Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Economía Examen final de Matemáticas II 14 de septiembre de 2000

Apellidos:

Nombre:

DNI:

Titulación:

Grupo:

1. **Dados los subespacios** $U_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0 \text{ y } 2x + y - z - 4t = 0\}$ y $U_2 = L \langle (1, 4, -2), (0, 2, -1), (3, 8, 4) \rangle$.

- a) Hallar una base para U_1 y U_2
b) ¿Es cierto que se cumple que $\dim(U_1) > \dim(U_2)$?
-

2. **Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por $f(x, y, z, t) = (ax + y + 2t, y + az, 2ax + y - az + 4t)$.
Se pide:**

- a) Determinar la matriz de f respecto de las bases canónicas.
 - b) Discutir según los valores de a , las dimensiones de $N(f)$ e $\text{Im}(f)$.
 - c) Dar una base de cada uno de estos subespacios.
-

-
3. **Dada la función** $f(x, y, z) = x^3 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy$. Se pide hallar el abierto más grande donde f es estrictamente convexa.
-

4. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Justificar, sin hacer ningún cálculo, que A es diagonalizable.
b) Calcular A^5 utilizando la diagonalización ortogonal de A .
-

5. Sea la función $T(x, y) = x^3 + y^3 - 6xy$.

- a) Si $S(x, y) = (1 - x, e^y)$. Calcula $d(T \circ S)(1, 0)$
b) Calcula un valor aproximado de $(0, 01)^3 + (0, 99)^3 - 6(0, 01)(0, 99)$ utilizando la aproximación por el plano tangente.
-

6. **Dada** $f(x, y) = x^3 e^{-(x^2+y^2)}$., Hallar y clasificar los puntos críticos.

7. Sea $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 < 36, x \geq 0, y \geq 0\}$. Se pide:

- a) Dibujar el conjunto.
 - b) Hallar $\text{Fr}(A)$ e $\text{Int}(A)$.
 - c) ¿Es A cerrado y acotado? ¿Es convexo?
-

8. Dada la función $f(x, y) = -2x^2 + xy - 4y^2$. Calcular los extremos en el conjunto $3x + 2y = 100$.