

Soluciones al examen de Econometría I
Universidad Carlos III de Madrid
 Curso 2001/2002

SOLUCIÓN A LA PREGUNTA 1: Esto siempre es cierto, independientemente de la forma funcional de la esperanza condicional.

SOLUCIÓN A LA PREGUNTA 2: El modelo transformado seguirá siendo heterocedástico, $V(Y|X|X) = \sigma^2/X^2$ no es constante. El estimador *MCG* o *MCP* será más ineficiente, tendrá una varianza más grande, que el de *MCO*. Las inferencias realizadas suponiendo incorrectamente que la varianza condicional no es constante serán inválidas.

SOLUCIÓN A LA PREGUNTA 3: Los estimadores de σ_1^2 y σ_2^2 son:

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n X_{2i}} \sum_{i=1}^n e_i^2 X_{2i} \text{ y } \hat{\sigma}_2^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (1 - X_{2i})} \sum_{i=1}^n e_i^2 (1 - X_{2i}),$$

respectivamente, donde $e_i = Y_i - b_0 - b_1 X_{1i} - b_2 X_{2i}$ son los residuos *MCO*. Esto es, $\hat{\sigma}_1^2$ y $\hat{\sigma}_2^2$ son las medias de los residuos al cuadrado de las mujeres y de los hombres respectivamente. Podemos también calcular $\hat{\sigma}_1^2$ y $\hat{\sigma}_2^2$ como los coeficientes *MCO* en el ajuste del modelo artificial:

$$e_i^2 = \sigma_1^2 X_{2i} + \sigma_2^2 (1 - X_{2i}) + error,$$

o alternativamente como $\hat{\sigma}_1^2 = d_0 + d_1$ y $\hat{\sigma}_2^2 = d_0$, donde d_0 y d_1 son los coeficientes del ajuste por *MCO* en el modelo artificial:

$$e_i^2 = \delta_0 + \delta_1 X_{2i} + error.$$

Los estimadores *MCG* factibles son los estimadores *MCO* en el modelo transformado:

$$\frac{Y_i}{\hat{\sigma}(X_{2i})} = \beta_0 \frac{1}{\hat{\sigma}(X_{2i})} + \beta_1 \frac{X_{1i}}{\hat{\sigma}(X_{2i})} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\hat{\sigma}(X_{2i})} + error,$$

done $\hat{\sigma}(X_{2i}) = \sqrt{\hat{\sigma}_1^2 X_{2i} + \hat{\sigma}_2^2 (1 - X_{2i})}$.

SOLUCIÓN A LA PREGUNTA 4:

$$PLO(Y|X_1) = \delta_0 + \delta_1 X_1,$$

donde,

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{C(Y, X_1)}{V(X_1)} = \frac{C(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon, X_1)}{V(X_1)} = \beta_1 + \beta_2 \frac{C(X_1, X_2)}{V(X_1)} \\ \Rightarrow \delta_1 - \beta_1 &= \beta_2 \frac{C(X_1, X_2)}{V(X_1)} < 0. \end{aligned}$$

SOLUCIÓN A LA PREGUNTA 5

$$E(\log(Y) | X_1, X_2, X_3 = 0, X_4 = 0, X_5 = 1) - E(\log(Y) | X_1, X_2, X_3 = 1, X_4 = 0, X_5 = 0) = \beta_5 - \beta_3$$

\Rightarrow La diferencia media entre el salario de una mujer blanca y un hombre negro es del $(\beta_5 - \beta_3) \cdot 100\%$

La diferencia media estimada, utilizando la primera salida es del $(b_5 - b_3) \cdot 100\% = -16,3\%$. Estimamos que una mujer blanca gana en media un 16,3% menos que un hombre negro. Para el contraste utilizamos los R^2 de las salidas 1ª y 3ª (R_1^2 y R_3^2 respectivamente).

$$W^0 = (n - k - 1) \frac{R_1^2 - R_3^2}{1 - R_1^2} = (528 - 5 - 1) \frac{0,288676 - 0,282939}{1 - 0,288676} = 4,21$$

Bajo H_0 , $W^0 \underset{aprox}{\sim} \chi_{(2)}^2$, teniendo en cuenta que tenemos dos restricciones. Mirando a las tablas $\Pr(\chi_{(2)}^2 > 5,99) = 0,05$ y $\Pr(\chi_{(2)}^2 > 4,605) = 0,01$. Por tanto, no podemos rechazar la hipótesis nula a ningún nivel de significación razonable. No podemos concluir, en base a la evidencia empírica, que existe una diferencia entre los salarios en base a la raza para personas del mismo sexo, educación y experiencia laboral.

SOLUCIÓN A LA PREGUNTA 6: b_1 es un estimador consistente de,

$$\frac{C(Notamedia, PC)}{V(PC)} = \beta_1 + \frac{C(U, PC)}{V(PC)} \neq \beta_1,$$

pero no es un estimador consistente de β_1 . La variable “renta de los padres” está correlacionada con la variable PC , los alumnos con padres de rentas más altas tendrán más PCs, pero también uno esperaría que la “renta de los padres” esté entre las variables que afectan a la *Notamedia* (la formación pre-universitaria y el ambiente familiar y, por tanto, la renta de los padres afectan a la nota media) y que se encuentran en el término de error. Este último hecho provoca que el estimador de VI resultante sea inconsistente.

SOLUCIÓN A LA PREGUNTA 7: La interpretación del coeficiente b_1 en las diferentes salidas es la siguiente:

- *Salida 1^a* : Estimamos que un aumento en un 1% en el gasto total implica en media un aumento del 0,47% en el gasto en alimentación.
- *Salida 2^a* : Si una persona tiene un gasto total de $V2 = x_0$ euros, estimamos que por cada euro adicional el individuo aumentará en media su consumo en $2163,136/x_0$ euros. Esto es, estimamos que un aumento en un 1% en el gasto total implica un aumento en media de 21,63 euros en el gasto en alimentación.
- *Salida 3^a* : Si una persona tiene un gasto total de $V2 = v_0$, cuando el gasto total aumenta en un euro, se estima que en media el porcentaje del gasto total dedicado a alimentación disminuye en $13,32/v_0$ puntos. En otras palabras, se estima que cuando $V2$ aumenta en un 1%, el tanto por ciento de la participación del gasto en alimentación en el gasto total disminuye en media en 0,13 puntos.

En la 5^a salida, vemos que el p-valor para contrastar si $V4$ ha de entrar al cuadrado en el modelo es 0,0020, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula a cualquier nivel de significación razonable. El estadístico para contrastar si la composición del hogar tiene alguna capacidad explicativa se puede basar en los R^2 de las salidas 2^a y 5^a, R_2^2 y R_5^2 respectivamente:

$$W^0 = (n - k - 1) \frac{R_5^2 - R_2^2}{1 - R_5^2} = (965 - 3 - 1) \frac{0,3386 - 0,268956}{1 - 0,3386} = 101,19,$$

y se rechaza la hipótesis nula a cualquier nivel de significación habitual.

SOLUCIÓN A LA PREGUNTA 8: Tanto en la 1^a Salida como en la 2^a Salida se presentan los resultados de la estimación MCO del modelo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon$$

La hipótesis a contrastar será $H_0 : \beta_2 = 0$ versus $H_1 : \beta_2 \neq 0$. El plot de residuos evidencia heterocedasticidad, por lo que las desviaciones típicas presentadas en la 1^a Salida no son válidas, al estar calculadas bajo el supuesto de homocedasticidad. Para realizar el contraste habrá que emplear los resultados presentados en la 2^a Salida en la que se reportan estimaciones de las desviaciones típicas robustas en presencia de heterocedasticidad. El valor del t-Statistic para el contraste de dicha hipótesis es de -1,052854 con un p-valor (p-value) de 0.293. No podemos, por tanto, rechazar la hipótesis nula a los niveles de significación habituales.