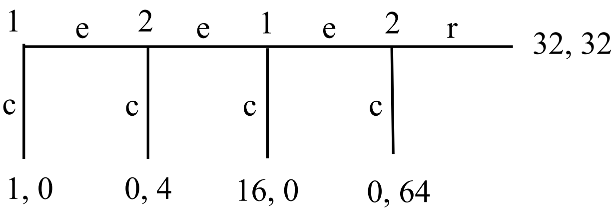
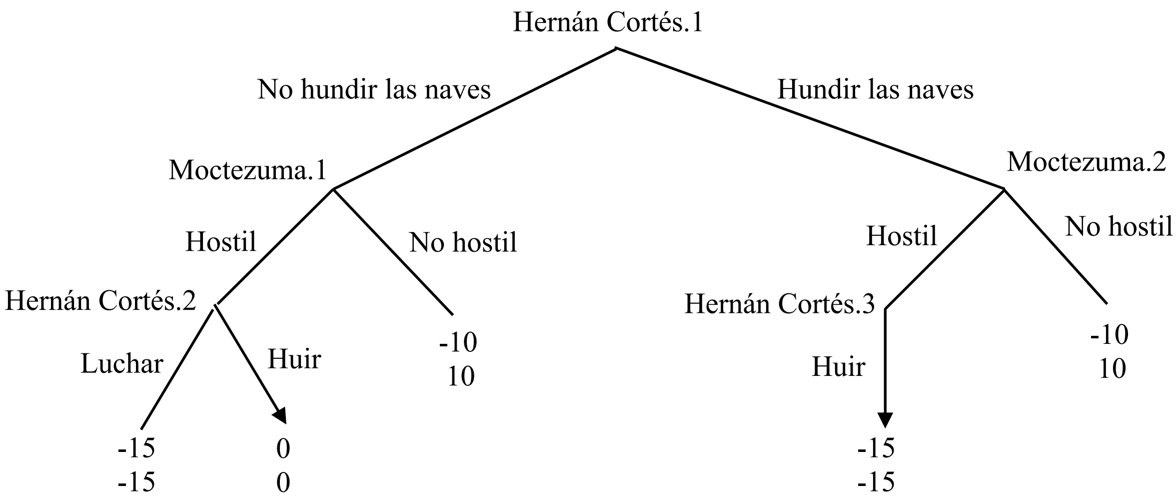
Universidad Carlos III de Madrid
TEORÍA DE LOS JUEGOS
Lista de ejercicios de juegos dinámicos

1. Considere el juego de la transparencia 11 de «Juegos dinámicos 3. Credibilidad», en la que se ilustra el juego del ciempiés con cuatro periodos y que se reproduce a continuación por conveniencia.



(a) ¿Cuántas estrategias tiene cada jugador?
(b) ¿Cuántos subjuegos hay? Señálelos.
(c) Encuentre el conjunto de todas las estrategias de cada jugador.
(d) ¿Qué perfiles de estrategias dan como resultado los pagos (16, 0)?
(e) Calcule los equilibrios por inducción hacia atrás.

2. Considere el juego de la transparencia 19 de «Juegos dinámicos 3. Credibilidad», en la que se ilustra la forma extensiva del ejemplo de eliminación de estrategias y que se reproduce a continuación por conveniencia.



(a) ¿Cuántas estrategias tiene cada jugador?
(b) ¿Cuántos subjuegos hay? Señálelos.
(c) Encuentre el conjunto de todas las estrategias de cada jugador.
(d) ¿Qué perfiles de estrategias dan como resultado los pagos (0, 0)?
(e) Calcule los equilibrios por inducción hacia atrás.

3. En Freedonia, un consumidor típico valora su salud en 100. Existe una probabilidad del ¼ de que su salud se deteriore hasta un nivel de valor 0. Por lo tanto, en el momento presente, el valor esperado de su salud es de 75. El consumidor puede comprar un seguro completo a un precio de 20, lo que significa que la póliza cubrirá todos los costos para recuperar completamente su salud. El gobierno está considerando ofrecer ayuda a las personas necesitadas, pero este es un servicio básico que solo recuperará la salud del consumidor hasta un nivel de 40. El servicio del gobierno se ofrecerá de forma gratuita al consumidor, pero tiene un costo estimado de 5 para el gobierno. El objetivo del gobierno es maximizar la salud del consumidor típico menos el costo para el gobierno. Si el consumidor no compra un seguro privado, hará uso del servicio del gobierno si es necesario. El gobierno elige primero si seguir adelante con el servicio de salud o no. Luego, el consumidor elige si comprar un seguro privado después de observar la elección del gobierno.

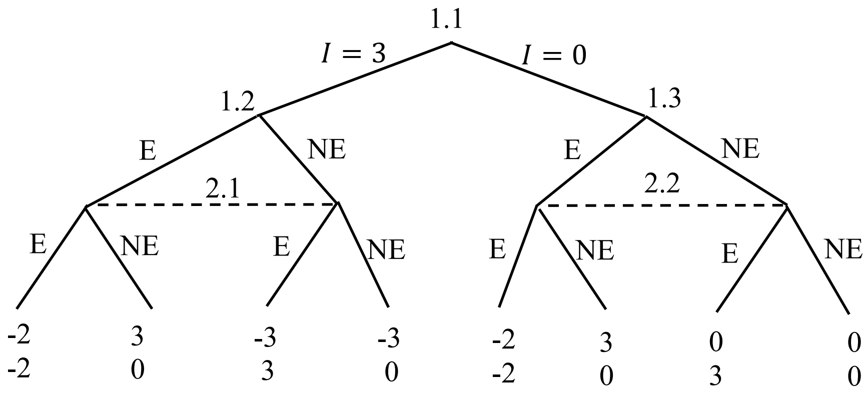
(a) Dibuje la forma extensiva del juego. Recuerda etiquetar cuidadosamente todos los nodos y acciones.
(b) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos.
(c) Encuentre la forma normal asociada y los equilibrios de Nash. Compara con (b).

4. Repita el Problema 3 para el caso en el que el consumidor elije primero. Compare los equilibrios entre los dos problemas.

5. Merche y Antonio están decidiendo dónde ir de vacaciones. Tienen tres opciones: Alicante (A), Barcelona (B) y Córdoba (C), pero no se ponen de acuerdo sobre a cuál de los sitios ir. Para llegar a una decisión, utilizarán el siguiente mecanismo. En primer lugar, Merche veta uno de los tres sitios. A continuación, Antonio, tras conocer el veto de Merche, veta otro de los lugares, y deciden ir de vacaciones a aquel sitio que no ha sido vetado. Merche prefiere A a B y B a C, mientras que Antonio prefiere C a B y B a A. Suponiendo que cada jugador tiene una utilidad de 3 si consigue ir a su lugar favorito, de 2 si va al que se encuentra en segunda posición y de 1 si va al menos preferido, y que ambos jugadores tienen que ir juntos de vacaciones, se pide:

(a) Represente el juego en sus formas extensiva y normal.
(b) Halle los equilibrios de Nash en estrategias puras.
(c) ¿Cuáles de los equilibrios de Nash del apartado anterior son perfectos en subjuegos? Justifique su respuesta. ¿Adónde irán de vacaciones?

6. Considere el juego de la transparencia 15 de «Juegos dinámicos 3. Credibilidad», en la que se ilustra la forma extensiva del juego en el ejemplo de «Compromiso costoso» y que se reproduce a continuación por conveniencia.



(a) ¿Cuántos conjuntos de información tiene cada jugador? Señálelos.
(b) ¿Cuántas estrategias tiene cada jugador? Lístelas.

(c) ¿Cuántos subjuegos hay? Identifíquelos.
(d) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos.

7. Entre las muchas aventuras que Ulises (Odiseo) pasó durante los diez años que le llevó navegar de regreso a Ítaca después de la Guerra de Troya, destaca su encuentro con las sirenas (Homero, siglo VIII a.C.). Circe, una diosa que busca proteger a Ulises, le advierte que pasará cerca del lugar habitado por las sirenas, monstruos que pretenden ser mujeres hermosas y cuyas cautivadoras canciones incitan a cualquier hombre a arrojarse por la borda para ser asesinado por ellas. Ulises quiere navegar hacia este lugar para escuchar las canciones, pero no quiere arrojarse al mar. También es consciente de que su yo-enloquecido estaría dispuesto a hacerlo.

(a) Represente este episodio como un juego entre Ulises-sano y Ulises-loco. Use los números -1, 0 y 1 para los resultados de los pagos. Nota: Si Ulises no escucha a las Sirenas, puede suponer que los pagos hipotéticos para Ulises-loco son los mismos que para Odiseo-sano.
(b) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos.

Sabiendo lo anterior, Ulises todavía está considerando escuchar a las sirenas. Con este fin, ordena a sus hombres que lo aten al mástil y se pongan cera en los oídos, de manera que no podrá arrojarse por la borda.

(c) Dibuje el juego después de estar atado al mástil.
(d) Dibuje los equilibrios de Nash perfectos en el subjuego.
(e) Dibuje todo el juego, que incluye la decisión de ser atado al mástil o no, y encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos.

8. Anna y Bob quieren reunirse el próximo sábado. Pueden encontrarse en un parque o en una cafetería. Anna adora la naturaleza, mientras que Bob prefiere el café. Anna recibe un pago de 3 si se encuentran en un parque y 1 si se encuentran en una cafetería. Bob recibe un pago de 3 si se encuentran en una cafetería y 1 si se encuentran en un parque. Si terminan en lugares diferentes, cada uno recibe un pago nulo. Al principio del juego, Anna elige si llamar a Bob para contarle sus planes. Si lo hace, puede elegir a dónde ir (al parque o a la cafetería), y Bob elige a dónde ir (al parque o a la cafetería) después de conocer su elección. Si Anna no llama a Bob, eligen a dónde ir simultáneamente. Si Anna llama a Bob, tiene que pagar un costo adicional de 1 (por lo tanto, sus beneficios se reducen en 1).

(a) Dibuje el árbol del juego.
(b) ¿Cuántos subjuegos tiene el juego?
(c) ¿Cuántas estrategias tiene cada jugador?
(d) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos en los subjuegos que comienzan después de cada una de las elecciones iniciales de Anna (llamar a Bob o no llamar a Bob).
(e) Encuentre todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos del juego completo.

9. Carlos y Natalia se enfrentan a la siguiente situación. Natalia debe elegir entre dos acciones: T, terminar de jugar con Carlos, o C, continuar jugando con Carlos. Si ella elige T obtendrá unos pagos y. Si elige C, jugarán un juego simultáneo donde Natalia elegirá entre U y D y Carlos entre L y R. La matriz de pagos del juego simultáneo se representa a continuación.

	L	R
U	3, 1	2, -1
D	1, 0	4, 5

(a) Encuentre todos los equilibrios de Nash del juego simultáneo que comienza si Natalia elige C.
(b) Halle los niveles de utilidad que alcanza Natalia en los equilibrios de Nash encontrados en el apartado (a).
(c) Encuentre todos los pagos de Natalia asociados a la acción T (todos los valores de y) para los que Natalia escogerá siempre C en todos y cada uno de los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos del juego. Escriba todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos para dichos valores de y.

10. Tres países (A, B y C) deben decidir si declarar la guerra a D. Si dos o los tres lo hacen, ganarán sin ningún problema y se desharán de un enemigo común, algo que cada uno valora en 100. Ganar la guerra cuesta 120, una cantidad que se dividirá por igual entre los países que la declaren. Si solo uno declara la guerra, no sucederá nada.

(a) Encuentre los equilibrios de Nash en estrategias puras si los países deciden de manera simultánea.
(b) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos si la decisión es secuencial, primero A, luego B y C, en ese orden, y si cada uno sabe lo que ha decidido el país anterior.
(c) Encuentre los caminos de equilibrio para cada uno de los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos.

11. Dos empresas compiten en precios en un mercado con la demanda detallada a continuación. La Empresa 1 decide primero anunciando un precio, y luego la Empresa 2 decide sobre un precio también, después de haber observado la decisión de la Empresa 1. Los precios solo pueden ser números enteros entre 1 y 10. Los consumidores comprarán a la empresa que ofrezca el precio más bajo según la demanda. Si ambas empresas ponen el mismo precio, compartirán el mercado por igual. Ambas empresas incurren en un costo de producción unitario de 3.

P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0

(a) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos. Nota: no es necesario dibujar el juego. Para cada uno de los diferentes precios que la Empresa 1 puede establecer, simplemente encuentre cuál es la mejor respuesta de la Empresa 2 y trabaje con eso.

Un ejecutivo de la Empresa 1 propone una nueva estrategia de marketing. Además de establecer su precio, la Empresa 1 publicará un compromiso por el cual igualará el precio del competidor en caso de que este último establezca un precio más bajo. Según la ley del país, este tipo de compromiso público es vinculante, por lo que si la empresa no cumple su compromiso, pagará una multa de 100. La asociación de consumidores afirma que esta estrategia es contraria a la competencia. La empresa argumenta que garantiza un precio bajo y, por lo tanto, favorece la competencia.

(b) ¿Quién tiene razón? Para responder a esta pregunta, encuentre los nuevos equilibrios de Nash perfectos en subjuegos y compare el resultado con los equilibrios de Nash perfectos en (a). Nota: al igual que antes, no es necesario dibujar el juego. Simplemente encuentre las nuevas mejores respuestas.

12. Dos barcos pesqueros faenan en un lago. Cada uno de ellos puede ser codicioso o consciente. Si ambos son conscientes, cada uno puede capturar peces por un valor de 500. Si ambos son codiciosos, agotarán el recurso y las capturas valdrán 100 para cada barco. Si uno es codicioso y el otro es consciente, sus capturas valdrán 600 y 50, respectivamente. La decisión sobre cuánto pescar se toma de manera simultánea e independiente.

(a) Encuentre los equilibrios de Nash. ¿Son eficientes?

Conscientes de los malos resultados en el equilibrio, deciden firmar un contrato estipulando que el barco codicioso pagará una multa de 300. Así, en un primer momento, los propietarios de los barcos deben decidir de manera simultánea si firman o no el contrato. Si ambos firman, el contrato es válido y puede aplicarse legalmente. Si alguno de ellos no firma, el contrato no es válido y el juego será como en (a).

(b) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos en estrategias puras.
(c) Repita el ejercicio en caso de que tomen la decisión de firmar el contrato de manera secuencial, con el segundo barco sabiendo lo que hizo el primero.

13. En el Problema 17 en juegos estáticos, considere ahora que la Empresa 1 juega primero y, luego, las empresas 2 y 3 juegan simultáneamente después de observar la elección de la Empresa 1. Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos en ambos casos, igual que en el ejercicio original.

14. Suponga que *Extra* y *Ultra* son los únicos productores de coches que compiten en España. La demanda de coches en España está dada por $p(Q) = 10 - Q$, donde Q es la suma de las producciones de los dos productores. Los costes totales de *Extra* y *Ultra* son, respectivamente, $C_E(q_E) = 3q_E$ y $C_U(q_U) = 2q_U$.

(a) Suponga que *Extra* y *Ultra* eligen simultáneamente las cantidades a producir (q_E y q_U). Determinar la curva de reacción de cada productor y el equilibrio de Nash de este juego. Comparar los beneficios de equilibrio de cada productor.
(b) Suponga ahora que el juego cambia. *Extra* elige su cantidad q_E. Tras observar esta decisión, *Ultra* elige su cantidad q_U. Represente este juego en forma extensiva y calcule el equilibrio perfecto en subjuegos.
(c) ¿Cuál es la cantidad de dinero que *Ultra* debería pagar a *Extra* para que *Extra* escoja su cantidad simultáneamente a la suya? ¿Está *Ultra* dispuesta a pagar esta cantidad de dinero?

15. Dos empresas, Peurot y Fol, compiten en el mercado de coches donde la demanda es $P(Q) = 2 - Q$ y la tecnología es tal que el coste marginal de producción es $c = 1$. En este mercado la empresa Peurot es la líder (elige primero) y Fol es la seguidora (elige su cantidad conociendo la cantidad de la líder). A Fol le preocupan no sólo sus beneficios sino también el volumen de ventas ya que quiere capturar cuota de mercado (siempre y cuando no incurra en pérdidas). En particular, la función de utilidad de Fol es:

$$U_F(q_P, q_F) = \alpha\Pi_F(q_P, q_F) + (1-\alpha)q_F,$$

mientras que a la empresa líder sólo le preocupan sus beneficios, esto es,

$$U_P(q_P, q_F) = \Pi_P(q_P, q_F).$$

(a) Si $\alpha > 1/2$ calcule los equilibrios de Nash perfecto en subjuegos. Determine para qué valores de α la líder produce más que la seguidora en equilibrio.
(b) Supongamos ahora que $\alpha = 0$. Calcule los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos.

16. Tres vecinas {A, B, C} deben ponerse de acuerdo para reparar una zona común. El mejor presupuesto implica un costo de 210 y cada vecina valora el proyecto en 100.

(a) Supongamos que cada vecina decide voluntariamente cuánto contribuir y que las decisiones se toman secuencialmente (primero A decide, luego B y, finalmente, C), de modo que cuando una vecina toma su decisión, está al tanto de las decisiones tomadas antes que ella. El proyecto se llevará a cabo si las contribuciones voluntarias son suficientes para pagar el proyecto. ¿Cuáles son los equilibrios de Nash en los subjuegos?
(b) Ahora, supongamos que los vecinos simplemente votan «Sí» o «No». El proyecto seguirá adelante solo si todos dicen «Sí». Además, saben que si continúan con el proyecto, pagarán el costo en partes iguales. Encuentra los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos si la votación es secuencial como en (a).

17. En el juego de manipulación de la agenda (notas de clase en la página de la asignatura, transparencia #22 en Dinámicos aplicaciones), muestra qué orden de votación decidirá la presidenta del comité si quiere que gane la alternativa C.

18. En el siguiente juego de negociación no cooperativo, una empresa (*E*) y un sindicato (*S*) tratan de repartirse los posibles beneficios que se generan por su actividad económica. Suponga que estos son de 2 millones de euros. Se arbitra un proceso negociador que establece tres etapas. Las peticiones de acuerdo se hacen de forma sucesiva, alternándose *E*, *S* y *E*. En cada etapa, el que no hace la petición tiene la posibilidad de aceptar o rechazar el acuerdo. Si acepta, la negociación acaba y si rechaza, formula su petición. Si no llegan a ningún acuerdo, tras la tercera propuesta de acuerdo, ninguno de las dos partes obtiene nada.

(a) ¿Qué posible acuerdo pueden pactar, y cuándo, si los dos aplican un factor de descuento de $\delta = 1/4$?
(b) ¿Qué posible acuerdo pueden pactar y cuándo, si *E* tiene un factor de descuento de $\delta_E = 1/4$ y *S* uno de $\delta_S = 1/2$?
(c) Compare los dos acuerdos anteriores y argumente si le parecen razonables los resultados obtenidos.

19. Un país conservador debe decidir si aprobar o no una legislación para legalizar algunos derechos sociales. Para aclarar las ideas, piensa en la decisión que se debe tomar después de las negociaciones entre los dos principales grupos en el país, el grupo NO y el grupo SÍ. Supongamos que el grupo NO siente una fuerte convicción por su causa y tiene preferencias representadas por la función de utilidad $u_{NO}(x) = (1 - x)^3$, donde $x \in [0,1]$ mide la permisibilidad de la legislación ($x = 1$ significa igualdad de derechos para todos, $x = 0$ es el statu quo, y valores intermedios significan diferentes grados de igualdad). La utilidad del grupo SÍ es $u_{YES}(x) = x$. Las negociaciones se llevan a cabo de la siguiente manera: primero, el grupo NO hace una oferta (un valor de $x \in [0,1]$), y luego el grupo SÍ acepta (A) o rechaza (R). Si la oferta es aceptada, entonces se convierte en ley. Si se rechaza, habrá disturbios sociales y confrontación que terminarán con una probabilidad igual de victoria para cualquiera de los dos grupos. En este caso, el ganador impone su legislación preferida. Al grupo NO no le importa la confrontación social, mientras que al grupo SÍ le disminuiría su utilidad en C si llegara a ocurrir. Por lo tanto, su utilidad será $u_{YES}(x) = x$ si no hay confrontación, y $u_{YES}(x) = x - C$ si la hay.

(a) Dibuje el juego en forma extensiva de la manera habitual para problemas de negociación.
(b) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos si $C = 0{,}2$.
(c) Encuentre el valor máximo de C para que un acuerdo sea el resultado de un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.

20. En el ejemplo del teorema de Coase (notas de clase en la página de la asignatura, transparencias #12, 13 y 14 en Dinámicos Negociación), considere el caso en el que el médico tiene el derecho de pedir al panadero que se vaya, pero no hasta que terminen las negociaciones, que duran dos períodos de ofertas alternas, donde el panadero hace la primera oferta y el factor de descuento para ambos es $\delta = 0{,}6$.

(a) Dibuje el juego en forma extensiva.
(b) Encuentre los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos.

Otros Ejercicios

21. Tres vecinas (Ana, Bea, Cruz) de un barrio deben elegir uno solo de tres proyectos (*a*, *b*, *c*). Las preferencias se representan a continuación en una tabla. Cada columna indica el orden de preferencia para la vecina correspondiente, siendo el proyecto más preferido cuanto más arriba esté en la columna.

Ana	Bea	Cruz
a	*b*	*c*
b	*a*	*a*
c	*c*	*b*

La elección se hará por mayoría simple en una votación en dos etapas. En la primera se vota entre *a* y *b*, y el proyecto ganador en esta etapa se enfrenta a *c*. De esta segunda votación saldrá el proyecto que se llevará a cabo.

(a) ¿Cuál será el resultado si en cada etapa las vecinas votan sinceramente? (Es decir, si votan al proyecto más preferido).

Analicemos este mecanismo de elección como un juego (las vecinas podrán votar estratégicamente).

(b) Suponga que a ha sido elegido en la primera etapa. Explique por qué en la segunda votación que todas voten por el proyecto c es un equilibrio de Nash.
(c) ¿Por qué es poco plausible este equilibrio? ¿Qué refinamiento (o criterio de selección) lo elimina como equilibrio?
(d) ¿Cuál sería el equilibrio perfecto en subjuegos que cumple este refinamiento en las dos etapas?

22. Dos socios, A y B, estudian completar un proyecto. Cada uno de ellos recibe 25 millones de euros cuando el proyecto se complete, pero nada antes de ese momento. El coste que falta para completar el proyecto es de 7 millones. Ninguno de los dos socios se puede comprometer de manera creíble para contribuir en el futuro, así que acuerdan lo siguiente. En un primer momento, el socio A elige contribuir con c_A. Si esta cantidad es suficiente para concluir el proyecto, el juego termina y cada socio recibe los 25 millones. Si no es suficiente (c_A es menor que 7 millones), entonces el socio B elige su contribución c_B. Si la suma de ambas contribuciones permite completar el proyecto cada uno recibe los 25 millones, en caso contrario no reciben nada. La única manera de lograr el dinero para contribuir en este proyecto es retirándolo de otras actividades a las que se dedica cada socio. Suponga que en ellas cada socio puede ganar c_i^2 , (i = A,B).

(a) Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos.
(b) Suponga ahora que el coste para finalizar el proyecto es de 12 millones. Calcule el nuevo equilibrio perfecto en subjuegos.

23. Dos empresas, Peurot y Fol, compiten en el mercado de coches donde la demanda es $P(Q) = 2 - Q$ y la tecnología es tal que el coste marginal de producción es c = 1. En este mercado la empresa Peurot es la líder (elige primero) y Fol es la seguidora (elige su cantidad conociendo la cantidad de la líder). A Fol le preocupan no sólo sus beneficios sino también el volumen de ventas ya que quiere capturar cuota de mercado. En particular, la función de utilidad de Fol es:

$$U_F(q_P, q_F) = \alpha\Pi_F(q_P, q_F) + (1 - \alpha)q_F,$$

mientras que a la empresa líder sólo le preocupan sus beneficios, esto es,

$$U_P(q_P, q_F) = \Pi_P(q_P, q_F).$$

(a) Si $\alpha > 1/2$ calcule el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos. Determine para qué valores de α la líder produce más que la seguidora en equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.
(b) Supongamos ahora que $\alpha = 0$. Calcule el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.

24. Dos empresas producen bienes diferenciados, por ejemplo las empresas Dell y Acer. Ambas eligen precios para maximizar sus beneficios. Sea p_1 el precio de la Empresa 1 y

p_2 el precio de la Empresa 2. Dados p_1 y p_2, la demanda de la Empresa 1 es $q_1 = 100 - p_1 + 0{,}5p_2$ y la de la Empresa 2 es $q_2 = 100 - p_2 + 0{,}5p_1$. Ambas empresas tienen unos costes marginales de producción iguales a 50.

(a) Supongamos que las empresas mueven simultáneamente. Obtenga sus funciones de reacción. Calcule los equilibrios de Nash del juego así como los beneficios de cada empresa a los precios de equilibrio.
(b) Supongamos ahora que la Empresa 1 mueve primero y que la Empresa 2 observa p_1 antes de elegir p_2. Encuentre los precios, las cantidades y los beneficios en equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.
(c) Discuta si es ventajoso o no mover primero en este juego.

25. Dos jugadores, Ester y Fernando, eligen un número en el intervalo [0, 1]. En primer lugar, Ester escribe un número x, x ∈ [0, 1]. Posteriormente, una vez observado dicho número, Fernando elige un número y, y ∈ [0, 1]. La función de utilidad de Ester es $U_E(x, y) = \min(x, y)$, y la de Fernando es $U_F(x, y) = (2x - y)^2$.

(a) Represente el juego arriba descrito en forma extensiva, indicando si es un juego de información perfecta o imperfecta, cuántos conjuntos de información tienen Ester y Fernando, y cuántos subjuegos tiene el juego.
(b) ¿Cuál es la mejor respuesta de Fernando si Ester elige los valores siguientes: $x = 0$, $x = 1/4$, $x = 1/2$ y $x = 1$?
(c) Halle el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos del juego anterior. Supongamos que, en caso de indiferencia entre dos números, Fernando elige siempre el número más grande de los dos.
(d) ¿Qué utilidad obtendrán Ester y Fernando en el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos?

26. Considere el juego siguiente donde Jorge puede elegir entre dos acciones *A* y *B*, y Alicia puede elegir entre *C* y *D*:

	C	*D*
A	2, 1	0, 0
B	0, 0	1, 2

(a) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras y mixtas de este juego. Indique los niveles de utilidad de cada jugador en cada equilibrio.
(b) Supongamos ahora que Jorge y Alicia eligen secuencialmente y que Jorge elige primero su acción, que Alicia observa. Encuentre todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos de este nuevo juego. ¿Cuánto recibe cada jugador en dichos equilibrios?

27. Considere una empresa (*E*) que decide la cantidad de mano de obra $L \geq 0$ que contrata y un sindicato (*S*) que fija el nivel de los salarios, $w \geq 0$. Los beneficios de la empresa están dados por $\Pi_E(w, L) = 100L - 0{,}1L^2 - wL$, mientras que el pago para el sindicato es el salario total, $\Pi_S(w, L) = wL$. Suponga que el sindicato decide primero el nivel *w* de salarios y que la empresa observa *w* y elige un nivel de mano de obra *L*.

(a) Plantee la forma extensiva del juego y halle el equilibrio perfecto en subjuegos.

(b) Suponga que al sindicato le preocupa alcanzar al menos un nivel de empleo E, de manera que su función de pagos es ahora

$$\Pi_S(w, L) = (L - E)w.$$

Plantee la forma extensiva del juego y halle el equilibrio perfecto en subjuegos dependiendo del valor de E.

28. Considere el siguiente juego de esfuerzo-negociación entre dos socios 1 y 2 de un proyecto común *X*. En una primera etapa, 1 y 2 deben escoger de manera simultánea e independiente su nivel de esfuerzo en el proyecto *X* denotado por e_i para el jugador $i = 1{,}2$. El nivel de esfuerzo que cada socio escoge puede ser cualquier número no negativo, es decir $e_i \in [0, \infty)$. Las ganancias que se derivan del proyecto *X* son:

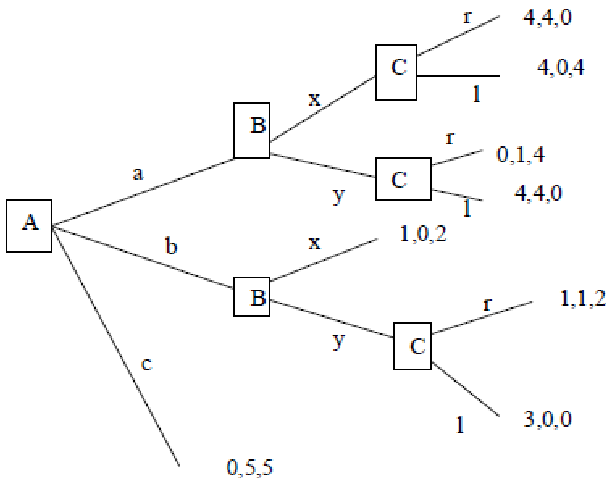
$$\Pi(e_1, e_2) = e_1 + e_2 + e_1 e_2.$$

El coste para cada socio de ejercer esfuerzo en el proyecto es:

$$C(e_i) = \frac{1}{2}e_i^2, \text{ para } i = 1{,}2.$$

En la segunda etapa, es decir una vez que se han escogido e_1 y e_2, los dos socios acuerdan repartirse las ganancias de la siguiente manera: se arroja una moneda y si el resultado es cara el socio 1 propone una división de las ganancias entre él y el socio 2. Este último solo debe decidir si acepta o rechaza tal división. Si rechaza, el juego se termina y ambos socios obtienen cero. Si sale cruz el procedimiento de reparto es el mismo pero el que propone la división de las ganancias es el socio 2. Encuentre los equilibrios perfectos en subjuegos. Especifique sus resultados en términos de las estrategias encontradas para cada uno de los jugadores.

29. Considere el siguiente juego entre tres jugadores:



Juego Problema 29

(a) Si el juego es de información perfecta y todos los jugadores pueden observar las acciones previas de los demás, determine todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos en estrategias puras, así como el camino y los pagos de equilibrio.
(b) Suponga ahora que el Jugador *B* no puede observar las acciones de *A*. En este caso:
   (i) Represente el nuevo juego en forma extensiva.
   (ii) ¿Existen equilibrios de Nash perfectos en subjuegos en estrategias puras?
(c) Suponga ahora que las acciones de *A* son observables por *B* y *C*, pero que *C* no puede observar las acciones de *B*. En este caso:
   (i) Representa el nuevo juego en forma extensiva.
   (ii) ¿Existen equilibrios de Nash perfectos en subjuegos en estrategias puras?

Nota: Si un determinado jugador no participa en un subjuego, sus pagos no son relevantes para el calculo del EN de ese subjuego.

30. Dos empresas (1 y 2) que compiten en un mercado están considerando la posibilidad de realizar una campaña de venta por correo. El coste de esta campaña es de 200 euros. Si solo una empresa realiza la campaña, esta se asegurará la venta de 18 unidades a un precio de 30 euros, mientras que si las dos empresas realizan la campaña, cada una se aseguraría vender 12 unidades a un precio de 15 euros. Suponga que las empresas, después de decidir si realizan o no la campaña de venta por correo, compiten *a la* Cournot (en cantidades) en un mercado cuya demanda viene dada por la función $P = (99 - V) - q$; donde *P* representa el precio, *V* es el volumen total de ventas por correo y $q = q_1 + q_2$ es la cantidad total vendida en este mercado al margen de las ventas por correo. Consideremos el juego secuencial que enfrentan las empresas si primero tienen que decidir si hacer campaña de ventas por correo o no hacerla; y después sabiendo las decisiones sobre la campaña, compiten a la Cournot en el mercado descrito anteriormente.

(a) Dibuje la forma extensiva de este juego
(b) ¿Cuántos y cuáles son los conjuntos de información de cada empresa? ¿Cuántos y cuáles son los subjuegos de este juego?
(c) Calcule los Equilibrios de Nash de todos los subjuegos.
(d) Calcule los ENPS.