A.1	A.2	A.3	A.4	B

Universidad Carlos III de Madrid — Septiembre de 2005

Microeconomía II

Nombre: Grupo:

Dispone de DOS HORAS Y MEDIA. La puntuación de cada apartado, sobre un total de 100 puntos, se indica entre paréntesis. Administre su tiempo teniendo en cuenta esta puntuación.

A. Ejercicios

1. Las preferencias de un consumidor sobre los bienes x e y están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = x^{1/2} + y^{1/2}$. Los precios de los bienes son $p_x = 1$ y $p_y = 1$.

(a) (10 puntos) Derive la fórmula general de las demandas de x e y en función de los precios p_x y p_y y la renta I y calcule la cesta de consumo óptima si la renta es $I = 10$.

Como $RMS(x,y) = y/x$, las condiciones de primer orden para una solución interior son:

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y &= I. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$\begin{aligned} x(p_x, p_y, I) &= \frac{I p_y}{p_x \left(p_x + p_y\right)} \\ y(p_x, p_y, I) &= \frac{I p_x}{p_y \left(p_x + p_y\right)}. \end{aligned}$$

Por tanto, $x(1,1,10) = 5 = y(1,1,10)$.

(b) (10 puntos) Suponga que el Estado impone un impuesto sobre el bien y y como resultado del mismo p_y aumenta a 2 euros manteniéndose p_x e I constantes. Calcule la cesta óptima después del impuesto. Calcule los efectos renta y sustitución sobre la demanda del bien y del aumento en p_y.

Utilizando las funciones de demanda calculadas en el apartado (a) obtenemos:

$$\begin{aligned} x(1,2,10) &= \frac{20}{3} \\ y(1,2,10) &= \frac{10}{6}. \end{aligned}$$

Por tanto, el efecto total total sobre la demanda de y es

$$ET = y(1,2,10) - y(1,1,10) = -\frac{20}{6} = -3,3.$$

Para calcular el efecto sustitución resolvemos el sistema:

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \frac{1}{2} \\ (x)^{\frac{1}{2}} + (y)^{\frac{1}{2}} &= (5)^{\frac{1}{2}} + (5)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos

$$\begin{aligned} y_s &= \frac{20}{9} \\ x_s &= 8,88. \end{aligned}$$

El efecto sustitución sobre la demanda de y es

$$ES = y_s - y(1, 1, 10) = -2,8.$$

El efecto renta es

$$ER = ET - ES = -0,53.$$

2. Considere el caso de dos hermanos, Higinio y Jacobo. Las preferencias de los hermanos sobre ocio (h) y consumo (c) pueden representarse por las funciones de utilidad $U_H(h, c) = 2h + 2\ln c$ y $U_J = h + 2\ln c$, respectivamente. Ambos hermanos tienen una unidad de tiempo que pueden dedicar al trabaja y/o al ocio. El precio del consumo es $p = 1$ y el salario del trabajo se denota como w.

(a) (10 puntos) Suponga que tanto Higinio como Jacobo reciben una renta no salarial $M_H = 4$, $M_J = 4$ de sus padres. Determine la oferta de trabajo de ambos en función del salario w.

Calculamos las relaciones marginales de sustitución: $RMS_H(h, c) = c$ y $RMS_J(h, c) = c/2$.

La solución al problema de Higinio resuelve el sistema:

$$\begin{aligned} c &= w \\ wh + c &= 4 + w. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema, calculando $l(w) = 1 - h(w)$, y teniendo en cuenta que $h(w) \leq 1$, obtenemos

$$l_H(w) = \begin{cases} 0 & \text{si } w < 4 \\ 1 - 4/w & \text{si } w \geq 4. \end{cases}$$

Repitiendo estos cálculos para Jacobo obtenemos

$$l_J(w) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq w < 2 \\ 2 - 4/w & \text{si } 2 \leq w < 4 \\ 1 & \text{si } w \geq 4. \end{cases}$$

(b) (10 puntos) Determine la oferta agregada de trabajo de ambos hermanos en el supuesto de que sus padres les den las rentas no salariales del ejercicio anterior.

$$l_H(w) + l_J(w) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq w < 2 \\ 2 - 4/w & \text{si } w \geq 2. \end{cases}$$

3. El mercado del bien X es abastecido por 10 empresas precio aceptantes que producen con tecnología dada por la siguiente función de producción: $X_i = F(L_i) = 9L^{1/2}$. Si el precio del bien es $P = 2$:

(a) (10 puntos) Obtenga la curva de demanda del trabajo de cada una de las empresas y la de mercado en función del salario-hora w.

El problema de la empresa i es

$$\max_{L_i \geq 0} pF(L_i) - wL_i.$$

La solución resuelve la ecuación:

$$9L_i^{-1/2} - w = 0.$$

Por consiguiente las función de demanda de empleo de cada empresa es

$$L_i(w) = \left(\frac{9}{w}\right)^2 = \frac{81}{w^2}.$$

y la demanda agregada de trabajo es

$$L^D = \sum_{10} L_i = \frac{810}{w^2}.$$

(b) (10 puntos) Sabiendo que la oferta agregada de trabajo es $L^S(w) = 30w$, calcule el salario, el nivel de empleo y el excedente de los trabajadores en el equilibrio competitivo. Represente los resultados.

El salario de equilibrio en el mercado resuelve la ecuación

$$L^S = L^D;$$

es decir,

$$30w = \frac{810}{w^2}.$$

Resolviendo obtenemos $w^* = 3$ y $L^* = 90$

El excedente de los trabajadores es el área del triángulo rectángulo de base igual a $L^* = L^S(w^*) = 90$ y altura $w^* = 3$, cuyo valor es

$$\frac{1}{2}\,(3 \text{ euros/hora})\,(90 \text{ horas}) = 135 \text{ euros}.$$

4. Un monopolista se enfrenta a dos mercados cuyas curvas de demanda son

$$\begin{aligned} Q_1 &= \max\{10 - p_1, 0\} \\ Q_2 &= \max\{10 - 2p_2, 0\} \end{aligned}$$

El monopolista produce en una sola planta en la que tiene un coste marginal constante de 4 euros y un coste fijo de 5 euros, siendo la función de costes totales

$$C(Q) = 5 + 4Q$$

donde $Q = Q_1 + Q_2$ es la cantidad total vendida.

(a) (10 puntos) Calcule la cantidad y el precio en cada mercado y los beneficios totales del monopolista cuando el monopolista puede practicar la discriminación de precios.

El problema del monopolista es

$$\max_{0\leq Q_1\leq 10, 0\leq Q_2\leq 5} I_1(Q_1) + I_2(Q_2)(5 - \frac{Q_2}{2}) - C(Q_1 + Q_2),$$

con $I_1(Q_1) = Q_1\,(10 - Q_1)\,,\ I_2(Q_2) = Q_2(5 - \frac{Q_2}{2})$ y $C(Q_1 + Q_2) = 5 + 4(Q_1 + Q_2)$. La solución a este problema resuelve el sistema

$$\begin{aligned} I_1'(Q_1) - \frac{\partial C(Q_1 + Q_2)}{\partial Q_1} &= 0 \\ I_2'(Q_2) - \frac{\partial C(Q_1 + Q_2)}{\partial Q_2} &= 0 \end{aligned}$$

Es decir,

$$\begin{aligned} 10 - 2Q_1 - 4 &= 0 \\ 5 - Q_2 - 4 &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo obtenemos $Q_1 = 3$, $Q_2 = 1$; los precios de equilibrio son, por tanto, $P_1 = 7$ y $P_2 = 4,5$, y el beneficio del monopolista $\Pi = 4,5$.

(b) (10 puntos) Suponga que el Estado prohíbe la discriminación de precios. ¿Cuál sería el precio de monopolio, la cantidad en cada mercado y los beneficios totales del monopolista?

La demanda agregada (la suma de la demanda en ambos mercados) es:

$$D(P) = \begin{cases} 20 - 3P & \text{si } 0 \leq P < 5 \\ 10 - P & \text{si } 5 \leq P < 10 \\ 0 & \text{si } P \geq 10. \end{cases}$$

y su inversa es

$$P(Q) = \begin{cases} 10 - Q & \text{si } 0 \leq Q < 5 \\ \frac{20-Q}{3} & \text{si } 5 \leq Q < 20 \\ 0 & Q \geq 20. \end{cases}$$

Por tanto, el problema del monopolista es

$$\max_{Q\geq 0} I(Q) - C(Q),$$

con $I(Q) = P(Q)Q$ y $C(Q) = 5 + 4Q$. Claramente la solución satisface $Q \leq 20$. Si $Q > 5$ la condición ingreso marginal igual a coste marginal es

$$\frac{20 - 2Q}{3} = 4.$$

Por tanto $Q = 4 < 5$; es decir esta no es la solución. Si $Q \leq 5$, la condición ingreso marginal igual a coste marginal es

$$10 - 2Q = 4.$$

Por tanto $Q = 3$. Por tanto, la solución es $Q^* = 3$ y $P^* = 7$. Por consiguiente al precio de equilibrio de monopolio la demanda en el mercado 2 es cero; el monopolista únicamente vende el bien en el mercado 1 y obtiene unos beneficios de $P^*Q^* - C(Q^*) = 21 - (5 + 12) = 4$.

1. **B. Preguntas Cortas**

(a) (10 puntos) Seguro que recuerda a Higinio y Jacobo. Son los dos buenos chicos del ejercicio 2. Con independencia de si ha resuelto el ejercicio 2 o no, argumente gráficamente la respuesta a la siguiente pregunta basándose en la situación del ejercicio 2 y su apartado 2.a. ¿Como pueden conseguir los padres que Higinio y Jacobo tengan el mismo salario de reserva? (El salario de reserva es el salario mínimo al que un individuo está dispuesto a trabajar.)

$- - - - - - - - - - - - - - - -$

El salario de reserva de Higinio es M_H, El de Jacobo $M_J/2$. Para hacerlos iguales necesitamos $M_J = 2M_H$.

(b) (10 puntos) Un consumidor tienen una preferencias descritas por la función de utilidad $U = (xy^2)^{1/3}$. Indique si el bien x es normal, inferior, neutral o normal o inferior para algún tramo de renta y argumente su respuesta.

El problema del consumidor es

$$\max_{x,y}(xy^2)^{1/3}$$
$$\text{s.a. } p_x x + p_y y \leq I$$
$$x \geq 0, \; y \geq 0.$$

Resolviendo el problema obtenemos las funciones de demanda

$$\begin{aligned} x &= \frac{I}{3p_x} \\ y &= \frac{2I}{3p_x}. \end{aligned}$$

Por consiguiente

$$\frac{\partial x}{\partial I} = \frac{1}{3p_x} > 0;$$

es decir, x es un bien normal (su curva de Engel tiene pendiente positiva).

.