TEORIA DE JUEGOS Y DISEÑO DE INSTITUCIONES
Universitat Pompeu Fabra – Examen Final Especial, marzo 2001
Profesor: Antonio Cabrales

1. Este es un juego de negociación de dos jugadores. En la primera etapa los dos jugadores, simultánea e independientemente proponen un reparto de mil unidades monetarias $(a_i, 1 - a_i)$, donde a_i es la cantidad que el jugador i propone que reciba el jugador i y $1 - a_i$ es lo que propone i que reciba el otro jugador. Si $a_i > a_j$, en la segunda fase el jugador i vuelve a proponer un reparto de la mil unidades monetarias. Si el otro jugador acepta, el reparto propuesto se realiza, si no acepta los dos jugadores reciben 0 con probabilidad a_j y el jugador j recibe 1000 y el otro 0 con probabilidad $1 - a_j$. Si $a_i = a_j$ el proponente de la siguiente fase se decide aleatoriamente. Los jugadores son neutrales frente al riesgo.

   (a) (30) ¿Cuál es el equilibrio perfecto en subjuegos de este juego?

2. Dos jugadores han de decidir simultáneamente si contribuyen a un bien público, y las acciones son contribuir o no contribuir. Cada jugador obtiene una utilidad de 1 unidad si al menos uno de ellos decide contribuir y 0 si no contribuye ninguno; el coste para el jugador i de contribuir es de c_i. Los pagos son, pues,

		Jugador 2	
		Contribuir	*No Contribuir*
Jugador 1	*Contribuir*	$1 - c_1, 1 - c_2$	$1 - c_1, 1$
	No Contribuir	$1, 1 - c_2$	$0, 0$

   Los costes de contribuir son información privada. Cada individuo conoce su valor de c_i, pero lo único que sabe acerca del valor de c_j $j \neq i$ es que se obtienen aleatoriamente y se distribuye uniformente en $[0, 2]$.

   (a) (15) Llama z_j a la probabilidad de que el jugador j contribuya. Muestra que la estrategia óptima del otro jugador ha de ser tal que contribuirá si su coste de contribuir es menor que un cierto valor (que depende de z_j) y no contribuirá si el coste es mayor.

   (b) (20) Busca el coste de equilibrio para el cual cada jugador deja de contribuir.

3. Supongamos un mundo en que hay una sucesión infinita de individuos que viven (en generaciones solapadas) dos períodos cada uno. En cada período viven un joven y un viejo. En su juventud el joven trabaja y obtiene dos unidades de consumo. Puede consumir las dos unidades del bien, lo cual le da hoy una utilidad de 3. Si consume solo una unidad del bien, su utilidad hoy es de 2. El bien es perecedero, por lo que no puede guardarse para la vejez, aunque puede dársele al viejo que vive en el mismo período. El viejo no puede trabajar, y sólo consume si el joven le cede una unidad del bien que ha producido. No consumir le da una utilidad de 0, y consumir una unidad le da una utilidad de 2. La utilidad de cualquier individuo es la suma de utilidades en los dos períodos en los que vive.

(a) (15) Describe un equilibrio perfecto en subjuegos en el que cada individuo consume solamente lo que produjo.

(b) (15) Describe un equilibrio perfecto en subjuegos en el que cada individuo consume (en equilibrio) una unidad del bien en cada período que vive (el primer individuo puede consumir dos unidades el primer período, ya que no hay un "viejo" en ese momento).

(c) (5) Supón que se sabe que en un período determinado habrá un jugador que no tendrá "hijos", por tanto que no habrá jóvenes en el período siguiente. ¿Se puede sostener aún el equilibrio que describiste en el apartado anterior?