Juegos dinámicos

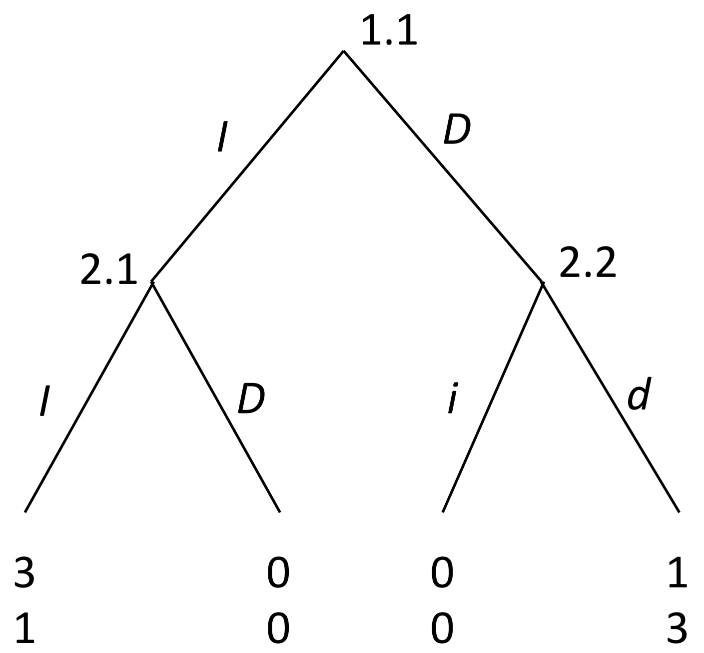
2:Información imperfecta

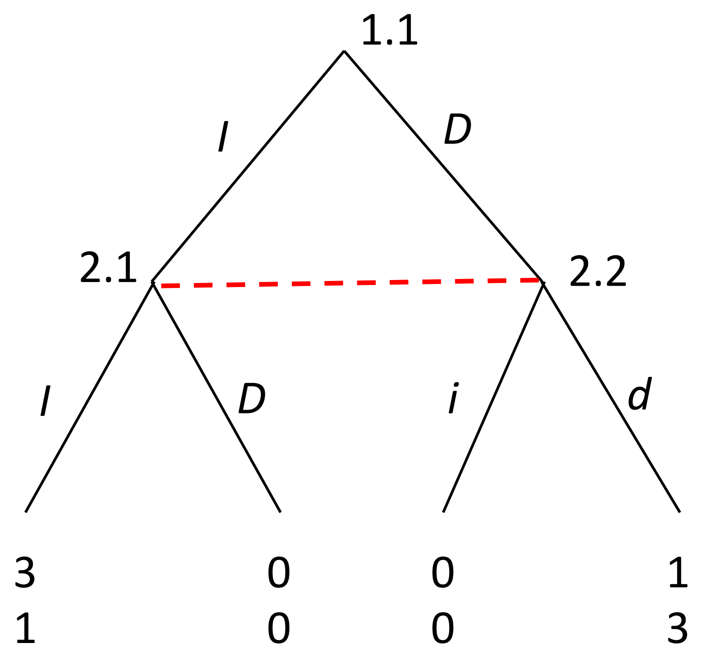
Universidad Carlos III de Madrid

Juegos dinámicos con información Imperfecta

- Juegos en lo que ocurre alguna de estas circunstancias:
  - Algún jugador no sabe qué acción ha tomado algún otro.
  - Varios jugadores tienen información distinta sobre el resultado de un movimiento aleatorio de la naturaleza.
- Esto se traducirá en que algún jugador no sabe con certeza en cuál de sus vértices se encuentra en alguna parte del juego.
- Los vértices entre los cuales un jugador no puede distinguir son vértices en los que tiene la misma información. Cada conjunto de vértices en los que esto ocurra será un conjunto de información.
- Trivialmente, un vértice en el que el jugador sabe que sí está será también un conjunto de información con un único vértice.
- Gráficamente uniremos los vértices que pertenezcan a un mismo conjunto de información con una línea de puntos o una "nube".

Ejemplo: batalla de sexos dinámica

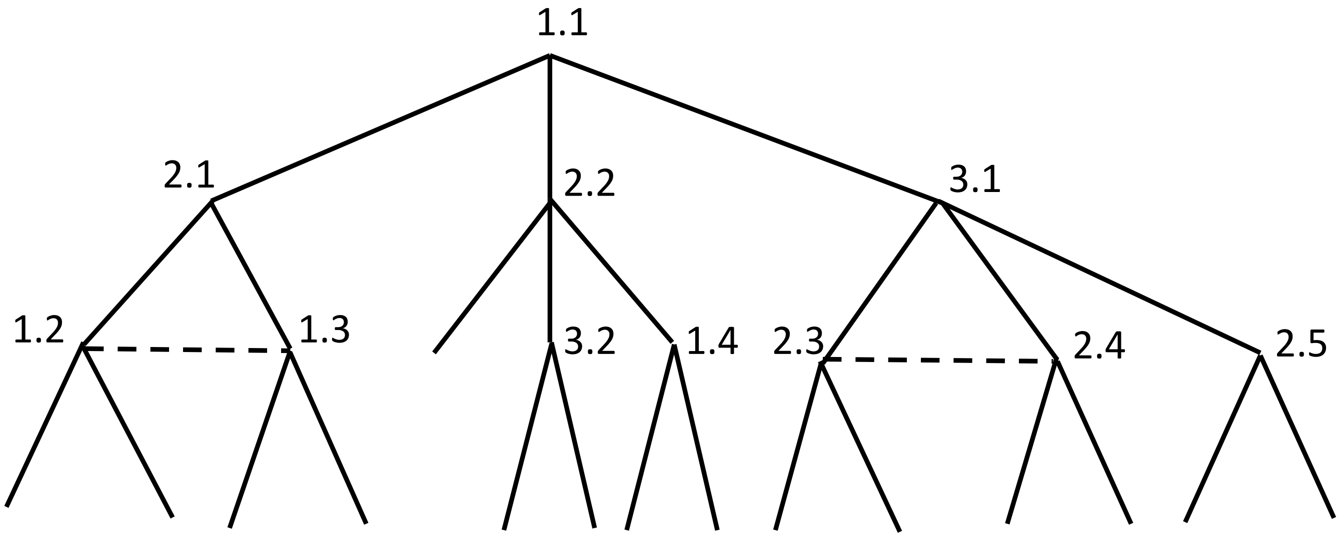




- El jugador 2 sabe lo que ha hecho la jugadora 1

- El jugador 2 no sabe lo que ha hecho la jugadora 1.
- Los vértices 2.1 y 2.2 pertenecen a un conjunto de información.
- No hay equilibrio con inducción hacia atrás, pero sí hay ENPS.

Ejemplo complicado

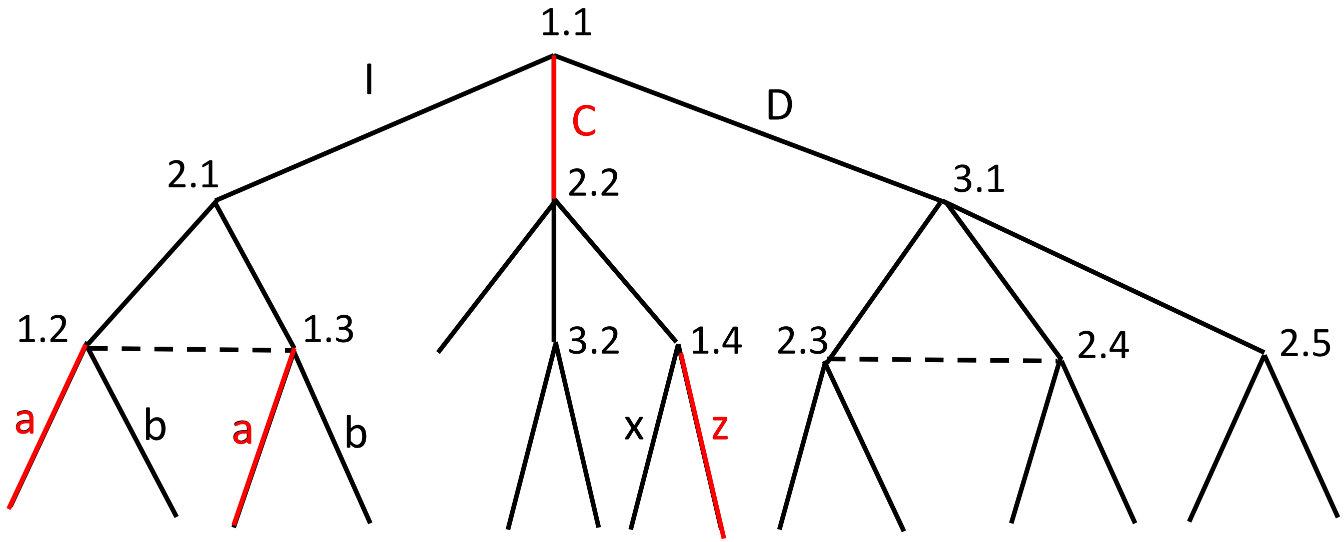


- Conjuntos de información:
  - Del jugador 1: {1.1}, {1.2, 1.3} y {1.4} .
  - De la jugadora 2: {2.1}, {2.2}, {2.3, 2.4} y {2.5}.
  - Del jugador 3: {3.1} y {3.2}.
- Subjuegos estáticos y dinámicos:
  - En 2.1 comienza un (sub)juego estático.
  - En 2.2 comienza un (sub)juego dinámico.
  - En 3.1 comienza un (sub)juego que tiene características de ambos.

Forma extensiva, forma normal y subjuegos

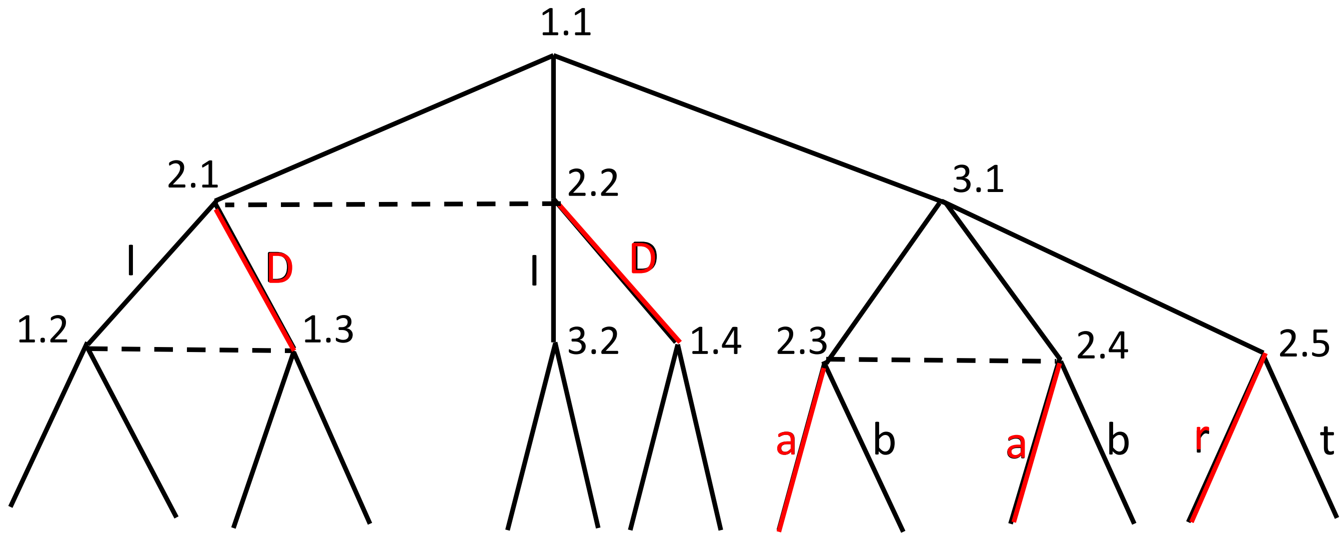
- A la definición de la forma extensiva para juegos de información perfecta debemos añadir o modificar lo siguiente:
  - Agrupamiento de vértices de un jugador en conjuntos de información.
  - Definición de acciones en cada conjunto de información (y no en cada vértice): informalmente, una acción implica elegir la misma rama en cada vértice de un mismo conjunto de información.
- Para pasar a la forma normal, basta definir la estrategia de una jugadora como un vector que refleja una acción para cada conjunto de información (en lugar de cada vértice).
- Los subjuegos se definen como antes con la nueva regla de "no romper conjuntos de información".

Ejemplo complicado



- ¿Qué subjuegos hay?
  - Los que comienzan en 1.1, 2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 1.4 y 2.5.
- ¿Qué estrategias tiene el jugador 1?
  - {(I,a,x), (I,a,z), (I,b,x), (I,b,z), (C,a,x), (C,a,z), (C,b,x), (C,b,z), (D,a,x), (D,a,z), (D,b,x), (D,b,z)}.
  - Ejemplo: (C,a,z) señalada en rojo.

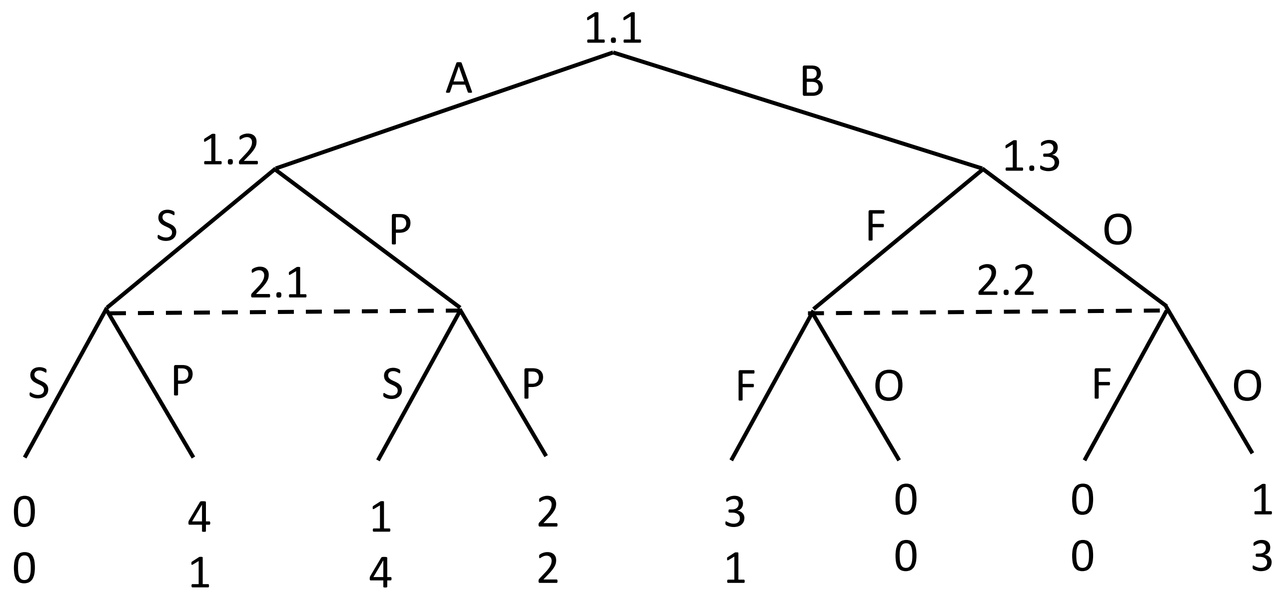
Ejemplo complicado 2



- ¿Qué subjuegos hay?
  - Los que comienzan en 1.1, 3.1, 3.2, 1.4 y 2.5.
- ¿Qué estrategias tiene la jugadora 2?
  - {(I,a,r), (I,a,t), (I,b,r), (I,b,t), (D,a,r), (D,a,t), (D,b,r), (D,b,t)}.
  - Ejemplo: (D,a,r) señalada en rojo.

Ejemplo sobre cómo encontrar los ENPS

- El jugador 1 elige entre A y B.
- Si elige A, él y la jugadora 2 juegan el juego del gallina.
- Si elige B, juegan la batalla de sexos.



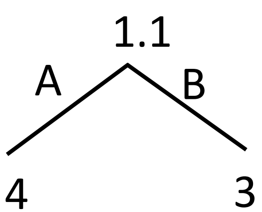
- Hemos numerado los conjuntos de información (en lugar de los vértices)
- ¿Qué subjuegos hay?

  Tres, los que comienzan en 1.1, 1.2 y 1.3.
- Comencemos resolviendo 1.2 y 1.3.

Ejemplo sobre cómo encontrar los ENPS

- Para simplificar la exposición, lo haremos solo en estrategias puras.
- El subjuego que comienza en 1.2 es el juego del gallina con EN en estrategias puras: (S, P) y (P, S).
- El subjuego que comienza en 1.3 es el juego de la batalla de sexos con EN en puras: (F, F) y (O, O).
- Para encontrar la acción de equilibrio en 1.1, debemos considerar las cuatro posibilidades:

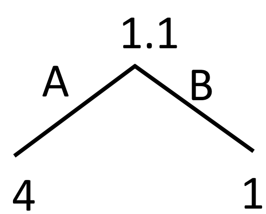
1.2: (S, P)
1.3: (F, F)



1.1 prefiere A

ENPS:
((A,S,F), (P,F))

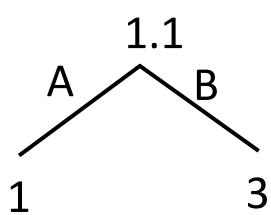
1.2: (S, P)
1.3: (O, O)



1.1 prefiere A

ENPS:
((A,S,O), (P,O))

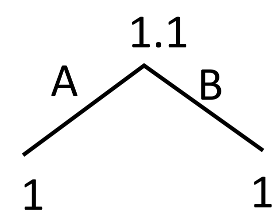
1.2: (P, S)
1.3: (F, F)



1.1 prefiere B

ENPS:
((B,P,F), (S,F))

1.2: (P, S)
1.3: (O, O)



1.1 está indiferente

ENPS:
((A,P,O), (S,O)) y
((B,P,O), (S,O))

Dos maneras de escribir el ENPS

- La canónica: separando por jugadores.
- La cómoda: separando por subjuegos.
- En el ejemplo anterior, el equilibrio ((A,S,F), (P,F)) está expresado de forma canónica.
- De forma cómoda será: (A, (S,P), (F,F)).

Por jugadores:	Por subjuegos:
((1.1, 1,2, 1.3), (2.1, 2.2))	(1.1, (1,2, 2.1), (1.3, 2.2))
((A , S , F), (P , F))	(A , (S , P), (F , F))

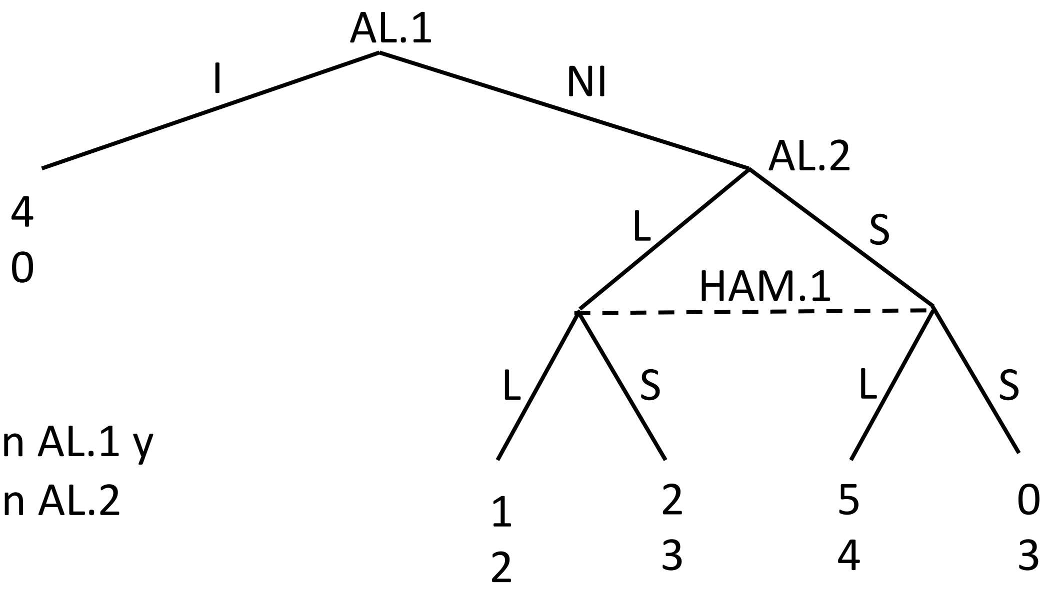
Ejemplo 2 sobre cómo encontrar ENPS

Juego de Fórmula 1

- Supongamos que antes de decidir que tipo de ruedas va a poner, Al puede realizar una maniobra estratégica que impediría la participación de Ham en la carrera.
- Así, en una primera etapa, Al decide si impide o no (decisiones I y NI) la participación de Ham en la carrera.
- Si impide la salida de Ham, Al tendría 4 puntos al final de la carrera y Ham no tendría ninguno.
- Si no impide la salida de Ham, los dos pilotos eligen el tipo de ruedas simultáneamente, para lluvia o tiempo seco, con los resultados que se indican en la forma extensiva a continuación.

Ejemplo 2 sobre cómo encontrar ENPS

Juego de Fórmula 1

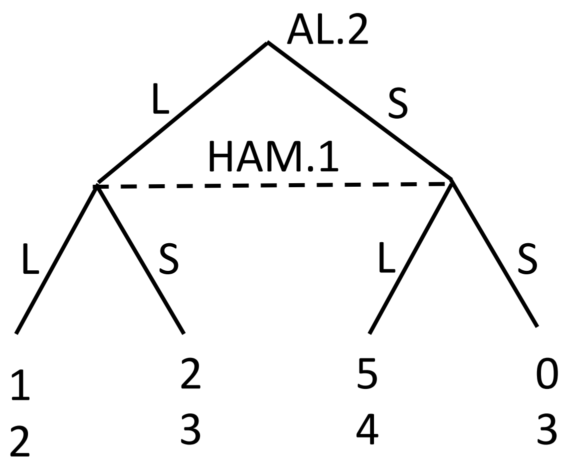


Subjuegos:
El que comienza en AL.1 y
el que comienza en AL.2

Ejemplo 2 sobre cómo encontrar ENPS

Juego de Fórmula 1

- Comencemos resolviendo el subjuego en AL.2 tras NI:



La forma normal es:

HAM.1

AL.2		L	S
	L	1, 2	2, 3
	S	5, 4	0, 3

- EN = {(S, L), (L, S), (1/2[L]+1/2[S], 1/3[L]+2/3[S])}
- Pagos en los EN del subjuego tras NI para AL: 5, 2 y 5/3, respectivamente.
- Si AL.1 juega I tendrá pago 4, por tanto si prevalece el primer EN del subjuego, elegirá NI, mientras que si prevalece cualquier otro, elegirá I.
- Por tanto: ENPS : {((NI,S), L), (I,L), S), ((I,1/2), 1/3)}.