

Ejercicio	1	2	3	4	Total
Puntos	30	20	25	25	100
Nota					

1

Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función

$$f(x, y) = \frac{1}{2 - (x + y)}.$$

Considere el orden de Pareto definido sobre el conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x + y \leq 1, -(1 - x)^2 \leq y \leq (1 + x)^2\}.$$

- (a) (10 puntos) Representar razonadamente el conjunto A . Calcular, si existen, los elementos maximales y minimales, el máximo y el mínimo de A . Si alguno de los elementos anteriores no existen, justificarlo.
- (b) (10 puntos) Justificar si la función f y el conjunto A verifican las hipótesis del Teorema de Weierstrass.
- (c) (10 puntos) Representar algunas de las curvas de nivel superponiéndolas en el conjunto A . Identificar los puntos de A donde f alcanza máximos y mínimos globales, si existen, y calcular su valor.
-

2

Se considera la función $f(x, y) = y(2x^2 + y^2 + 2xy + 2y + 2)$.

- (a) (10 puntos) Determinar los puntos críticos de f .
- (b) (10 puntos) Clasificar los puntos críticos hallados en el apartado anterior.
-

3

Se considera el problema de Lagrange

$$\begin{aligned} \text{optimizar } & f(x, y) := 15x + 3y \\ \text{sujeto a: } & g(x, y) := 5x + xy + 3y = 30. \end{aligned}$$

- (a) (5 puntos) Comprobar que la condición de regularidad se cumple. Escribir la Lagrangiana y las ecuaciones de Lagrange.
- (b) (10 puntos) Resolver las ecuaciones de Lagrange, hallando todos los puntos críticos (x^*, y^*, λ^*) de la Lagrangiana.
- (c) (10 puntos) Clasificar los puntos críticos (x^*, y^*, λ^*) del apartado anterior (máximos locales, mínimos locales o puntos de silla).
-

4

Se considera el problema de optimización de Kuhn–Tucker dado por

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x, y) := x^3 + y^2 \\ \text{sueto a: } & g(x, y) := x^2 + y^2 \leq 1. \end{aligned}$$

- (a) (5 puntos) Representar el conjunto factible S . Justificar si el conjunto S y la función f satisfacen las condiciones del Teorema de Weierstrass. Comprobar que todos los puntos del conjunto factible son regulares.
 - (b) (10 puntos) Escribir las condiciones necesarias de Kuhn-Tucker para este problema (tanto el sistema de ecuaciones como las desigualdades). Encontrar todos los puntos que satisfacen las condiciones de Kuhn–Tucker, sin olvidar los multiplicadores respectivos.
 - (c) (10 puntos) Encontrar las soluciones del problema de Kuhn-Tucker.
-