padres inmigrantes obtienen una nota promedio que es inferior en 169,81 puntos a la de los varones con padres no inmigrantes.
- d) Todas las respuestas anteriores son ciertas.