Análisis de Regresión Múltiple: Teoría Asintótica para MCO

Carlos Velasco[1]

[1] Departamento de Economía
Universidad Carlos III de Madrid

Econometría I
Máster en Economía Industrial
Universidad Carlos III de Madrid
Curso 2007/08

Resumen

1. Consistencia

2. Normalidad Asintótica e Inferencia en Muestras Grandes

Análisis de Regresión Múltiple: Teoría Asintótica para MCO

- Condiciones RLM 1-5, sin normalidad.
- Consistencia
- Distribución asintótica o en muestras grandes de los EMCO.
- Distribución asintótica de estadísticos de contraste.

1. Consistencia

Consistencia de MCO

- **Insesgadez** es un requisito interesante, pero no todos los estimadores lo satisfacen ($\hat{\sigma}$).
- **Consistencia** es un requisito mínimo para un estimador.
- Pero no dice nada sobre un estimador para un *n* fijo.

- **Teorema 5.1** (Consistencia de MCO). Bajo los supuestos RLM.1-5 los estimadores MCO $\hat{\beta}_j$ son consistentes para β_j, $j = 0, 1, \ldots, k$.
- Prueba: regresión simple

$$p\lim \hat{\beta}_1 = \beta_1 + p\lim \frac{\widehat{Cov}\left(x_1, u\right)}{\widehat{Var}\left(x_1\right)} = \beta_1 + \frac{Cov\left(x_1, u\right)}{Var\left(x_1\right)} = \beta_1.$$

- Covarianza cero es suficiente para la consistencia.

LM.3' (Esperanza cero y covarianza cero). $E\left(u\right) = 0$ y $\mathrm{Cov}\left(x_j, u\right) = 0$, $j = 0, 1, \ldots, k$.

- RLM.3 implica RLM.3', pero no viceversa.

Inconsistencia de MCO

- Si falla $E(u|x_1, \ldots, x_k) = 0$ entonces los EMCO están sesgados y no serán consistentes.
- Si x_1 y u están correlados, entonces

$$p\lim \hat{\beta}_1 - \beta_1 = \frac{Cov(x_1, u)}{Var(x_1)} \neq 0.$$

- En el caso de omitir x_2 en el modelo

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u,$$

estimando solamente β_1 mediante $\tilde{\beta}_1$ implica que

$$p\lim \tilde{\beta}_1 = \beta_1 + \beta_2 \delta_1$$

donde

$$\delta_1 = \frac{Cov(x_1, x_2)}{Var(x_1)}$$

2. Normalidad Asintótica e Inferencia en Muestras Grandes

Normalidad Asintótica e Inferencia en Muestras Grandes

- El supuesto de **Normalidad**, RLM. 6, consigue que los $\hat{\beta}_j$ sean normales.
- Pero no tiene ningún papel en las propiedades de insesgadez y consistencia.
- El **TCL** justifica que sin RLM.6, los estimadores sean asintóticamente normales.
- Las mismas reglas de inferencia se pueden aplicar sin normalidad.

Normalidad Asintótica e Inferencia en muestras grandes (2)

- **Teorema 5.2** (Normalidad Asintótica de los EMCO). Bajo los supuestos RLM.1-5,

$$\sqrt{n}\left(\hat{\beta}_j - \beta_j\right) \rightarrow_d N\left(0, \frac{\sigma^2}{a_j}\right)$$

donde $\frac{\sigma^2}{a_j}$ es la varianza asintótica de $\hat{\beta}_j$,

$$a_j = p\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \hat{r}_{tj}^2.$$

- $\hat{\sigma}^2$ es un estimador consistente de σ^2.
-

$$\frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{se\left(\hat{\beta}_j\right)} \rightarrow_d N(0, 1).$$

Normalidad Asintótica e Inferencia en muestras grandes (3)

- Estadístico t, 1 restricción

$$t \to_d N(0,1) \quad \text{bajo } H_0.$$

- Estadístico F para q restricciones:

$$F \to_d \frac{\chi_q^2}{q} \quad \text{bajo } H_0.$$

o alternativamente

$$W = qF \to_d \chi_q^2.$$

- Eviews calcula ambos, el p-valor de F es calculado usando una $F_{q,n-k-1} \to \chi_q^2/q$.

Normalidad Asintótica e Inferencia en muestras grandes (4)

Contraste del Multiplicador de Lagrange (LM)

- Contraste de restricciones de exclusión:

$$H_0 : \beta_{k-q+1} = \cdots = \beta_k = 0.$$

- Se hace la regresión del modelo restringido:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_{k-q} x_{k-q} + u$$

- Y los residuos $\tilde{u}$ se usan como la variable dependiente en una regresión auxiliar:

$$\tilde{u} \quad \text{sobre} \quad 1, x_1, x_2, \ldots, x_k.$$

- Estadístico LM

$$LM = nR^2_{\tilde{u}} \rightarrow_d \chi^2_q.$$