Examen de Econometría I
Universidad Carlos III de Madrid
1aa Convocatoria (26 de enero del 2004)
Curso 2003/2004
Valores críticos de diferentes distribuciones pueden encontrarse al final del examen.

PREGUNTA 1. Considere los siguientes modelos lineales en parámetros:

$$
\begin{aligned}
Y &= \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon, && (1)\\
Y &= \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon, && (2)\\
\ln Y &= \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon, && (3)\\
\ln Y &= \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon, && (4)
\end{aligned}
$$

donde β_0, β_1 y β_2 son parámetros desconocidos, X_1 y X_2 son dos variables aleatorias, y ε es un término de error tal que $E(\varepsilon| X_1, X_2) = 0$. Interprete los parámetros β_1 en cada uno de los modelos. Puntuación: 2.

SOLUCIÓN:

Modelo (1): Cuando X_1 varía en una unidad, la variación esperada (o media) de Y es de β_1 unidades, permaneciendo X_2 constante.

Modelo (2): Cuando X_1 aumenta en un 1%, la variación esperada (o media) de Y es de (aproximadamente) $\beta_1/100$ unidades, permaneciendo X_2 constante.

Modelo (3): Suponiendo que $E(e^{\varepsilon}| X_1, X_2)$ es constante (es suficiente suponer que ε y (X_1, X_2) son independientes desde el punto de vista probabilístico), cuando X_1 aumenta en una unidad, la variación esperada (o media) de Y es de (aproximadamente) un $100 \cdot \beta_1\%$.

Modelo (4): Suponiendo que $E(e^{\varepsilon}| X_1, X_2)$ es constante (es suficiente suponer que ε y (X_1, X_2) son independientes desde el punto de vista probabilístico), cuando X_1 aumenta en un 1%, la variación esperada (o media) de Y es de (aproximadamente) un $\beta_1\%$ (se puede decir que β_1 es la elasticidad esperada de Y respecto a X_1).

REGLAS DE CORRECCIÓN:

0,5 por la interpretación correcta de β_1 en cada modelo, sin necesidad de precisar que la variación es aproximada. Si no se especifica el supuesto sobre ε en (3) o en (4) se dará también todo el crédito.

PREGUNTA 2. Se quiere estudiar una curva de Engel para España, para lo cual se considera una especificación del tipo,

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \beta_6 X_6 + \beta_7 (X_2 \cdot X_6) + U,$$

donde U es un error de media cero, $\beta' s$ son parámetros y,

Variable	Descripción
Y	Gasto en alimentación, bebidas y tabaco (en euros)
X_1	Gasto total (en euros)
X_2	Número de hijos menores de 17 años
X_3	Número de adultos (mayores de 17 años)
X_4	Edad del marido
X_5	Edad de la mujer
X_6	Situación laboral de la mujer (=1 si trabajo y 0 si no trabaja)

Utilizando la Encuesta de Presupuestos Familiares en el periodo 1990-1991 para 899 familias con los dos cónyuges residiendo en el hogar, se han obtenido las siguientes salidas utilizando E-views, así como el gráfico de los residuos versus X_1:

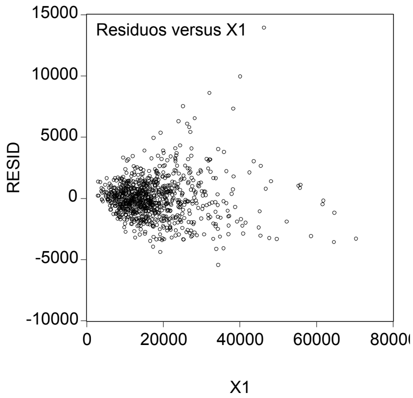

Figure 1:

SALIDA 1
Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Included observations: 899
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-17766.84	1424.957	-12.46833	0.0000
LOG(X1)	2116.400	157.2934	13.45511	0.0000
X2	311.4864	47.75287	6.522883	0.0000
X3	292.3367	87.12519	3.355363	0.0008
X4	9.276353	16.01485	0.579235	0.5626
X5	7.441149	16.33873	0.455430	0.6489
X6	-886.3335	220.5673	-4.018426	0.0001
X6*X2	246.9344	119.2371	2.070952	0.0387

SALIDA 2
Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Included observations: 899

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-17766.84	1158.827	-15.33174	0.0000
LOG(X1)	2116.400	122.9337	17.21579	0.0000
X2	311.4864	61.10748	5.097352	0.0000
X3	292.3367	63.73263	4.586923	0.0000
X4	9.276353	17.34344	0.534862	0.5929
X5	7.441149	17.28449	0.430510	0.6669
X6	-886.3335	244.4124	-3.626384	0.0003
X6*X2	246.9344	155.4135	1.588886	0.1121

(a) A la vista del gráfico ¿Se cumplen todos los supuestos del modelo lineal clásico? ¿Por qué? Puntuación: 0,5

(b) Interprete el coeficiente β_7 y su valor estimado. Puntuación: 0,75

(c) ¿Es el coeficiente β_7 significativo al 5% de significación desde el punto de vista estadístico? Puntuación: 0,5

SOLUCIÓN:

(a) Existe un claro aumento en la dispersión de los residuos a medida que aumenta X_1. Concluimos, por tanto, que hay evidencia de heterocedasticidad.

(b) Suponiendo que el modelo considerado es de regresión (la esperanza condicional de los errores es cero), la interpretación sería la siguiente. Para aquellas familias con mujeres que trabajan, un hijo menor más supone un aumento medio del gasto en alimentación de $\beta_2 + \beta_7$ euros en el periodo considerado, suponiendo que el resto de variables explicativas permanecen constantes; mientras que para las familias donde la mujer no trabaja, un hijo menor más supone un aumento medio del gasto en alimentación de β_2 euros, permaneciendo el resto de las variables explicativas constantes. Por tanto, β_7 es la diferencia media del efecto sobre el gasto en alimentación provocado por un menor más entre familias cuya mujer trabaja y aquellas familias en que la mujer no trabaja, dejando constantes el resto de variables explicativas. Utilizando la muestra de 899 familias españolas en el periodo considerado, estimamos que las familias donde la mujer trabaja gastan en media 246,93 euros más que las familias que no trabajan por cada hijo menor adicional, dejando el resto de las variables explicativas constantes.

(c) Debemos utilizar la salida 1, que estima de forma apropiada los errores estándar del estimador MCO. El p-valor es de 0,0387 por lo que rechazamos $H_0 : \beta_7 = 0$ al 5% de significación.

REGLAS GENERALES SOBRE LA CORRECCIÓN:

(a) Es suficiente que se diga que existe heterocedasticidad.

(b) Hay que leer las interpretaciones con cuidado. Habrá problemas de redacción. 0,5 por la interpretación correcta del coeficiente en la población y otros 0,25 por la interpretación en la muestra.

(c) 0,5 si el planteamiento y la conclusión son correctos. No se dará ningún crédito si no se realiza un contraste de significación correctamente.

PREGUNTA 3. En un estudio reciente se examinó la duración del desempleo DUR (medida como el número de semanas desempleado) de los varones en el año 2000 en EE.UU., estimando la siguiente ecuación para una muestra de individuos:

$$\widehat{DUR} = \underset{(6,38)}{-2,18} \; - \underset{(0,15)}{0,64}\, EDUC \; - \underset{(0,22)}{0,52}\, EXP \; + \underset{(0,011)}{0,25}\, EXP^2 \; - \underset{(0,25)}{0,88}\, TAMF$$

donde $EDUC$ son los años de educación completados, EXP son los años de experiencia laboral y $TAMF$ es el tamaño de la familia (número de miembros).

(a) Contraste la hipótesis nula de que el tamaño de la familia no afecta a la duración del desempleo. Puntuación: 0,25.

(b) Calcule la diferencia esperada en las semanas que permanece desempleado un individuo con 12 años de educación y otro con 16 años de educación. Puntuación: 0,5

(c) Explique cómo contrastaría que la experiencia laboral no tiene impacto en la duración del desempleo. Puntuación: 0,5

(d) ¿Cuál es el efecto promedio de un año adicional de experiencia para una persona que parte con 5 años de experiencia laboral? Puntuación: 0,5

SOLUCIÓN:

(a) El valor del estadístico t asociado es $|-0,88/0,25| = 3,52$, que es mayor que $1,96$ y por tanto rechazaríamos la hipótesis nula de que el coeficiente de $TAMF$ es 0 al 5%.

(b) La diferencia esperada es

$$-0,64 \times (12 - 16) = -0,64(-4) = 2,56.$$

Por tanto, un individuo con 12 años de educación pasa en promedio 2.56 semanas más desempleado que otro con 16 años de educación.

(c) Contrastaría que EXP no tiene impacto en la duración del desempleo mediante un contraste W. Para ello, efectuaría la estimación del modelo restringido, con DUR como variable dependiente y $EDUC$ y $TAMF$ como variables explicativas (es decir, excluyendo EXP y EXP^2). El contraste tiene por tanto dos restricciones. El estadístico evaluaría la diferencia en las sumas de cuadrados, o la diferencia entre los coeficientes de determinación, entre el modelo restringido y el modelo no restringido (que es el que aparece en el enunciado).

(d) El efecto medio de un año adicional de experiencia para una persona con 5 años de experiencia laboral es de $(-0.52 \times 6 + 0.25 \times 6^2) - (-0.52 \times 5 + 0.25 \times 5^2) = 2.23$. Utilizando cálculo infinitesimal también se puede aproximar esta diferencia por $-0.52 + 0.25 \times 2 \times 5 = 1.98$.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

(a) 0,25 si planteamiento y conclusión son correctos.

(b) 0,25 si planteamiento y conclusión son correctos.

(c) 0,5 si se contesta correctamente, sin necesidad de proporcionar fórmulas.

(d) 0,5 si la respuesta es correcta. También se dará por válida la aproximación con cálculo infinitesimal.

PREGUNTA 4. Utilizando una muestra de familias de Bostwana se ha estimado un modelo que relaciona fertilidad con diferentes variables explicativas. El modelo es:

$$Y_1 = \beta_0 + \beta_1 Y_2 + \beta_2 Z_1 + \beta_3 Z_2 + \beta_4 Z_3 + \beta_5 Z_4 + \beta_6 Z_5 + U$$

Los $\beta' s$ son parámetros desconocidos y U es un término de error, la descripción del resto de variables es la siguiente:

Variable	Descripción
Y_1	número de hijos vivos
Y_2	años de educación
Z_1	TV en el hogar (1 si el hogar tiene TV y 0 en otro caso)
Z_2	bicicleta en el hogar (1 si el hogar tiene bicicleta y 0 en caso contrario)
Z_3	electricidad en el hogar (1 si el hogar tiene electricidad y 0 en caso contrario)
Z_4	Urbana (1 si vive en una ciudad y 0 en otro caso)
Z_5	Edad de la mujer

Estamos interesados principalmente en cuantificar el efecto de la educación de la mujer sobre el número de hijos en este país. Tenemos serias sospechas de que Y_2 puede estar correlacionada con el término de error U, debido a un número de variables omitidas que pueden estar correlacionadas con la *educación* (ej. la renta familiar, que no está bien aproximada por Z_1, Z_2 y Z_3). Tenemos una variable instrumental válida para Y_2 que es:

$$Z_6 = \begin{cases} 1 \text{ si la mujer nació entre el mes de enero y junio} \\ 0 \text{ si la mujer nació entre julio y diciembre} \end{cases}$$

Considérense las siguientes salidas de E-views, teniendo en cuenta que RESIDV son los residuos de la SALIDA 1.

SALIDA 1

Dependent Variable: Y2
Method: Least Squares
Sample: 1 4361
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.100723	0.194343	46.82823	0.0000
Z1	2.647661	0.212871	12.43788	0.0000
Z2	0.226739	0.116637	1.943962	0.0520
Z3	1.948790	0.179828	10.83697	0.0000
Z4	0.839189	0.109096	7.692231	0.0000
Z5	-0.142201	0.005996	-23.71513	0.0000
Z6	-0.671785	0.104140	-6.450781	0.0000

SALIDA 2

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Sample: 1 4361
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.340625	0.587291	-2.282728	0.0225
Y2	-0.162311	0.066380	-2.445182	0.0145
Z1	0.006004	0.199817	0.030047	0.9760
Z2	0.315848	0.051978	6.076564	0.0000
Z3	-0.069817	0.152504	-0.457807	0.6471
Z4	-0.069721	0.073419	-0.949631	0.3424
Z5	0.164826	0.009874	16.69293	0.0000
RESIDV	0.17022	0.066697	2.552138	0.0107

SALIDA 3

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Sample: 1 4361
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-2.113474	0.097010	-21.78618	0.0000
Y2	-0.074133	0.006459	-11.47709	0.0000
Z1	-0.230221	0.084689	-2.718417	0.0066
Z2	0.296705	0.049353	6.011825	0.0000
Z3	-0.244708	0.076603	-3.194509	0.0014
Z4	-0.144970	0.045930	-3.156327	0.0016
Z5	0.177492	0.003428	51.78099	0.0000

SALIDA 4

Dependent Variable: Y1
Method: Two-Stage Least Squares
Sample: 1 4361
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance
Instrument list: C Z6 Z1 Z2 Z3 Z4 Z5

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.340625	0.586886	-2.284302	0.0224
Y2	-0.162311	0.066676	-2.434322	0.0150
Z1	0.006004	0.199117	0.030153	0.9759
Z2	0.315848	0.052000	6.074019	0.0000
Z3	-0.069817	0.148583	-0.469887	0.6385
Z4	-0.069721	0.073055	-0.954351	0.3400
Z5	0.164826	0.009969	16.53428	0.0000

(a) ¿Cuáles son las propiedades que ha de cumplir Z_6 para ser un instrumento válido? Contraste al 5% de significación una de estas condiciones a partir de las salidas ofrecidas. Puntuación: 0,75.

(b) Contraste al 5% de significación si Y_2 es una variable exógena (no correlacionada con el término de error). Puntuación: 0,75.

(c) ¿Cómo afecta, según las estimaciones realizadas, el tener una televisión sobre el número de niños que hay en el hogar? ¿Es este efecto significativo desde el punto de vista estadístico? Puntuación: 0,5.

SOLUCIÓN:

(a) Las dos condiciones son: 1) Z_6 no puede estar correlacionada con el error U y 2) El coeficiente π_5 de la forma reducida:

$$Y_2 = \pi_0 + \pi_1 Z_1 + \pi_2 Z_2 + \pi_3 Z_3 + \pi_4 Z_4 + \pi_5 Z_5 + \pi_6 Z_6 + V$$

ha de ser diferente de cero. Esta forma reducida ha sido estimada en la salida 1, y el contraste de significación sobre el coeficiente π_6 tiene un $p-valor$ de cero, por lo que se rechaza la hipótesis de que π_6 es igual a cero, y concluimos que se cumple la condición 2).

(b) A partir de la salida 2 podemos realizar un contraste de exogeneidad para Y_2. El coeficiente estimado de los residuos RESIDV tiene un p-valor de 0.0107, por lo que se rechaza la hipótesis de exogeneidad al 5% de significación.

(c) Debemos mirar a la salida 4 donde el efecto estimado es positivo pero prácticamente cero, y es no significativo para cualquier nivel de significación razonable.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

(a) 0,25 por proporcionar las dos condiciones y 0,5 por proporcionar la conclusión del contraste.

(b) 0,75 por realizar el contraste.

(c) 0,25 por acertar la salida que hay que considerar y decir que es positivo (o prácticamente cero) sin evaluar la interpretación (que sera muy loca) y 0,25 por proporcionar la conclusión del contraste.

PREGUNTA 5. Suponga que:

$$Y = \beta X + U \quad \text{y} \quad X = \gamma Y + V,$$

donde todos los coeficientes del modelo, β y γ, son distintos de cero, y los errores U y V son independientes con media cero y varianzas σ^2 y ω^2, respectivamente.

(a) Calcule el predictor lineal óptimo de Y dado X en términos de los parámetros de los dos modelos y de las varianzas de los errores. (Pista: En primer lugar exprese Y y X en términos de los errores U y V resolviendo las dos ecuaciones; a partir de estas dos expresiones calcule la esperanza de X, la esperanza de Y, la varianza de X y la covarianza entre Y y X). Puntuación: 1.

(b) Dada una muestra aleatoria $\{(Y_i, X_i), i = 1, ..., n\}$ de (Y, X), que valor ha de tomar el parámetro γ para que el estimador MCO de β,

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}$$

sea un estimador consistente. Puntuación: 0,5

SOLUCIÓN:

(a) $PLO\,(Y|\,X) = \beta_0 + \beta_1 X$ con

$$\beta_1 = \frac{C\,(Y, X)}{V\,(X)} \text{ y } \beta_0 = E\,(Y) - \beta_1 E\,(X)$$

Ahora, teniendo en cuenta que,

$$Y = \frac{U + \beta V}{(1 - \beta\gamma)} \text{ y } X = \frac{\gamma U + V}{(1 - \beta\gamma)},$$

nos damos cuenta de que $E\,(Y) = E\,(X) = 0$ y, por tanto, $\beta_0 = 0$. Por otro lado,

$$\begin{aligned} C\,(Y, X) &= C\left(\frac{U + \beta V}{(1 - \beta\gamma)}, \frac{\gamma U + V}{(1 - \beta\gamma)}\right) \\ &= \frac{E\,((U + \beta V)\,(\gamma U + V))}{(1 - \beta\gamma)^2} \\ &= \frac{\gamma E\left(U^2\right) + \beta\gamma E\,(UV) + E\,(UV) + \beta E\left(V^2\right)}{(1 - \beta\gamma)^2} \\ &= \frac{\gamma\sigma^2 + \beta\omega^2}{(1 - \beta\gamma)^2} \end{aligned}$$

y, teniendo en cuenta que X tiene media cero,

$$V\,(X) = E\left(X^2\right) = \frac{E\left((\gamma U + V)^2\right)}{(1 - \beta\gamma)^2} = \frac{\gamma^2\sigma^2 + \omega^2}{(1 - \beta\gamma)^2}.$$

Entonces,

$$\beta_1 = \frac{\frac{\gamma\sigma^2 + \beta\omega^2}{(1 - \beta\gamma)^2}}{\frac{\gamma^2\sigma^2 + \omega^2}{(1 - \beta\gamma)^2}} = \frac{\gamma\sigma^2 + \beta\omega^2}{\gamma^2\sigma^2 + \omega^2},$$

y

$$PLO\,(Y|\,X) = \frac{\gamma\sigma^2 + \beta\omega^2}{\gamma^2\sigma^2 + \omega^2} \cdot X$$

(b) γ ha de ser igual a cero en cuyo caso $PLO\,(Y|\,X) = \beta X$. Los parámetros del PLO se estiman consistentemente por MCO :

REGLAS GENERALES SOBRE LA CORRECCIÓN:

(a) 0,25 por las fórmulas de β_0 y β_1; 0,25 por explicar que $\beta_0 = 0$ (si se considera el PLO sin constante, sin más, también se da el 0,5 también); 0,5 por la fórmula de β_1 (sin necesidad de escribir la fórmula final del PLO). Para cualquier otra respuesta aplíquese el buen sentido.

(b) 0,5 por decir que γ ha de ser igual cero, sin necesidad de discutir ninguna fórmula.

PREGUNTA 6. Se quiere evaluar la eficacia de una política para fomentar el empleo en una comunidad autónoma. Disponemos de datos sobre los empleos generados en 35 municipios (EMP_i, número de empleos), un indicador sobre la actividad económica en cada municipio (IND_i, adimensional), la inversión en formación en cada municipio (FRM_i, en miles de euros) y un indicador del tipo y cantidad de subvenciones concedidas en cada municipio (SUB_i, adimensional).

El Director General de la Concejalía de Empleo quiere saber si efectivamente la inversión en formación y las subvenciones concedidas influyen positivamente sobre la creación de empleo. El modelo considerado es:

$$EMP = \beta_0 + \beta_1 FRM + \beta_2 SUB + \beta_3 IND + U,$$

donde los $\beta's$ son parámetros desconocidos y U es el término de error. Suponemos que le modelo satisface los supuestos clásicos.

Considere las siguientes salidas de E-Views:

SALIDA 1

Dependent Variable: EMP
Method: Least Squares
Sample: 1 35

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4313.878	101.7237	42.40779	0.0000
FRM	10.64969	4.323191	2.463387	0.0195
SUB	89.10881	31.52683	2.826443	0.0082
IND	-11.91910	11.39295	-1.046182	0.3036

R-squared	0.693257	Mean dependent var	4642.923
Adjusted R-squared	0.663573	S.D. dependent var	270.0296
S.E. of regression	156.6235	Akaike info criterion	13.05278
Sum squared resid	760459.0	Schwarz criterion	13.23053
Log likelihood	-224.4236	F-statistic	23.35396
Durbin-Watson stat	1.340982	Prob(F-statistic)	0.000000

SALIDA 2

Dependent Variable: EMP
Method: Least Squares
Sample: 1 35

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4231.415	64.39660	65.70867	0.0000
FRM	10.86418	4.324698	2.512125	0.0172
SUB	95.27263	31.01711	3.071615	0.0043

R-squared	0.682427	Mean dependent var	4642.923
Adjusted R-squared	0.662579	S.D. dependent var	270.0296
S.E. of regression	156.8546	Akaike info criterion	13.03033
Sum squared resid	787308.0	Schwarz criterion	13.16365
Log likelihood	-225.0308	F-statistic	34.38217
Durbin-Watson stat	1.295390	Prob(F-statistic)	0.000000

(a) Utilizando el modelo que considere más adecuado, y justificando razonadamente dicha elección, interprete el significado del coeficiente β_1. Puntuación: 0,5.

(b) Utilizando el modelo elegido en (a), contraste al 5% de significación que la inversión en formación y la concesión de subvenciones no afectan de forma conjunta a la creación de empleo. Puntuación: 0,5.

SOLUCIÓN:

(a) Suponiendo que se cumplen los supuesto clásicos, vemos en la Salida 1 que no podemos rechazar la hipótesis $H_0 : \beta_3 = 0$ a los niveles de significación habituales. Por tanto, es adecuado utilizar la salida 2 que omite la variable no significativa. La interpretación de los coeficientes utilizando esta salida es la siguiente: con la muestra considerada estimamos que por cada 1000 euros invertidos en formación se crearán en promedio 10,86 empleos en la comunidad autónoma, suponiendo el resto de los factores constantes.

(b) A la vista del p-valor del estadístico F de significación conjunta, concluimos que la hipótesis $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ se rechaza utilizando esta muestra a cualquier nivel de significación razonable.

REGLAS GENERALES SOBRE LA CORRECCIÓN:

(a) 0,25 puntos por realizar el contraste de significación con la salida 1 y por concluir que la salida adecuada es la 2. 0,25 por la interpretación del coeficiente.

(b) No es necesario proporcionar fórmulas. 0,5 por la conclusión a partir de la información de la tabla.

Valores Críticos

$Z_{0.975} = 1,96$	$Z_{0.95} = 1,645$	$F_{(2,32);0.95} = 3,29$	$F_{(2,32);0.975} = 4,14$	$F_{(2,32);0.99} = 5,33$
$F_{(1,28);0.95} = 4,20$	$F_{(1,30);0.99} = 7,56$	$F_{(1,30);0.95} = 4,17$	$F_{(1,28);0.99} = 7,64$	$\chi^2_{1;0.99} = 6,63$
$\chi^2_{3;0.975} = 9,35$	$\chi^2_{3;0.95} = 7,82$	$\chi^2_{1;0.95} = 3,84$	$\chi^2_{2;0.95} = 5,99$	$\chi^2_{2;0.99} = 9,21$
$t_{100;0.975} = 1,984$	$t_{94;0.975} = 1,985$	$t_{100;0.95} = 1,66$	$t_{94;0.95} = 1,661$	$t_{94;0.995} = 2,629$

$\Pr(Z > Z_\alpha) = \alpha$; $\Pr\left(F_{(q,v)} > F_{(q,v);\alpha}\right) = \alpha$; $\Pr\left(\chi^2_q > \chi^2_{q;\alpha}\right) = \alpha$; $\Pr(t_q > t_{q;\alpha}) = \alpha$.

Z denota una variable aleatoria (v.a) normal con media cero y varianza uno; $F_{(q,v)}$ denota una v.a. F con q grados de libertad en el numerador y v en el denominador; χ^2_q denota una v.a. Ji-cuadrado con q grados de libertad; t_q denota una t de Student con q grados de libertad.