

**TEORIA DE JOCS I DISSENY D'INSTITUCIONS**  
**Universitat Pompeu Fabra – Examen Parcial, Otoño 1999**  
**Profesor: Antonio Cabrales**

1. Un torturador propone a sus dos prisioneros un juego macabro. El prisionero número 1 puede decidir si el juego pasa a la fase B o se queda en la fase A. Si el juego se queda en la fase, A ambos prisioneros serán sometidos a una tortura suave (que les produce a ambos prisioneros una utilidad de 2). Si se pasa a la fase B, ambos prisioneros elegirán simultánea e independientemente número entero entre 1 y 100. Si la suma de los números es par, el individuo 1 será castigado con una tortura fuerte (que le produce una utilidad de 1) y el individuo 2 no recibirá tortura (lo que le produce una utilidad de 3). Si la suma es impar, el castigado (utilidad 0) es el individuo 2 y el librado (utilidad 5) es el 1.
  - (a) Representa el juego en forma extensiva. (Para simplificar el conjunto de estrategias utiliza el hecho de que que la suma de 2 enteros pares o 2 impares es un número par, y la suma de un par con un impar es un número impar).
  - (b) Muestra que para el individuo 1 la estrategia de quedarse en la fase A está estrictamente dominada por la estrategia mixta que consiste en pasar a la fase B y una vez allí jugar con la misma probabilidad todas las acciones posibles.
  
2. El coronel Brutto tiene cuatro compañías que puede distribuir entre dos posiciones de tres maneras distintas: (3,1), (2,2) y (1,3). Su oponente, el conde de Crasso, tiene tres compañías que puede distribuir entre las mismas dos posiciones de dos maneras: (2,1) y (1,2). Supongamos que Brutto manda  $m_1$  compañías a la posición 1 y que Crasso manda  $n_1$  compañías a la posición 1. Si  $m_1 = n_1$  el resultado es un punto muerto y cada jefe obtiene un pago de cero por la posición 1. Si  $m_1 > n_1$ , Brutto consigue un pago de  $n_1$  y Crasso un pago de  $-n_1$  en la posición 1. Si  $m_1 < n_1$ , Brutto consigue un pago de  $-m_1$  y Crasso un pago de  $m_1$  en la posición 1. Algo análogo sucede en posición la 2. El pago total de cada jugador es la suma de los pagos en las posiciones 1 y 2.
  - (a) Halla la matriz de pagos de este juego de jugadas simultáneas y determina un par de estrategias mixtas que sean un equilibrio de Nash.

3. El juego siguiente se repetirá dos veces, habiéndose observado el resultado de la primera etapa antes de que se juegue la segunda. El pago es la suma de los pagos en las dos etapas.

	<i>I</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	3, 1	0, 0	5, 0
<i>M</i>	2, 1	1, 2	3, 1
<i>B</i>	1, 2	0, 1	4, 4

- (a) Puede alcanzarse como pago en la primera etapa (4,4) en un equilibrio perfecto en subjuegos con estrategias puras? En caso afirmativo, especifica las estrategias que lo permiten. En caso negativo, demuestra que es imposible.