Apellidos:		Nombre:
DNI:	Titulación:	Grupo:

---

1. Dado el sistema $\begin{cases} ax + 2y & = 1 \\ 2x + bz & = 2 \\ x - y - 2z & = 0 \end{cases}$ Discutir, según los valores de a y b de qué tipo es.

---

2. Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dada por $f(x, y, z) = (x + y, y + z, z - x, 2x + y - z)$.

- a) Determinar la matriz de f respecto de las bases canónicas.
  - b) calcular la dimensión de $N(f)$ e $\text{Im}(f)$ y dar una base para cada uno de estos subespacios.
-

3. Dada la función $f(x, y) = 2ax^2 + 6xy - 2by^2$. ¿Para qué valores de a y b la función es estrictamente cóncava?

---

4. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Justificar, sin hacer ningún cálculo, que A es diagonalizable.
  - b) Diagonalizar A de forma ortogonal.
-

5. Sea $f(x, y) = \begin{cases} \frac{5xy}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- a) ¿Es f continua en $(0, 0)$?
  - b) ¿Es f diferenciable en $(0, 0)$? ¿Son continuas sus derivadas parciales en $(0, 0)$?
  - c) Calcula la recta normal a la curva de nivel $f(x, y) = 2$ que pasa por el punto $b = (2, 1)$.
-

6. Dada la función $f(x, y) = 3x^2 + xy + 4y^2$. Calcular los extremos en el conjunto $3x + y = 6$.

---

7. Sea $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 9 - x^2\}$. Se pide:

- a) Dibujar el conjunto.
  - b) Hallar $\text{Fr}(A)$ e $\text{Int}(A)$. ¿Es A cerrado y acotado?
  - c) Sea $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \sin^4(xy^2) + \cos^4(x^2y) - xy$. ¿Alcanzará f un máximo y un mínimo en A ? Justifica la respuesta.
-

8. Dada $f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$. Hallar y clasificar los puntos críticos.