

Bienes Públicos. Teoría

Ignacio Ortuño Ortín
Universidad Carlos III

2014

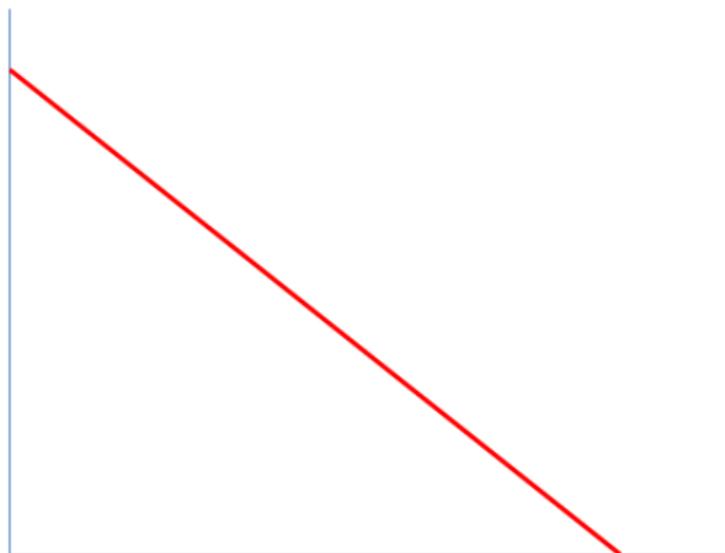
- Gruber, Capítulo 7.
- Algunas partes basadas en T. Nechyba, *Microeconomics*, 2011, y en Raj Chetty "Public economics lectures", 2012.
- Algunos mercados no funciona eficientemente pues contienen un bien con características de bien público.
- Por ejemplo, en Dhaka, Bangladesh, el servicio de recogida de basuras es ineficiente, pero los intentos de privatizarlo no han funcionado.
- El problema fundametal con hacerlo privado es el problema del polizón. Con un sistema privado, voluntario, cada residente dejaría parte de su basura en el vecino.

- En esta sección vemos el papel del gobierno en la provisión de bienes públicos, y mostramos que el sector privado tiende a proveer menos de lo eficiente.
- También analizaremos la idea de "crowd-out" donde la provisión pública simplemente sustituye parte de la provisión privada existente.

- Los Bienes Públicos tienen dos características
 - No rivalidad en el consumo:
 - No exclusión

Bien privado

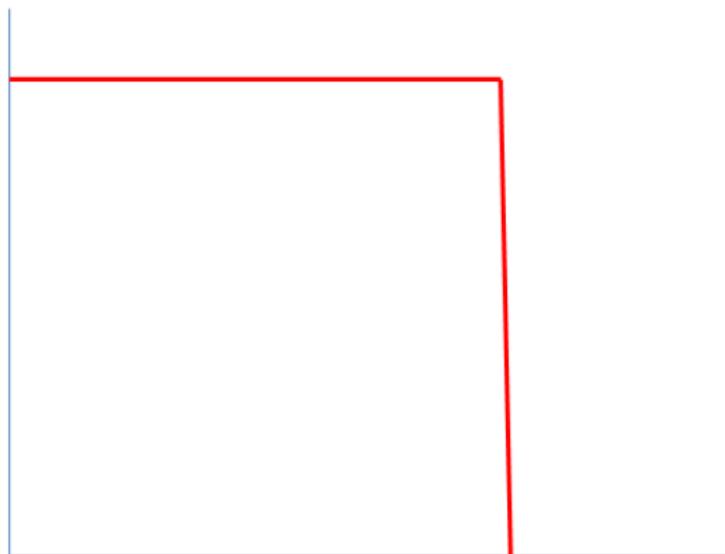
Person 1's
consumption



Person 2's
consumption

Bien Público

Person 1's
consumption



Person 2's consumption

Rivalidad en consumo

SI NO

Exclusión	SI	Helados	TV por cable
	NO	calle	defensa nacional

- Economía con n personas, $i = 1, \dots, n$
- Utilidad del bien público G y de un bien privado x .
- Riqueza inicial de la persona i : w_i
- ¿Asignaciones Pareto eficientes?

$$\max_{\{x_1, x_2, \dots, G\}} U_i(X_i, G)$$

s.a.

$$\sum_1^n w_i = p_x \sum_1^n x_i + p_G G$$

$$U_j(x_j, G) \geq \bar{U}_j, \forall j \neq i$$

La función de Lagrange

$$L = U_i(x_i, G) + \lambda \left(\sum_{i=1}^n w_i - p_x \sum_{i=1}^n x_i - p_G G \right) + \sum_{j \neq i} \mu_j (\bar{U}_j - U_j(x_j, G))$$

condiciones necesarias

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \lambda p_x = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = \frac{\partial U_i}{\partial G} - \lambda p_G - \sum_{j \neq i} \mu_j \frac{\partial U_j}{\partial G} = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = -\lambda p_x - \mu_j \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0, \forall j \neq i.$$

- $$\lambda = \frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{p_x}$$

- $$\mu_j = -\frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial U_j}{\partial x_j}}$$

- $$\frac{\partial U_i}{\partial G} + \sum_{j \neq i} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \frac{\frac{\partial U_j}{\partial G}}{\frac{\partial U_j}{\partial x_j}} = \lambda p_G$$

- Manipulando obtenemos la condición de Samuelson:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\frac{\partial U_i}{\partial G}}{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}} = \frac{p_G}{p_x} \Rightarrow G^{**}$$

- G^{**} es el nivel Pareto eficiente del bien público.

Enfoque alternativo

- Maximizar función bienestar social: suma ponderada de las utilidades
- Ponderación del individuo i : $\beta_i \geq 0$
- Posibilidades de producción $F(x, G) = 0$
- Ejemplo $G = 100 - x$

Enfoque alternativo

- Pareto eficiencia

$$\begin{aligned} \max_{\{x_1, x_2, \dots, G\}} \quad & \sum_{i=1}^n \beta_i U_i(x_i, G) \\ \text{s.t.} \quad & F\left(\sum_{i=1}^n x_i, G\right) = 0 \end{aligned}$$

- La función de Lagrange

$$L = \sum_{i=1}^n \beta_i U_i(x_i, G) + \lambda F\left(\sum_{i=1}^n x_i, G\right)$$

Enfoque alternativo

- CPO

$$\beta_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = -\lambda \frac{\partial F}{\partial x_i}, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n \beta_i \frac{\partial U_i}{\partial G} = -\lambda \frac{\partial F}{\partial G}$$

- Observa que $\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i}$, y tenemos que $\beta_i = -\lambda \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} / \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right)$. Por lo que obtenemos

$$\sum_{i=1}^n -\lambda \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} / \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial G} = -\lambda \frac{\partial F}{\partial G}$$

- Otra vez Samuelson:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\frac{\partial U_i}{\partial G}}{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial G}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$$

- Samuelson: suma de los Ratios Marginales de Sustitución (MRS) igual al Ratio Marginal de Transformación (MRT)

$$\sum_{i=1}^n MRS_i = MRT$$

- Una unidad adicional de G aumenta la utilidad de todos los individuos

- Recuerda que si G es un bien **privado**, la eficiencia de Pareto requiere

$$MRS_i = MRT, i = 1, \dots, n$$

- En el caso de mercados competitivos

$$MRS_i = \frac{p_G}{p_X}, i = 1, \dots, n$$

- Primer Teorema de la Economía del Bienestar: el mercado nos da una asignación Pareto eficiente

- G_i = contribución privada de la persona i .
- Precios: p_x y p_G
- Restricción presupuestaria: $w_i \geq p_x x_i + p_G G_i$
- Bien público $G = \sum_{i=1}^n G_i$

$$\max_{x_i, G_i} U_i(x_i, G)$$

s.a.

$$w_i = p_x x_i + p_G G_i$$

$$G = \sum_{i=1}^n G_i$$

La función de Lagrange: $L = U_i(x_i, G) + \lambda(w_i - p_x x_i - p_G G_i)$
c.p.o.

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \lambda p_x = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial G_i} = \frac{\partial U_i}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial G_i} - \lambda p_G = 0$$

y obtenemos

$$\frac{\frac{\partial U_i}{\partial G}}{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}} = \frac{p_G}{p_x}, \forall i \Rightarrow G^*$$

Contribuciones privadas

- Para encontrar G^* resolvemos el sistema anterior de n ecuaciones.
- Esto es un equilibrio de Nash.
- Observa que:

$$\frac{\frac{\partial U_i}{\partial G}}{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}} = \frac{p_G}{p_x} \quad (\text{contribuciones privadas})$$

$$\frac{\frac{\partial U_i}{\partial G}}{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}} = \frac{p_G}{p_x} - \underbrace{\sum_{j \neq i} \frac{\frac{\partial U_j}{\partial G}}{\frac{\partial U_j}{\partial x_j}}}_{>0, (G,x) \text{ bienes normales}} \quad (\text{Eficiencia de Pareto})$$

Entonces

$$MRS_{G^*,x_i}^i > MRS_{G^{**},x_i}^i \Rightarrow G^* < G^{**}$$

- Economía con dos consumidores y función utilidad C-D

$$u_i(x_i, G) = x_i^\alpha G^{1-\alpha}, \quad i = 1, 2$$

- Dotaciones iniciales del bien privado: $w_i, i = 1, 2$.
- Production function $F(\sum_{i=1}^2 x_i, G) = 0$

$$G + x_1 + x_2 \leq w_1 + w_2$$

- Nivel Pareto eficiente de G ?

$$\max_{x_1, x_2, G} u_1(x_1, G)$$

s.a

$$u_2(x_2, G) = \bar{u}$$

$$G = w_1 + w_2 - x_1 - x_2$$

o

$$\max_{x_1, x_2} \alpha \ln x_1 + (1 - \alpha) \ln(w_1 + w_2 - x_1 - x_2)$$

s.a

$$\alpha \ln x_2 + (1 - \alpha) \ln(w_1 + w_2 - x_1 - x_2) = \bar{u}$$

Un ejemplo

La función de Lagrange

$$L(x_1, x_2, \lambda) \equiv \alpha \ln x_1 + (1 - \alpha) \ln(w_1 + w_2 - x_1 - x_2) + \lambda(\bar{u} - \alpha \ln x_2 - (1 - \alpha) \ln(w_1 + w_2 - x_1 - x_2))$$

c.p.o.

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\alpha}{x_1} - \frac{(1 - \alpha)}{w_1 + w_2 - x_1 - x_2} + \lambda \frac{(1 - \alpha)}{w_1 + w_2 - x_1 - x_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -\frac{(1 - \alpha)}{w_1 + w_2 - x_1 - x_2} + \lambda \left(\frac{-\alpha}{x_2} + \frac{(1 - \alpha)}{w_1 + w_2 - x_1 - x_2} \right) = 0$$

que se pueden escribir como

$$\frac{-\alpha(w_1 + w_2 - x_1 - x_2)}{(1 - \alpha)x_1} + 1 = \lambda$$

$$\frac{-(1 - \alpha)}{\frac{\alpha(w_1 + w_2 - x_1 - x_2)}{x_2} - (1 - \alpha)} = \lambda$$

Un ejemplo

Como las dos ecuaciones son igual a λ tenemos que

$$\frac{-\alpha(w_1 + w_2 - x_1 - x_2)}{(1 - \alpha)x_1} + 1 = \frac{-(1 - \alpha)}{\frac{\alpha(w_1 + w_2 - x_1 - x_2)}{x_2} - (1 - \alpha)}$$

en casa comprueba que eso implica:

$$x_1 + x_2 = \alpha(w_1 + w_2)$$

lo que nos da que el nivel óptimo de bien público es

$$\begin{aligned} G^{**} &= w_1 + w_2 - x_1 - x_2 \\ &= w_1 + w_2 - \alpha(w_1 + w_2) \\ &= (1 - \alpha)(w_1 + w_2) \end{aligned}$$

Un ejemplo. Provisión privada

- Continuamos con la economía anterior
- Los dos agentes contribuyen voluntariamente a G .
- Precio del bien privado es 1.
- La contribución del agente i es G_i
- En términos monetarios: $p_i G_i$
- Toma por ahora $p_i = 1$. Lo cambiaremos luego.
- El bien público es: $G = G_1 + G_2$

Un ejemplo. Provisión privada

- El problema del agente i

$$\begin{aligned} & \max_{x_i, G_i} u_i(x_i, G_i + G_j) \\ \text{s.t. } & w_i = x_i + p_i G_i \end{aligned}$$

- En nuestro ejemplo

$$\max_{G_i} \alpha \ln(w_i - p_i G_i) + (1 - \alpha) \ln(G_i + G_j)$$

- c.p.o.

$$\frac{-\alpha p_i}{w_i - p_i G_i} + \frac{(1 - \alpha)}{G_i + G_j} = 0$$

- resolviendo tenemos

$$G_i = \frac{(1 - \alpha)w_i}{p_i} - \alpha G_j$$

Un ejemplo. Provisión privada

- El equilibrio de Nash está dado por

$$G'_1 = \frac{(1 - \alpha)w_1}{p_1} - \alpha G_2$$

$$G'_2 = \frac{(1 - \alpha)w_2}{p_2} - \alpha G_1$$

- Resolviendo tenemos

$$G'_1 = \frac{w_1 p_2 - \alpha w_2 p_1}{(1 + \alpha) p_1 p_2}$$

$$G'_2 = \frac{w_2 p_1 - \alpha w_1 p_2}{(1 + \alpha) p_1 p_2}$$

- El nivel de bien público con contribuciones privadas:

$$G' = G'_1 + G'_2 = \frac{(1 - \alpha)(w_1 p_2 + w_2 p_1)}{(1 + \alpha) p_1 p_2} \quad (1)$$

- Si $p_1 = p_2 = 1$ tenemos

$$G' = \frac{(1 - \alpha)(w_1 + w_2)}{1 + \alpha} < (1 - \alpha)(w_1 + w_2) = G^*$$

- Contribuciones privadas \rightarrow menos que el nivel Pareto eficiente
- Problema del "polizón"
- ¿Qué pasa con más de 2 agentes?

Provisión del gobierno y "Crowd out"

- Ver Gruber. Copiamos este ejemplo de T. Nechyba, *Microeconomics*, 2011.
- Continuamos con nuestra economía de dos agentes
- El gobierno financia la cantidad de bien público $\hat{G} < G^*$
 - Información imperfecta sobre las preferencias
 - Sólo puede usar impuestos ineficientes
 - Proceso político ineficiente
- El gobierno financia \hat{G} mediante un impuesto sobre la renta proporcional t
- $\hat{G} = t(w_1 + w_2)$

- La solución de la provisión privada para el agente 1:

$$\max_{G_1} \alpha \ln((1-t)w_1 - p_1 G_1) + (1-\alpha) \ln(G_1 + G_2 + \widehat{G})$$

- Sustituyendo t

$$\max_{G_1} \alpha \ln\left(\frac{(w_1 + w_2 - \widehat{G})w_1}{w_1 + w_2} - p_1 G_1\right) + (1-\alpha) \ln(G_1 + G_2 + \widehat{G})$$

- Resolviendo las c.p.o. :

$$G_1'' = \frac{(1-\alpha)w_1(w_1 + w_2 - \widehat{G})}{(w_1 + w_2)p_1} - \alpha(G_2 + \widehat{G})$$

- Hacemos lo mismo para el segundo agente
- Añadiendo a \widehat{G} las dos contribuciones individuales tenemos el nuevo nivel de bien público \widetilde{G}

$$\begin{aligned}\widetilde{G} &= G_1'' + G_2'' + \widehat{G} \\ &= \frac{(1 - \alpha)(w_1 p_2 + w_2 p_1)}{(1 + \alpha)p_1 p_2} \\ &\quad - \widehat{G} \left(\frac{(1 - \alpha)(w_1 p_2 + w_2 p_1)}{(1 + \alpha)(w_1 + w_2)p_1 p_2} + \frac{2\alpha}{1 + \alpha} + \widehat{G} \right)\end{aligned}$$

- Utilizando el resultado de provisión privada en (1) tenemos

$$\tilde{G} = G' + \hat{G} - \hat{G} \left(\frac{(1 - \alpha)(w_1 p_2 + w_2 p_1)}{(1 + \alpha)(w_1 + w_2)p_1 p_2} + \frac{2\alpha}{1 + \alpha} \right) \quad (2)$$

- La contribución del gobierno anula euro por euro la privada si el término en paréntesis en (??) es igual a 1.
- Esto ocurre si $p_1 = p_2 = 1$ (no subsidios)

Provisión del gobierno y "Crowd out"

- Cuidado. TEI resultado anterior es sólo cierto si los agentes contribuyen una cantidad positiva.
- ¿Qué ocurre si $p_1 = p_2 = 1$, $w_1 = w_2 = w$ y el gobierno aporta $\widehat{G} = \frac{2(1-\alpha)w}{1+\alpha}$?

Subsidio para incrementar las aportaciones

- Un subsidio reduce p_i
- Ejemplo: hacer las donaciones benéficas deducibles en los impuestos
- t = impuesto
- s = subsidio \rightarrow precio $p_i = (1 - s)$
- Usando la ecuación (1) obtenemos ahora

$$\begin{aligned} \overleftrightarrow{G} &= \frac{(1 - \alpha)((1 - t)w_1(1 - s) + (1 - t)w_2(1 - s))}{(1 + \alpha)(1 - s)^2} & (3) \\ &= \frac{(1 - \alpha)(1 - t)(w_1 + w_2)}{(1 + \alpha)(1 - s)} \end{aligned}$$

Subsidio para incrementar las aportaciones

- El gobierno quiere la cantidad eficiente $G^* = (1 - \alpha)(w_1 + w_2)$
- Equilibrio presupuestario:

$$t(w_1 + w_2) = s(1 - \alpha)(w_1 + w_2)$$

o

$$t = s(1 - \alpha)$$

- Usando ecuación (3)

$$\overleftarrow{G} = \frac{(1 - \alpha)(1 - s(1 - \alpha))(w_1 + w_2)}{(1 + \alpha)(1 - s)}$$

- Para conseguir el nivel eficiente se debe cumplir

$$\overleftarrow{G} = G^*$$

- Resolviendo esta ecuación tenemos $s = 1/2$ y $t = (1 - \alpha)/2$

- Ver, por ejemplo, D. Hungerman “Are Church and State Substitutes? Evidence from the 1996 Welfare Reform,” *Journal of Public Economics* 89 (2005)
- Donaciones de miembros de iglesias en USA
- 1996, Nueva ley sobre ayudas sociales->disminuyen los derechos de los no residentes
- Resultados: Acción de las iglesias susstituto de la acción del gobierno.
- El efecto "crowd-out" estimado: entre 20 y 38 céntimos por dolar.

Evidencia de Crowd-out

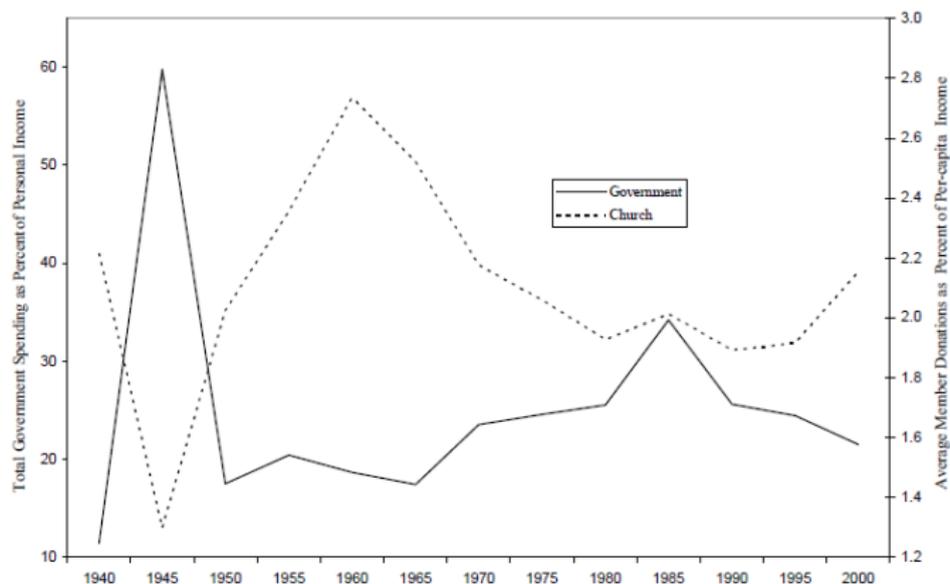
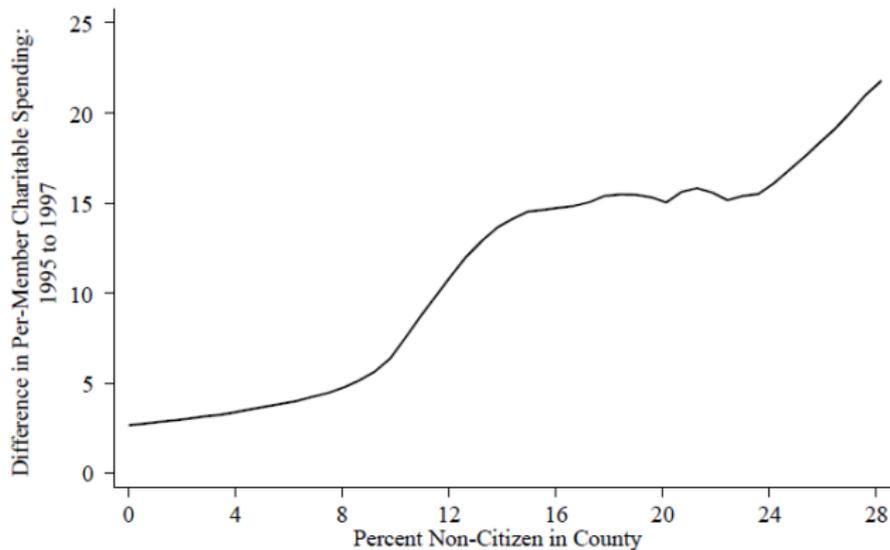


Figure I
Government Spending and Church Giving

Fuente: Hungerman

Evidence on Crowd-out

Figure III: Per-Member Church Activity Before and After the Welfare Law
By Percent Non-Citizen in Community



The figure is an Epanechnikov kernel estimate of the level growth in per-member charitable church spending between 1995 and 1997 as a function of percent non-citizen in the county in 1994.

Fuente: Hungerman

El efecto "Warm Glow"

- Copiado de T. Nechyba, *Microeconomics*, 2011.
- Las personas se preocupan de su contribución en si misma. Obtienen una "felicidad" por el hecho de dar
- Las preferencias son

$$u_i(x_i, G, G_i) = x_i^\alpha G^\beta G_i^\gamma$$

donde $G = \sum_{i=1}^n G_i$

- Cuando el número de personas aumenta, el impacto de i en la contribución marginal de G disminuyes (empeorando el problema del polizón), pero el efecto "warm glow" permanece constante, ipues en esencia es un bien privado.

El efecto "Warm Glow"

- N consumidores identicos con renta w
- Contribuye cada uno G_*
- El problema del agente 1

$$\max_{G_1} \alpha \ln(w - G_1) + \beta \ln(G_1 + (N - 1)G_*) + \gamma \ln G_1$$

- Las c.p.o. son

$$\begin{aligned} & (\alpha + \beta + \gamma)G_1^2 + (\alpha + \gamma)(N - 1)G_*G_1 \\ = & (\beta + \gamma)wG_1 + \gamma(N - 1)wG_* \end{aligned}$$

- En equilibrio $G_1 = G_*$, y resolvemos G_*

$$G_* = \frac{(\beta + \gamma N)w}{\beta + (\alpha + \gamma)N}$$

El efecto "Warm Glow"

- Si fueras un planificador central tomarías el nivel de contribución de cada individuo

$$G_{**} = \frac{(\beta + \gamma)w}{\beta + \alpha + \gamma}$$

- G_* converge a G_{**} cuando β tiende a cero.
- ¿Cuál es la intuición de esto?

Presión social. Un ejemplo

- A. Gerber, D. Green, and C. Larimer, "Social Pressure and Voter Turnout: Evidence from a Large Scale Field Experiment" *American Political Science Review*, 2008.
- Elecciones como un bien público.
- ¿Por qué se vota?
 - recompensa intrínseca que se obtiene de votar.
 - recompensa "externa" que reciben los votantes cuando otros lo observan.
- Experimento en el que se induce a los votantes a que piensen sobre su deber cívico y también se aplican distintos niveles de presión social.
- El hacer público a los vecinos si se vota o no es mucho más efectivo que por ejemplo las campañas de correo de los partidos.

Neighbors mailing

Dear Registered Voter:

WHAT IF YOUR NEIGHBORS KNEW WHETHER YOU VOTED?

Why do so many people fail to vote? We've been talking about this problem for years, but it only seems to get worse. This year, we're taking a new approach. We're sending this mailing to you and your neighbors to publicize who does and does not vote.

The chart shows the names of some of your neighbors, showing which have votes in the past. After the August 8 election, we intend to mail an updated chart. You and your neighbors will all know who voted and who did not

DO YOUR CIVIC DUTY – VOTE!

MAPLE DR	Aug 04	Nov 04	Aug 06
9995 JOSEPH JAMES SMITH	VOTED	VOTED	_____
9995 JENNIFER KAY SMITH	VOTED		_____
9997 RICHARD B JACKSON	VOTED		_____
9999 KATHY MARIE JACKSON		VOTED	_____
9987 MARIA S. JOHNSON	VOTED	VOTED	_____
9987 TOM JACK JOHNSON	VOTED	VOTED	_____

Source: Gerber, Green, and Larimer (2008)

Social Pressure. An example

TABLE 2. Effects of Four Mail Treatments on Voter Turnout in the August 2006 Primary Election

	Experimental Group				
	Control	Civic Duty	Hawthorne	Self	Neighbors
Percentage Voting	29.7%	31.5%	32.2%	34.5%	37.8%
N of Individuals	191,243	38,218	38,204	38,218	38,201