Universidad Carlos III de Madrid Septiembre de 2007

Microeconomía II

Nombre: Grupo:

1	2	3	4	5	6	Calif.

Dispone de 2 horas y 45 minutos. La puntuación de cada apartado, sobre un total de 100 puntos, se indica entre paréntesis. Administre su tiempo teniendo en cuenta esta puntuación.

1. Las preferencias de los consumidores de fútbol (x) y "otros bienes" (y) están descritas por las funciones de utilidad $u_A(x,y) = 3x + y$ para los hinchas del Atlético Lineal y $u_R(x,y) = \sqrt{xy}$ para los hinchas del Real Cobb-Douglas.

a) (10 puntos) Calcule las funciones de demanda de fútbol de los hinchas de ambos equipos, $x_i(p_x, p_y, I_i)$ e $y_i(p_x, p_y, I_i)$ para $i \in \{A, R\}$.

Funciones de Demanda para los hinchas del AL: tenemos

$$RMS_A(x,y) = 3.$$

Las funciones de demanda son:

$$(x_A(p_x,p_y,I), y_A(p_x,p_y,I)) = \begin{cases} (I/p_x, 0) & \text{si} \quad p_x < 3p_y \\ \{(\alpha, (I - \alpha p_x)/p_y),\ \alpha \in [0, I/p_x]\} & \text{si} \quad p_x = 3p_y \\ (0, I/p_y) & \text{si} \quad p_x > 3p_y. \end{cases}$$

Funciones de Demanda para los hinchas del RCD: tenemos

$$RMS_R(x,y) = \frac{y}{x}.$$

las funciones de demandas están definidas por el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y &= I. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$\begin{aligned} x_R(p_x,p_y,I) &= \frac{I}{2p_x} \\ y_R(p_x,p_y,I) &= \frac{I}{2p_y}. \end{aligned}$$

b) (10 puntos) En 2006 los precios fueron $p_x = 1$ y $p_y = 1$, la renta de los consumidores del Real CB fue de 100 euros, y la de los del Atlético Lineal fue de sólo 50 euros. Durante el año los precios del fútbol aumentaron un 400% ($p'_x = 4$) y los de "otros bienes" se mantuvieron constantes ($p'_y = 1$). Calcule el verdadero IPC de cada tipo de consumidor y el IPC de la "economía" (índice de Laspeyres) suponiendo que el número de hinchas de cada equipo es el mismo.

IPC Verdaderos:

- Hinchas del AL: Tenemos $(x_A(1,1,50), y_A(1,1,50)) = (50,0)$. Para mantener el nivel de bienestar de la cesta $(50,0)$, $u_A(50,0) = 150$, a los nuevos precios $p'_x = 4$, $p'_y = 1$, el mínimo gasto necesario es el de adquirir la cesta $(0,150)$, ahora más barata que la cesta $(50,0)$. La renta necesaria para adquirir esta cesta es $I'_A = (4)\,0 + (1)\,150 = 150$ euros. Por tanto, el verdadero IPC de los hinchas del AL es
$$IPC_A = \frac{150}{50} = 3.$$
- Hinchas del RCD: Tenemos $(x_R(1,1,100), y_R(1,1,100)) = (50,50)$. Para mantener el nivel de bienestar de la cesta $(50,50)$, $u_R(50,50) = 50$, a los precios $p'_x = 4$, $p'_y = 1$, necesitamos una renta mínima de $I'_R = p'_x x' + p'_y y'$, donde las cantidades (x', y') son la solución al sistema de ecuaciones:
$$\begin{aligned} \frac{y'}{x'} &= 4 \\ \sqrt{x'y'} &= 50. \end{aligned}$$
Resolviendo el sistema obtenemos $x' = 25, y' = 100$. Para mantener su bienestar, los hinchas del RCD necesitan una renta $I'_R = 4\,(25) + 1\,(100) = 200$. Por tanto, el verdadero IPC de los hinchas del RCD es
$$IPC_R = \frac{200}{100} = 2.$$

Para calcular el IPC de Laspeyres obtenemos primero los pesos de los bienes en la cesta agregada. Suponiendo que hay N hinchas de cada equipo, tenemos que el gasto total en consumo de x es

$$W_x = p_x(x_A + x_R)N = (1)\,(50+50)N = 100N;$$

puesto que el gasto total es

$$W = (I_A + I_R)\,N = (50+100)\,N = 150N,$$

tenemos
$$w_x = \frac{W_x}{W} = \frac{100N}{150N} = \frac{2}{3}.$$
Por tanto, $w_y = \frac{1}{3}$. El IPC de Laspeyres es

$$IPC = \frac{2}{3}\,(4) + \frac{1}{3}\,(1) = 3.$$

El cálculo del IPC beneficia a los hinchas del RCD. Por casualidad coincide con el verdadero IPC de los hinchas del AL.

2. Considere un mercado competitivo de un bien que todas las empresas producen con una tecnología idéntica, descrita por la función de producción $F(L, K) = K\sqrt{L}$. Los precios de trabajo y capital son $w = r = 1$.

(a) (10 puntos) Halle las funciones de costes totales, medios y marginales y la función de oferta de una empresa representativa. Represente estas funciones en un diagrama.

Obtenemos las funciones de demanda condicional de factores resolviendo el sistema:

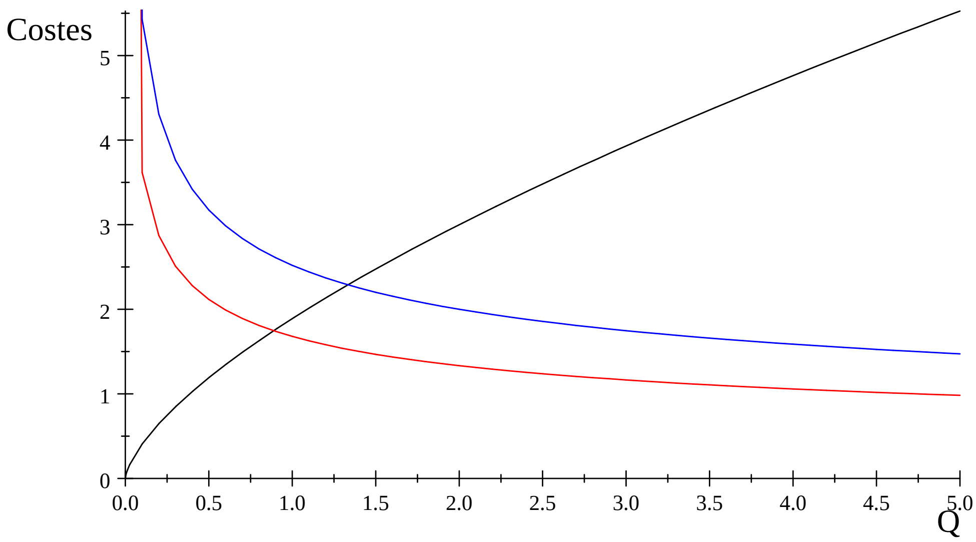
$$\begin{aligned} RMST(L, K) &= \frac{w}{r} \\ F(L, K) &= Q. \end{aligned}$$

Calculamos la $RMST$ y sustituimos para obtener el sistema:

$$\begin{aligned} \frac{K}{2L} &= 1 \\ K\sqrt{L} &= Q. \end{aligned}$$

Resolviendo este sistema obtenemos $L(Q) = \left(\frac{Q}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ y $K(Q) = 2\left(\frac{Q}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$.

Las funciones de costes son $C(Q) = 3\left(\frac{Q}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$, $CM_a(Q) = \left(\frac{Q}{2}\right)^{-\frac{1}{3}}$, $CM_e(Q) = \frac{3}{2}\left(\frac{Q}{2}\right)^{-\frac{1}{3}}$.



Funciones de costes totales (negro), marginales (rojo) y medios (azul).

La función de oferta no está definida porque la empresa tiene rendimientos a escala crecientes.

(b) (10 puntos) Calcule el equilibrio de mercado a corto plazo sabiendo que hay 10 empresas en la industria cada una de las cuales tiene un capital $\bar{K}_i = 2$ unidades, y la demanda de mercado es $\bar{D}(p) = \frac{2000}{p}$.

La función de producción a corto plazo es $f(L_i) = \bar{K}_i\sqrt{L_i} = 2\sqrt{L_i}$. La demanda de empleo a corto plazo se obtiene resolviendo el problema:

$$\max_{L\geq 0} pf(L_i) - wL_i = \max_{L\geq 0} p\left(2\sqrt{L_i}\right) - L_i.$$

Es decir, $\bar{L}_i(p) = p^2$. La oferta de la empresa a corto plazo es $\bar{S}_i(p) = 2\sqrt{\bar{L}_i(p)} = 2p$. La oferta de mercado es $\bar{S}(p) = \sum_{i=1}^{10} \bar{S}_i(p) = 20p$.

Obtenemos el precio de equilibrio a corto plazo resolviendo la ecuación:

$$\bar{D}(p) = \bar{S}(p);$$

es decir,

$$\frac{2000}{p} = 20p.$$

Por tanto, el precio de equilibrio es $\bar{p}^* = 10$, la cantidad total producida es $\bar{q}^* = 200$ y la produción de cada empresa es $\bar{q}_i = \bar{S}_i(10) = 20$.

3. Una empresa produce un bien con costes totales $C(Q) = \frac{Q^2}{2} + 1$. La empresa monopoliza el mercado del bien en dos países cuyas demandas son $D_1(P) = \max\{20 - P, 0\}$ y $D_2(P) = \max\{60 - 2P, 0\}$, respectivamente.

(a) (10 puntos) Calcule el equilibrio de monopolio bajo discriminación de precios de tercer grado.

El monopolista decide cuanto producir resolviendo el problema:

$$\max_{0 \leq Q_1 \leq 20, 0 \leq Q_2 \leq 60} I_1(Q_1) + I_2(Q_2) - C(Q_1 + Q_1),$$

con

$$I_1(Q_1) = (20 - Q_1)\, Q_1,$$
$$I_2(Q_2) = \left(30 - \frac{Q_2}{2}\right) Q_2$$

y

$$C(Q_1 + Q_1) = \left(\frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2} + 1\right).$$

La solución a este problema satisface el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_1'(Q_1) &= C'(Q_1 + Q_1) \\ I_2'(Q_2) &= C'(Q_1 + Q_1); \end{aligned}$$

es decir,

$$\begin{aligned} 20 - 2Q_1 &= Q_1 + Q_2 \\ 30 - Q_2 &= Q_1 + Q_2. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos $Q_1^* = 2, Q_2^* = 14$. Los precios de equilibrio son $P_1^* = 18$ y $P_2^* = 23$.

Observe que en equilibrio $I_1'(Q_1) = I_2'(Q_2) = C'(Q_1 + Q_1)$.

(b) (10 puntos) Suponga ahora que el monopolista no puede discriminar en precios entre los dos países. ¿Cuál sería el precio de mercado y cuánto vendería en cada país? ¿Qué consumidores ganan y/o pierden respecto a la situación en (a)?

Sin discriminación de precios el monopolista enfrente la demanda

$$D(P) = \begin{cases} 80 - 3P & \text{si } P \leq 20 \\ 60 - 2P & \text{si } 20 < P \leq 30 \\ 0 & \text{si } P > 30. \end{cases}$$

La funcion inversa de demanda es, por tanto,

$$P(Q) = \begin{cases} \frac{1}{2}(60 - Q) & \text{si } Q \leq 20 \\ \frac{1}{3}(80 - Q) & \text{si } 20 < Q \leq 80 \\ 0 & \text{si } Q > 80. \end{cases}$$

El problema monopolista es ahora

$$\max_{Q \geq 0} I(Q) - C(Q)$$

con $I(Q) = P(Q)Q$. Obtenemos la solución a este problema resolviendo la ecuación

$$I'(Q) = C'(Q).$$

Puesto que valores $Q > 80$ producen pérdidas, la solución implica producir $Q \leq 80$. Si la solución $Q \in (20, 80]$, entonces debe satisfacer la ecuación

$$\frac{1}{3}(80 - 2Q) = Q.$$

Resolviendo obtenemos $Q = 16 < 20$, lo que supone una contradicción e implica que no hay una solución es este intervalo. Si la solución $Q \in [0, 20]$, entonces debe satisfacer la ecuación

$$30 - Q = Q.$$

Resolviendo obtenemos $\hat{Q} = 15 < 20$. Por tanto, esta es la solución. El precio de equilibrio es $\hat{P} = P(\hat{Q}) = \frac{1}{2}(60 - 15) = 22,5$.

Por consiguiente, sin discriminación de precios el monopolista sólo vende en el País 2. Respecto a la situación en (a), esto perjudica a los consumidores del País 1, aunque beneficia a los del País 2.

(c) (10 puntos) Suponga ahora que el País 2 establece un precio máximo de 20 euros por unidad. ¿Cómo se vería alterado el equilibrio en (a)? ¿Qué consumidores ganan y/o pierden?

Con un precio máximo de 20 euros en el País 2 el ingreso del monopolio en este mercado es

$$\bar{I}_2(Q_2) = \begin{cases} 20 & \text{si } Q_2 \leq 20 \\ 30 - \frac{Q_2}{2} & \text{si } Q_2 > 20. \end{cases}$$

Por tanto, para $Q_1 > 0$ y $Q_2 \leq 20$, tenemos

$$I_1'(Q_1) = 20 - 2Q_1 < 20 = I_2'(Q_2).$$

Si el monopolista produce sólo para el País 2, $Q_1 = 0$ y $Q_2 \leq 20$, tenemos

$$20 = \bar{I}_2'(Q_2) \geq CM_a\,(0 + Q_2) = Q_2.$$

Para $\bar{Q}_2 = 20$, $\bar{Q}_1 = 0$, tenemos $\bar{I}_1'(\bar{Q}_1) = I_2'(\bar{Q}_2) = \bar{Q}_2$. Luego esta es la solución al problema del monopolista. Así, como el precio máximo $\bar{P}_2 = 20$, el monopolista sólo vende en el País 2. El precio en el País 1 se ajusta para que la demanda en este mercado sea igual a la producción del monopolio, $\bar{Q}_1 = 0$. Por tanto, $\bar{P}_1 = 20$.

Respecto al equilibrio en (a), los consumidores del País 2 resultan beneficiados: el precio de equilibrio en menor y la cantidad comerciada mayor. Los consumidores del País 1 empeoran: el precio en su mercado es mayor y la cantidad comerciada menor.

4. Un individuo cuyas preferencias sobre ocio (h, medido en horas) y consumo (c, medido en euros – es decir, $p_C = 1$) están representadas por la función de utilidad $u(h, c) = hc^2$, dispone de 16 horas tiene una renta inicial de M euros.

(a) (10 puntos) Describa la restricción presupuestaria del individuo, represente su conjunto presupuestario en el diagrama adjunto y calcule su oferta de trabajo en función del salario, w euros/hora, y de su renta no salarial, M euros.

Restricción presupuestaria: $wh + c \leq 16w + M$

Problema del consumidor:

$$\max_{0 \leq h \leq 16,\ c \geq 0} hc^2$$
$$s.a.\ wh + c \leq 16w + M$$

Solución interior ($0 < h < 16, c > 0$):

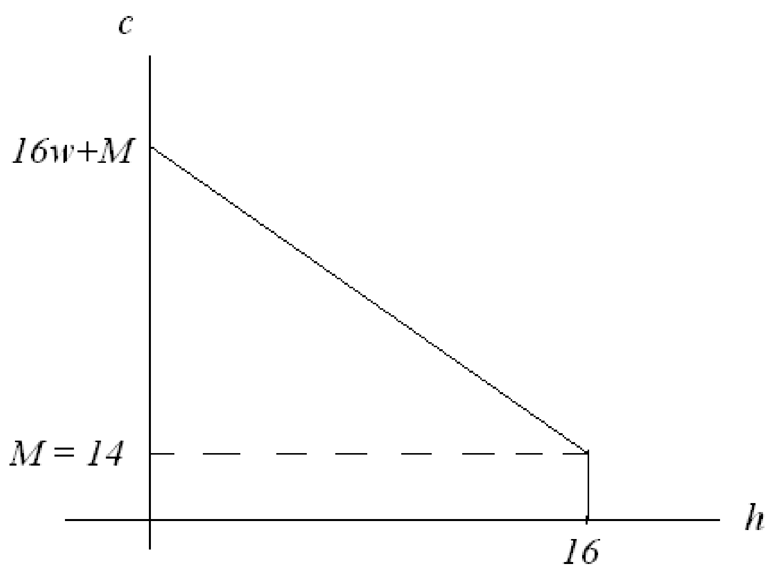
$$\begin{aligned} \frac{c}{2h} &= w \\ wh + c &= 16w + M \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, y teniendo en cuenta que $h \leq 16$, obtenemos

$$h(w) = \min\{\frac{1}{3w}(16w + M), 16\}.$$

La oferta de trabajo es, por tanto,

$$l(w) = 16 - h(w) = \max\{\frac{1}{3}(32 - \frac{M}{w}), 0\}.$$



(b) (5 puntos) Suponga que $w = 1$ y $M = 14$, y que para incentivar el ocio el gobierno introduce un impuesto de I euros − este impuesto es independiente de la renta del consumidor. Describa la nueva restricción presupuestaria del consumidor y represente su conjunto presupuestario en el diagrama adjunto. ¿Para qué valor de I trabajaría el consumidor exactamente 8 horas?

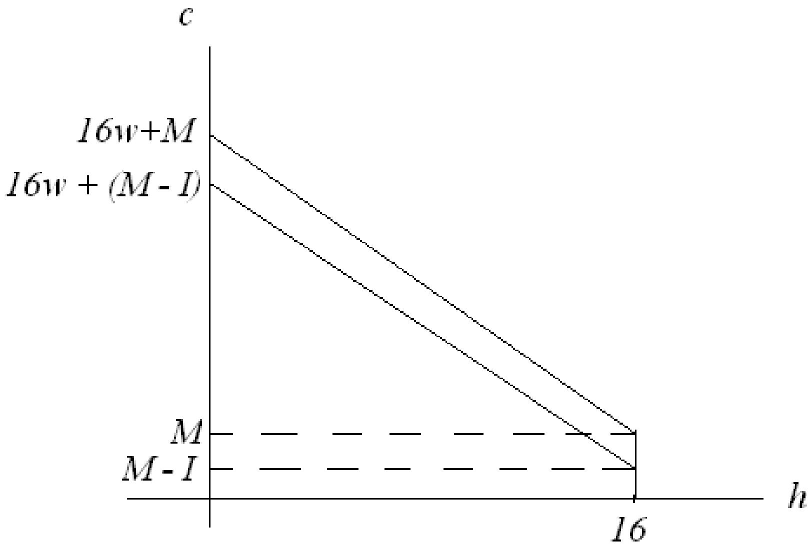
La restriccion presupuestaria es ahora,

$$h + c \leq (M - I) + 16w = 30 - I.$$

La oferta de trabajo

$$l(I) = 16 - \frac{1}{3}(30 - I) = 6 + \frac{I}{3}.$$

Por tanto, $l(I) = 8$ para $I = 6$



.

(c) (5 puntos) Suponga que el gobierno elimina el impuesto I e introduce un subsidio de s euros por hora trabajada. ¿Pare qué valor de s el consumidor trabajaría exactamente 8 horas?

La restriccion presupuestaria es ahora

$$h(1 + s) + c \leq 16(1 + s) + 14 = 30 + 16s.$$

La oferta de trabajo

$$l(s) = 16 - \frac{(16(1 + s) + 14)}{3(1 + s)} = 8.$$

Por tanto, $l(s) = 8$ para $s = 3/4 = 0.75$ euros.

5. (5 puntos) Los costes medios de una empresa competitiva a largo plazo son $CMe(q) = 1/q + q$. ¿Cuál será el precio de equilibrio a largo plazo en un mercado competitivo donde todas las empresas tienen esta estructura de costes y pueden entrar y salir libremente del mercado? ¿Cómo afectaría al precio de equilibrio el establecimiento de un subsidio $0 < s < 2$ por unidad producida? Ilustre gráficamente el efecto del subsidio sobre el precio, la cantidad intercambiada y los excedentes consumidores y productores.

En el equilibrio a largo plazo el precio coincide con el coste medio mínimo:

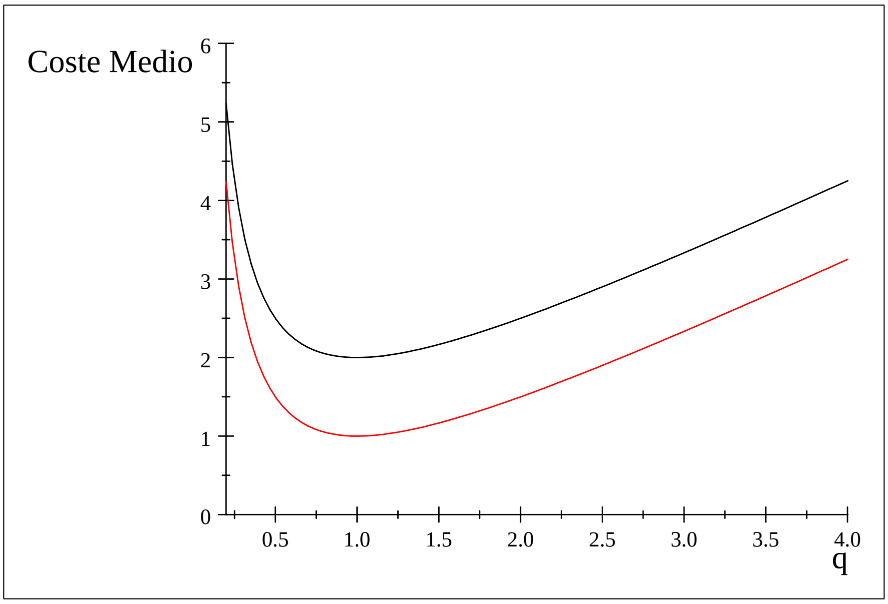
$$\min_{q \geq 0} CMe(q) = \min_{q \geq 0} 1/q + q.$$

Es decir

$$-\frac{1}{q^2} + 1 = 0.$$

Por consiguiente, cada empresa produce $q^* = 1$, a un coste medio $CMe(q^*) = 2$.

Con una subvención por unidad de s euros, el coste medio se reduce en exactamente s y, por tanto, en competencia a largo plazo también se reduce el precio en esta cantidad. La cantidad de equilibrio no cambia, el excedente del productor tampoco (sigue siendo cero) y el excedente del consumidor aumenta.



6. (5 puntos) Un individuo consume dos bienes, x e y, cuyos precios son p_x y p_y. Sus preferencias son tales que la demanda de x no depende de su renta I. Si diminuye p_x, ¿qué puede decir sobre el efecto total, el efecto sustitución y efecto renta sobre la demanda de x? Justifique gráficamente su respuesta.

Puesto que la demanda de x no depende de la renta, el efecto renta es zero. El efecto sustitución es igual al efecto total e implica un aumento de la demanda aumenta (puesto que el el precio baja).