Teoría de Juegos
Examen de junio de 2015

Nombre **Grupo:**

Tiene dos horas y media para completar el examen.

I. Preguntas cortas (5 puntos cada una)

I.1 Ponga un ejemplo de juego estático en el que no exista equilibrio de Nash en estrategias puras, pero sí en estrategias mixtas.

I.2 Ponga un ejemplo de juego dinámico con información perfecta en el que el equilibrio perfecto en subjuegos no sea óptimo de Pareto.

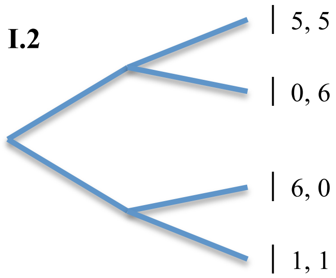
I.3 En todo juego repetido un número finito de veces, los únicos equilibrios perfectos en subjuegos son las repeticiones de los equilibrios de Nash en el juego estático. ¿Cierto o falso?

I.4 Define un juego bayesiano de dos jugadores con dos tipos del jugador uno y un tipo del jugador dos. Dibuja la representación en forma extensiva de ese juego bayesiano.

I.1:

1, -1	-1, 1
-1, 1	1, -1

I.2



I.3

Falso: Si se repite dos veces se puede obtener (6, 6) en la primera ronda.

6, 6	0, 7	0, 0
7, 0	3, 3	0, 0
0, 0	0, 0	1, 1

I.4 Ver apuntes de clase.

II. Problemas (20 puntos cada uno)

II.1 Dos empresas están desarrollando una nueva tecnología que permitirá a los consumidores oler los productos vía internet, lo que potencialmente incrementará las ventas online de perfumes y cremas para el cuerpo. Dados los riesgos y el pequeño tamaño esperado para este mercado, la compatibilidad de las tecnologías es muy importante. La empresa DigiScent está muy avanzada en el desarrollo de su tecnología DigiFleur. La empresa WebOdor, por su parte, ya está haciendo pruebas con su propia tecnología, Breeze Web, que es incompatible con la de su rival. Ambas empresas saben que se adoptan la misma tecnología, podrán tener unos ingresos de 200M€ cada una. Si adoptan tecnologías diferentes, en cambio, los consumidores no se la tomarán en serio y los ingresos serán nulos. Cambiar a la tecnología de la rival le cuesta 100M€ a WebOdor y 250€ a DigiScent. Las decisiones se toman de manera simultánea.

(a) Define la situación anterior como un juego estático en forma normal
(b) ¿Cuál es el equilibrio de Nash? ¿Cuánto gana cada empresa?

Both firms adopt the DigiFleur technology; that is, DigiScent keeps its technology, and WebOdor switches.

		WebOdor	
		DigiFleur	***BreezeWeb***
DigiScent	***DigiFleur***	200, 100	0, 0
	BreezeWeb	-250, -100	-50, 200

II.2 Considera la siguiente situación. Un monopolista necesita contratar trabajo, L, para su producción. Cada unidad de trabajo produce una unidad de bien: $Q = L$. La demanda del mercado está definida por $p = 100 - Q$, donde p es el precio de mercado y Q la cantidad producida. Cada unidad de trabajo debe pagarse a un salario w, que está determinado por un sindicato. El monopolista maximiza sus beneficios $\Pi = pQ - wQ$, mientras que el sindicato maximiza la masa salarial: $U = wL$. El orden del juego es el siguiente: primero el sindicato decide el salario, después, y conociendo esta decisión, el monopolista decide cuánto trabajo contratar.

(a) Calcula y dibuja en un gráfico la función de reacción del monopolista.
(b) Determina el equilibrio perfecto en subjuegos.

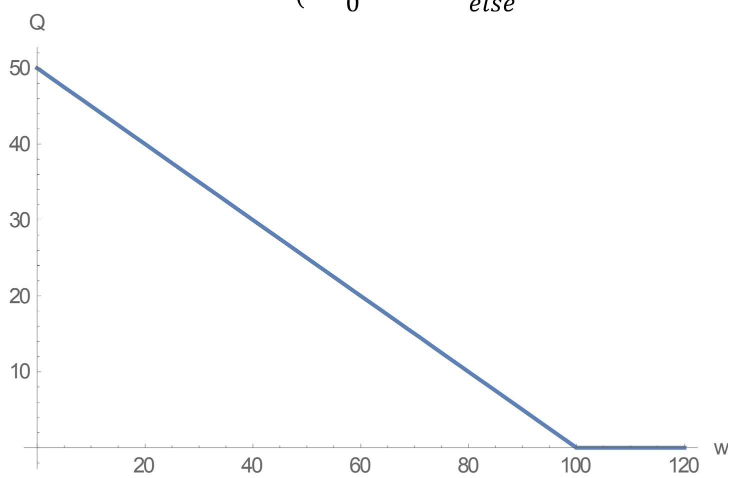
Asume ahora que, en lugar de maximizar la masa salarial, el objetivo del sindicato pone un tercio del peso en la masa salarial y dos tercios en el salario: $U = \frac{1}{3}w\,L+\frac{2}{3}L$.

(c) ¿Cuál es el nuevo equilibrio perfecto en subjuegos?

SOLUTION:

(a)

$$BR(w) = \begin{cases} \dfrac{100 - w}{2} & if\ w \leq 100 \\ 0 & else \end{cases}$$



(b) SPNE = {(50,25)}
(c) SPNE = {(49,51/4)}. The wage decreases to increase employment.

II.3 Ana y Bruno juegan el juego que se representa a continuación *n* veces.

		Bruno A	Bruno B
Ana	A	3,3	1,4
	B	4,1	0,0

(a) ¿Es posible el pago (3,3) en algún periodo en un equilibrio perfecto en subjuegos si $n = 2$?

(b) ¿Y si *n* es infinito?

(a) There are three NE in the game: (A,B), (B,A) and (½[A]+1/2[B], (½[A]+1/2[B]), with respective payoffs (1,4), (4,1) and (2,2). The following strategy is a SPE:
Period 1: Play (A,A).
Period 2:
If (A,A) was played in period 1, play (½[A]+1/2[B], (½[A]+1/2[B]).
If (A,B) was played in period 1, play (B,A).
If (B,A) was played in period 1, play (A,B).
If (B,B) was played in period 1, play any of the three NE.

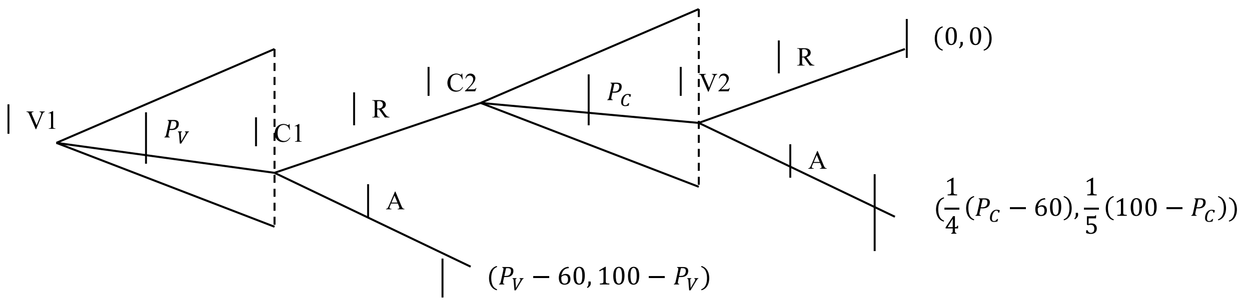
If no deviation, each player gets 3+2=5. If player i deviates, she gets 4+1=5.

(b) Define the trigger strategy:
Period 1: Play (A,A)
Period t: Play (A,A) if (A,A) was played for all T<t. Play (½[A]+1/2[B], (½[A]+1/2[B]) if (A,A) was not played for some T<t.
Check it is a NE: $U(\text{no dev.}) = \frac{3}{1-\delta} \geq U(\text{dev.}) = 4 + \frac{2\delta}{1-\delta}$, which implies $\delta \geq \frac{1}{2}$.
Check it is a NE in subgames after no deviation: the game is as the original. The previous argument applies.
Check it is a NE in subgames after deviation: it implies the play of a NE in each period forever on. It is a NE.

II.4 Un vendedor puede producir, a un coste de 60 euros, un bien que un comprador valora en 100 euros. Entre ambos negociarán el precio de venta en un juego de negociación de dos etapas. En la primera el vendedor propone un precio que, de ser aceptado, implica la venta a ese precio y el final del juego. Si la propuesta es rechazada será el turno del comprador para proponer un precio. Si es aceptada por el vendedor se venderá el bien a ese precio y el juego terminará. Si se rechaza no hay más propuestas ni posibilidad de compraventa. Sea p el precio al que se ha vendido el bien, la utilidad del vendedor será *p*-60 y la del comprador 100-*p*. En caso de que no haya acuerdo la utilidad es cero para ambos. La tasa de descuento del vendedor es $\delta_S = 1/4$ y la del comprador $\delta_B = 1/5$. Asumiremos que, en caso de indiferencia, los jugadores aceptan la propuesta.

(a) Representa el juego en forma extensiva indicando los conjuntos de información de cada jugador, así como sus acciones en cada uno de esos conjuntos.
(b) Encuentra el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.

(a) Forma extensiva:



(b) V2 acepta (A) si $p_c - 60 \geq 0$, rechaza en caso contrario.
C2 ofrece $p_C = 60$.
C1 acepta (A) si $100 - P_V \geq \frac{1}{5}(100 - 60)$, es decir, si $p_V \leq 92$.
V1 ofrece $p_V = 92$.