(1) Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcr} 3x+2y+2az & = & -13 \\ x+2y+az & = & -5 \\ 5x+2ay-3z & = & -18 \end{array}\right.$$

donde $a \in \mathbb{R}$ es una constante.

(a) Clasifique el sistema según los valores de a.

(b) Resuelva el sistema anterior para los valores de a para los cuales el sistema es compatible indeterminado. ¿Cuántos parámetros son necesarios para describir la solución en cada caso?

---

(2) Considere una función $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(a) Escriba la definición que expresa que la función f es continua en un punto $p=(x_0,y_0)$.

(b) Considere la función

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{2x^2y}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Determine si esta función es continua en el punto $(0,0)$.

---

(3) Considere la función

$$f(x,y)=2xe^{y/x},$$

el punto $p=(2,0)$ y el vector $v=(3,2)$.

(a) Calcule el gradiente de la función f en el punto p. Calcule el plano tangente a la gráfica de f en el punto $(2,0,4)$.

(b) Halle la derivada direccional de la funcion f en el punto p en la dirección del vector v. ¿Cuál es la dirección de mayor crecimiento de f en el punto p? ¿Cuál es el máximo de la derivada direccional?

---

(4) Considere la función

$$f(x,y,z)=x^2-y^2+2xy-\frac{z^2}{2}+6$$

y el conjunto

$$A=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : z=2x+2y-1\}$$

(a) Halle las ecuaciones de Lagrange que determinan los extremos de f en A.

(b) Determine los puntos que satisfacen las ecuaciones de Lagrange.

---

(5) Considere el problema de maximización siguiente

$$\begin{array}{rl} \max\limits_{x,y} & y(x-1) \\ \textbf{s.a.} & (x-1)^2+y^2\leq 2 \end{array}$$

(a) Halle las ecuaciones de Kuhn-Tucker que determinan los extremos de f en A.

(b) Determine los puntos que satisfacen las ecuaciones de Kuhn-Tucker.
