# HOJA 5: Integración

**1.** (*) Calcula las siguentes integrales:

$a)\ \int \frac{x^2+x+1}{x\sqrt{x}}dx$ $\quad b)\ \int xe^{-2x}dx$ $\quad c)\ \int sen^{14}x\ \cos x\ dx$

$d)\ \int (x+1)(2-x)^{1/3}dx$ $\quad e)\ \int \frac{x^4}{1+x^5}dx$ $\quad f)\ \int (1+\frac{1}{x})^3\frac{1}{x^2}dx$

$g)\ \int sen^3 x\ dx$ $\quad h)\ \int xe^{ax^2}\ dx$ $\quad i)\ \int \frac{1}{3+x^2}dx$

$j)\ \int \frac{\sqrt{x-1}}{1+\sqrt[3]{x-1}}dx$ $\quad k)\ \int \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}dx$ $\quad l)\ \int x^4 \ln x\ dx$

$m)\ \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}-\sqrt{x}}$ $\quad n)\ \int (\ln x)^2 dx$ $\quad ñ)\ \int \frac{40x}{(x-1)^{40}}dx$

$o)\ \int \frac{4x+6}{(x^2+3x+7)^3}dx$ $\quad p)\ \int \frac{2x-6}{(x-2)^2}dx$ $\quad q)\ \int \frac{x^2+1}{x^3-4x^2+4x}dx$

$r)\ \int \frac{2x+1}{x^3+6x}dx$ $\quad s)\ \int \frac{1}{\frac{x^2}{2}-2x+4}dx$ $\quad t)\ \int \frac{x^4}{x^4-1}dx$

**2.** ¿Cuántos puntos de corte pueden tener dos primitivas diferentes de una misma función?

**3.** (*) Sea $f:[0,2]\to\mathbb{R}$ continua, creciente en $(0,1)$, decreciente en $(1,2)$ y, además, cumple que: $f(0)=3$, $f(1)=5$ y $f(2)=4$. ¿Entre qué valores se puede asegurar que está $\int_0^2 f(x)\ dx$?

**4.** (*) Una cierta compañía ha determinado que su coste marginal es $\frac{dC}{dx}=4(1+12x)^{-1/3}$. Hallar la función de coste si $C=100$ cuando $x=13$.

**5.** (*) Sabiendo que el coste marginal de producir $x$ unidades es $x+5$ y que el coste medio tiene un mínimo en $x=4$, halla los costes fijos de la empresa.

**6.** (*) Calcula $F'(x)$ en los casos que siguen:

$$a)\ \int_x^{x^3} t\cos t\,dt \quad b)\ \int_1^{x^2}\sqrt{t^4+2t}\ dt \quad c)\ \int_1^{x^2}(t^2-2t+5)\,dt$$

**7.** Calcula $F'(x)$ en los casos que siguen:

**a.** $\int_{-x}^{x^2} tg^2 t\,dt$, suponiendo que $x^2<\frac{\pi}{2}$.

**b.** $\int_{x^2}^{2x} f^2(2t)\,dt$, suponiendo que $f$ es continua.

**8.** (*) ¿Para qué valor de $x$ tiene $F(x)=\int_{-3}^{x}\frac{t^2-4}{3t^2+1}dt$ un máximo local?

**9.** Sea $F(x)=\int_{x^2}^{2x} f(t^2)dt$ tal que $f(1)=1, f(2)=f(4)=4$ y $f$ es continua. Calcula $F'(1)$.

**10.** (*) Calcula observando la simetría de las funciones:

$$a)\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} sen^{27}x\cos^{28}x\,dx \quad b)\ \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(\sqrt[3]{x^5\cos 3x}+\cos\tfrac{x}{3}+\tan^3 x)dx$$

**11.** Sea $f$ una función de periodo T, tal que $\int_0^T f=b$. Halla $\int_a^{a+nT} f$.

**12.** (*) Halla el área comprendida entre las curvas siguientes:

$a)\ f(x) = x^2 - 4x + 3,\ g(x) = -x^2 + 2x + 3$

$b)\ f(x) = (x-1)^3,\ g(x) = x - 1$

$c)\ f(x) = x^4 - 2x^2 + 1,\ g(x) = 1 - x^2$

**13.** (*) Dibuja las gráficas de las funciones $y = 2e^{2x}$ e $y = 2e^{-2x}$. Calcula el área entre dichas gráficas y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

**14.** Sea $f : [1,3] \longrightarrow [2,4]$ creciente, continua y biyectiva, tal que $\int_1^3 f dx = 5$. Calcula $\int_2^4 f^{-1}(x)\,dx$

**15.** **a.** Dada $f : [0,4] \to \mathbb{R}$, convexa y creciente, con valores $f(0) = 0$, $f(2) = \alpha$, $f'(2) = \beta$, $f(4) = 16$. Estimar, en función de $\alpha$ y $\beta$, el valor de $\int_0^2 f(x)dx$.

**b.** Dada $f : [0,4] \to \mathbb{R}$, cóncava y creciente, con valores $f(0) = 0$, $f(2) = \alpha$, $f'(2) = \beta$, $f(4) = 2$. Estimar, en función de $\alpha$ y $\beta$, el valor de $\int_0^2 f(x)dx$.

**16.** Las ventas de un producto vienen dadas por la fórmula $S(t) = 10 + 5sen(\frac{\pi t}{6})$ donde $S$ se mide en miles de unidades y el tiempo $t$ en meses. Calcula las ventas promedio durante el año $(0 \leq t \leq 12)$.

**17.** Calcula:

$$a)\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}dx \quad b)\int_0^3 \frac{1}{x^3}dx \quad c)\int_1^\infty \frac{1}{x^2}dx$$

$$d)\int_1^\infty e^{-x}dx \quad e)\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2} \quad f)\int_{-2}^4 \frac{dx}{x^2}$$

**18.** Calcula $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}\,(1+x)}$