Universidad Carlos III de Madrid Febrero de 2007

Microeconomía II

Nombre: Grupo:

1	2	3	4	5	6	Calif.

Dispone de 2 horas y 45 minutos. La puntuación de cada apartado, sobre un total de 100 puntos, se indica entre paréntesis. Administre su tiempo teniendo en cuenta esta puntuación.

1. Las preferencias de un consumidor sobre los bienes x e y están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = y + \ln x$.

(a) (10 puntos) Determine sus funciones de demanda ordinarias, $x(p_x, p_y, I)$ e $y(p_x, p_y, I)$.

Solución. Tenemos:

$RMS(x,y) = \frac{1}{x}$.

Solución interior:

(1) $\frac{1}{x} = \frac{p_x}{p_y}$

(2) $p_x x + p_y y = I$

Como $p_y/p_x \geq 0$ para $p_x, p_y > 0$, *para que haya una solución interior necesitamos que*

$$\frac{1}{p_y}\left(I - p_x\left(\frac{p_y}{p_x}\right)\right) > 0;$$

es decir $p_y < I$. *Si* $p_y \geq I$, *entonces la solución es de esquina; concretamente* $x = I/p_x$ *e* $y = 0$. *Por tanto las funciones de demanda son:*

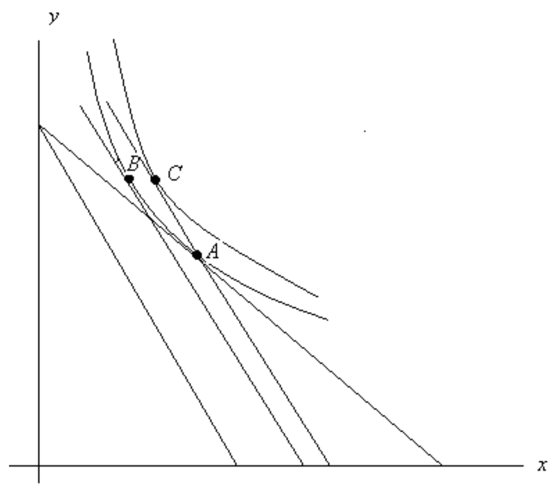
$$x(p_x, p_y, I) = \begin{cases} \frac{p_y}{p_x} & \text{si } p_y < I \\ \frac{I}{p_x} & \text{si } p_y \geq I \end{cases}$$

$$y(p_x, p_y, I) = \begin{cases} \frac{1}{p_y}(I - p_y) & \text{si } p_y < I \\ 0 & \text{si } p_y \geq I. \end{cases}$$

(b) (10 puntos) Inicialmente la renta del consumidor $I = 10$ y los precios de los bienes son $p_x = 1$, $p_y = 1$. Calcule la cesta de bienes óptima, (x^*, y^*). Ahora suponga que debido a un desastre medioambiental el precio del bien x se duplica. Para paliar el efecto de este desastre el gobierno decide compensar al consumidor con una subvención que le permita mantener su bienestar. Calcule el importe de esta subvención. ¿Cómo influiría sobre el bienestar del consumidor que el gobierno, que ignora las preferencias del consumidor, calculase el importe de la subvención de forma que éste pudiera adquirir la cesta de bienes (x^*, y^*) a los nuevos precios? Ilustre sus respuestas mediante un diagrama. (Observe que $\ln 1 = 0$, $\ln \frac{1}{2} = \ln 1 - \ln 2 = 0 - \ln 2$, y $1 > \ln 2 \simeq 0.69315$.)

Solución. La cesta de bienes óptima para $(p_x, p_y, I) = (1, 1, 10)$ *es* $(x^*, y^*) = (1, 9)$. *La utilidad del individuo para esta cesta de bienes es* $u(1, 9) = 9 + \ln 1 = 9$. *A los nuevos precios,* $(p'_x, p_y) = (2, 1)$, *la cesta más barata que proporciona una utilidad* $u = 9$ *es la solución al sistema de ecuaciones:*

$$(1)\ \frac{1}{x} = \frac{2}{1}$$
$$(2)\ y + \ln x = 9.$$



Es decir,

$$x = \frac{1}{2};\ y = 9 - \ln \frac{1}{2} = 9 - \ln 1 + \ln 2 = 9 + \ln 2 \simeq 9.69315.$$

El coste de esta cesta es

$$2\frac{1}{2} + 1\,(9 + \ln 2) = 10 + \ln 2 \simeq 10.69315.$$

Por tanto, la subvención necesaria para mantener el nivel de bienestar inicial es

$$S = 10 - (10 + \ln 2) = \ln 2 \simeq 0.69315$$

euros. Si el gobierno calculase esta subvención de forma que el consumidor pudiera adquirir la cesa $(x^*, y^*) = (1, 9)$ *a los nuevos precios* $(p'_x, p_y) = (2, 1)$, *el importe de esta subvención,* S', *sería*

$$S' = p'_x(1) + p_y(9) - 10 = 2 + 9 - 10 = 1 > \ln 2 = S.$$

Puesto que $S' > S$, *el bienestar del individuo sería mayor con este método para el cálculo de la subvención.*

2. En un mercado competitivo hay dos tipos de empresas precio-aceptantes cuyas funciones de coste a corto plazo son, respectivamente, $C_1(Q) = Q^2 + 25$ y $C_2(Q) = 4Q^2 + 4Q + 16$ (interprete la constante en estas funciones como un coste fijo). En la actualidad hay 20 empresas del tipo 1 y 80 del tipo 2.

(a) (10 puntos) Calcule la función de oferta de las empresas de tipo 1 y 2, y también la función de oferta de la industria. En el gráfico adjunto represente a función de oferta de la industria especificando los precios a partir de los cuales comienzan a ofrecer las empresas de cada tipo. La demanda de mercado es $D(p) = \max\{860 - 10p, 0\}$.

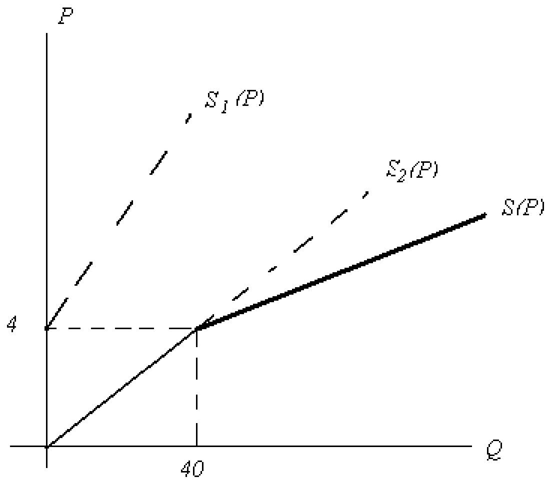
Solución. Para el tipo de empresa 1, la función de costes marginales es $CMa_1(Q) = 2Q$, y la de costes medios variables $CMeV_1(Q) = Q$. Como $CMa_1(Q) = 2Q > CMeV_1(Q) = Q$, la oferta de una empresa de este tipo es:

$$S_1(p) = \frac{p}{2}.$$

Para el tipo de empresa 2, tenemos $CMa_2(Q) = 8Q + 4 > CMe_2V(Q) = 4Q + 4$. Por tanto:

$$S_2(p) = \begin{cases} 0 \text{ si } p < 4 \\ \frac{p-4}{8} \text{ si } p \geq 4 \end{cases}$$

La función de oferta de la industria es



$$S(p) = 20S_1(p) + 80S_2(p) = \begin{cases} 10p & \text{si } p < 4 \\ 20p - 40 & \text{si } p \geq 4. \end{cases}$$

(b) (5 puntos) Calcule el equilibrio competitivo.

Solución. Supongamos que el equilibrio es para $p \geq 4$ y después verificamos que es así. En ese caso

$$860 - 10p = 20p - 40.$$

Por tanto

$$p^* = 30 > 4, \text{ y } Q^* = 560.$$

(c) (5 puntos) El gobierno decide introducir un impuesto sobre la venta del bien de 3 euros por unidad. Calcule el nuevo equilibrio.

Solución. Establecemos la convención de que p es el precio final que paga el consumidor, de manera que el productor recibe $p-3$ euros por unidad. Supongamos que el equilibrio es para $p \geq 7$ (el nuevo precio límite por debajo del cual no ofrecen las empresas de tipo 2) y después verificamos que es así. En ese caso

$$860 - 10p = 20\,(p-3) - 40.$$

Por tanto,

$$p^* = 32 > 7, \text{ y } Q^* = 540.$$

(d) (5 puntos) Suponga que las funciones de costes descritas son las de largo plazo, y que las dos tecnologías disponibles, las de las empresas de tipo 1 y 2, pueden adoptarse libremente. Si hay libertad de entrada, ¿qué empresas y tecnologías sobrevivirán en el largo plazo? ¿Cuál será el precio de equilibrio, la cantidad y el número de empresas?

Solución. A largo plazo solamente las empresas de tipo 1 sobreviven pues su coste medio mínimo, $CMe_1(5) = 10$ *(* $CMe_1(Q) = Q + 25/Q$ *alcanza el mínimo en* $Q_1 = 5$*), es menor que el coste medio mínimo de las empresas de tipo 2,* $CMe_2(2) = 20$ *(*$CMe_2(Q) = 4Q + 4 + 16/Q$ *alcanza el mínimo en* $Q_2 = 2$*). Por consiguiente el precio de equilibrio es*

$$p^* = 10.$$

A ese precio cada empresa (de tipo 1) ofrece

$$q^* = 10/2 = 5.$$

y la cantidad demandada es

$$D(p^*) = Q^* = 760.$$

Por tanto, en el equilibrio a largo plazo el número de empresas (del tipo 1) es

$$n^* = \frac{760}{5} = 152.$$

3. Un mercado está monopolizado por una empresa que produce el bien utilizando trabajo como único factor. La empresa actúa como precio-aceptante en el mercado de trabajo y su función de producción es $Q = f(L) = \sqrt{L}$, donde L es el número de trabajadores que emplea la empresa. La demanda del bien es $D(P) = \max\{120 - P, 0\}$ y el salario actual es $w = 1$. (Precios y salarios están expresados en euros.)

(a) (10 puntos) Calcule las funciones de costes totales, medios y marginales de la empresa y el precio y la cantidad de equilibrio de monopolio. ¿Cuál es la pérdida de excedente respecto a equilibrio de mercado que se obtendría si la empresa se comportase como precio-aceptante?

Solución.

Función de costes totales:

$$Q = \sqrt{L} \Rightarrow L(w, Q) = Q^2$$

Por tanto,

$$C(w, Q) = wQ^2$$

y

$$C(1, Q) = C(Q) = Q^2.$$

Las funciones de costes marginales y medios son, respectivamente,

$$CMa(Q) = 2Q$$

y

$$CMe(Q) = Q.$$

Equilibrio de Monopolio: Resolviendo la ecuación

$$IMa(Q) = CMa(Q),$$

es decir,

$$120 - 2Q = 2Q,$$

obtenemos $Q^M = 30$ *y* $P^M = 120 - 30 = 90$. *El beneficio del monopolio es*

$$\Pi^M = 90\,(30) - (30)^2 = 1800.$$

Si la empresa actuara como precio-aceptante produciría de acuerdo con la ecuación $P = CMa(Q)$. *Es decir, su función de oferta sería* $S(P) = P/2$. *El precio de equilibrio de mercado sería la solución de la ecuación*

$$120 - P = P/2;$$

es decir, $P^C = 80$; *la cantidad de equilibrio sería* $Q^C = 120 - 80 = 40$. *Por tanto, la pérdida de excedente que genera el monopolio es*

$$\frac{1}{2}\,(90 - 80)\,10 + \frac{1}{2}\,(80 - 60)\,10 = \frac{1}{2}\,(30)\,10 = 150.$$

(b) (5 puntos) La empresa podría adoptar una nueva tecnología que requiere una inversión de T euros y que le permitiría producir el bien de acuerdo con la función de producción $Q = g(L) = 2\sqrt{L}$. ¿Para qué valores de T adoptaría la empresa la nueva tecnología?

Solución: Con la nueva tecnología la función de costes sería $\tilde{C}(Q) = \frac{Q^2}{4}$. *La función de costes marginales sería* $\widetilde{CMa} = \frac{Q}{2}$, *y el equilibrio de monopolio sería*

$$120 - 2Q = \frac{Q}{2};$$

es decir, $\tilde{Q}^M = 48$ *y* $\tilde{P}^M = 120 - 48 = 72$. *El beneficio del monopolio es*

$$\tilde{\Pi}^M = 72\,(48) - \frac{(48)^2}{4} = 2880.$$

Por consiguiente, el monopolio adoptaría la nueva tecnología si

$$\tilde{\Pi}^M - T \geq \Pi^M;$$

es decir, si

$$T \leq \tilde{\Pi}^M - \Pi^M = 2880 - 1800 = 1080.$$

(c) (5 puntos) Suponga que el monopolio descrito corresponde al mercado de un país cuya magnitud es muy reducida respecto al mercado internacional, un mercado muy competitivo en el que el precio del bien es 50 euros. Si el gobierno del país abriese el mercado al comercio internacional, ¿adoptaría la empresa la nueva tecnología si $T = 1500$?

Solución: Puesto que el mercado internacional es competitivo, la oferta de la empresa con la tecnología actual es $P = CMa(Q)$. *(Observe que* $CMa(Q) = 2Q > Q = CMe(Q)$*). Es decir* $S(P) = \frac{P}{2}$. *Por tanto,* $S(50) = 25$ *y el beneficio de la empresa es*

$$\Pi = 50\,(25) - (25)^2 = 625.$$

Si adoptase la nueva tecnología su oferta sería $\tilde{S}(P) = 2P$; *Por tanto,* $\tilde{S}(50) = 100$ *y beneficio sería*

$$\tilde{\Pi} = 50\,(100) - \frac{(100)^2}{4} = 2500.$$

Puesto que

$$\tilde{\Pi} - T = 2500 - 1500 = 1000 > \Pi,$$

la empresa adoptaría la nueva tecnología. (Sin embargo, no adoptaría la nueva tecnología si el país no abre su mercado al comercio internacional y la empresa mantiene el monopolio del mercado interior.)

4. Un individuo tiene preferencias entre horas de ocio y consumo diarios que pueden representarse según una función $u(h, c) = c + 8\sqrt{h}$. Su única fuente de renta es su trabajo. El precio de una unidad de consumo es igual a 1 euro y el salario w viene expresado en euros/hora. La regulación laboral impone un máximo legal de 8 horas de trabajo diario de las 24 horas disponibles.

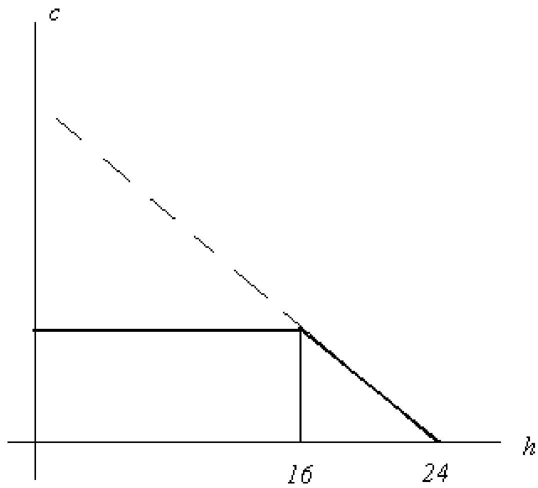
(a) (10 puntos) Describa la restricción presupuestaria del individuo, represente su conjunto presupuestario en el diagrama adjunto y calcule su oferta de trabajo $l(w)$. Especifique para qué valores de w dejaría de trabajar y para qué valores de w trabajaría el máximo legal.

Solución. Restricción Presupuestaria:

$$c \leq w\,(24 - h)\,,\ 16 \leq h \leq 24,\ c \geq 0.$$

(Para que el número de horas de trabajo sea no superior a 8, h debe satisfacer $24 - h \leq 8$; *es decir,* $h \geq 16$.*) El conjunto presupuestario se representa en el diagrama adjunto.*

Solución interior: Tenemos



$$RMS(h, c) = \frac{4}{\sqrt{h}}.$$

Una solución interior satisface el sistema

(1) $\frac{4}{\sqrt{h}} = w$

(2) $c = w\,(24 - h)$

y además $16 < h < 24$. *Por tanto, para que la solución sea interior necesitamos que*

$$16 < \frac{16}{w^2} < 24 \Leftrightarrow 1 > w > \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Por consiguiente la función de demanda de ocio es

$$h\,(w) = \begin{cases} 24 & \text{si } w \leq \sqrt{\frac{2}{3}} \\ \frac{16}{w^2} & \text{si } \sqrt{\frac{2}{3}} < w < 1. \\ 16 & w \geq 1. \end{cases}$$

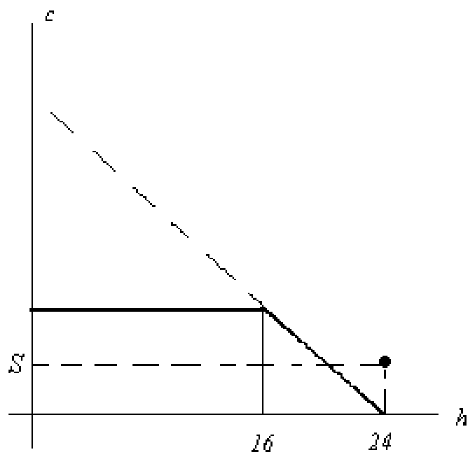
Y la oferta de trabajo es $l(w) = 24 - h(w)$.

(b) (5 puntos) Suponga que $w = 2$ y que existe un subsidio de S euros para quienes no trabajan. Describa la nueva restricción presupuestaria del consumidor y represente su conjunto presupuestario en el diagrama adjunto. ¿Cuál es valor mínimo de S para el que el individuo dejaría de trabajar?

Solución. Restricción Presupuestaria:

$$c \leq w\,(24 - h)\,,\ 16 \leq h < 24,\ c \geq 0;$$

además la cesta $(h, c) = (24, S)$ *es también factible. El conjunto presupuestario se representa en el diagrama adjunto.*



Dada la restricción legal sobre el número de horas de trabajo, la cesta de bienes óptima al salario $w = 2$ *es* $(h^*, c^*) = (16, 16)$ *y* $l(w) = 8$ *y, por tanto,* $c(2) = 2\,(24 - 16) = 16$. *El nivel de utilidad del individuo es*

$$u\,(16, 16) = 16 + 8\sqrt{16} = 48.$$

Para que prefiera no trabajar es precios que

$$u\,(24, S) = S + 8\sqrt{24} \geq u\,(16, 16) = 48;$$

es decir,

$$S \geq 48 - 8\sqrt{24} \simeq 8.808.$$

(c) (5 puntos) Observe que si $w = 2$, debido a la legislación laboral este individuo trabaja menos horas de las que desearía. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar para que se eliminase la norma legal que impide trabajar más de ocho horas?

Solución: Sin la restricción sobre el número de horas de trabajo máximo, al salario $w = 2$ *el individuo trabajaría*

$$24 - \frac{16}{2^2} = 20$$

horas, disfrutando de sólo 4 *horas de ocio y consumiendo por valor de* $2\,(20) = 40$ *euros. Su utilidad sería entonces*

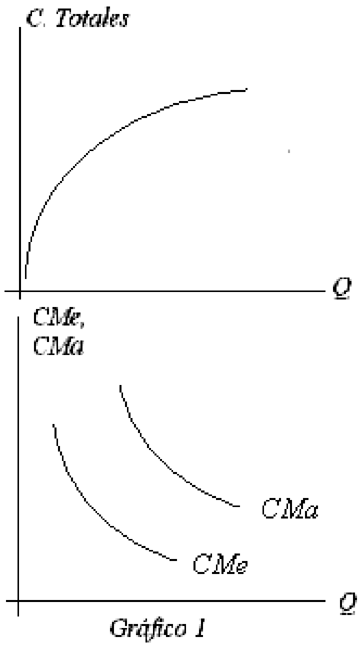
$$u\,(4, 40) = 40 + 8\sqrt{4} = 56.$$

Por consiguiente, el individuo estaría dispuesto a pagar

$$u\,(4,40) - u\,(16,16) = 56 - 48 = 8$$

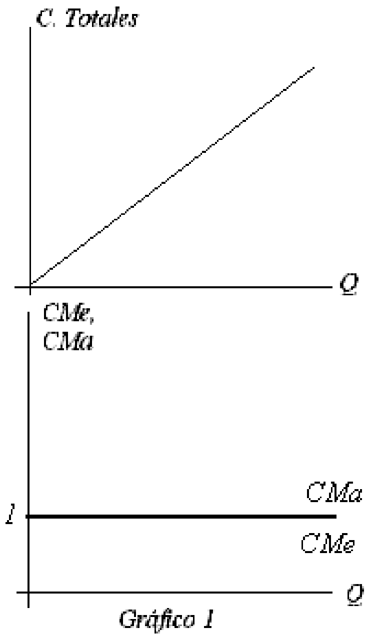
euros por eliminar la regulación laboral que le impide trabajar más de ocho horas. (Observe que si la función de utilidad no fuera lineal en respecto al consumo, el cáculo sería más complicado.)

5. (5 puntos) (a) Una empresa precio-aceptante en los mercados de factores produce un bien con rendimientos crecientes a escala. De un ejemplo de función de costes totales cuya curvatura sea consistente con estos rendimientos a escala y represente esta función y las funciones de costes medios y marginales en el gráfico 1.



$$C(Q) = \sqrt{Q};\ CMa(Q) = \frac{1}{2\sqrt{Q}};\ CMe(Q) = \frac{1}{\sqrt{Q}}.$$

(b) Repita el ejercicio (a) suponiendo que la empresa tiene rendimientos constantes a escala.

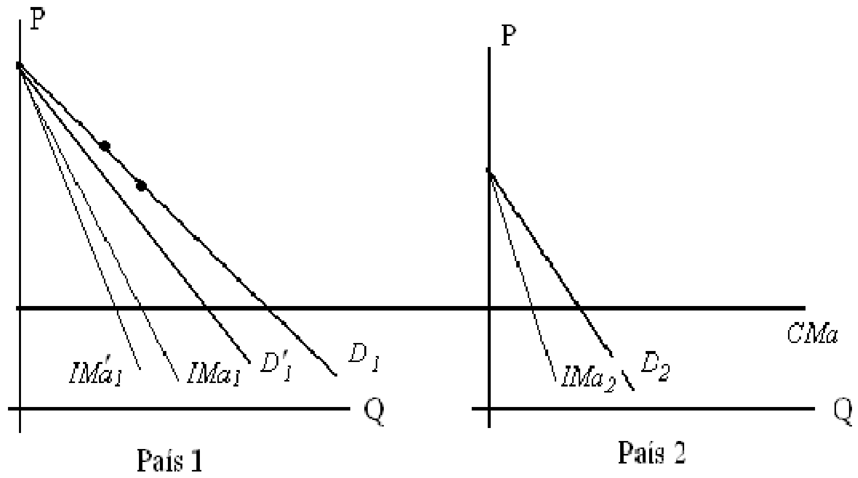


$$C(Q) = Q;\ CMa(Q) = CMe(Q) = 1.$$

6. (10 puntos) Una empresa monopoliza el mercado de un bien que produce con rendimientos constantes a escala. La empresa vende el bien en dos países siguiendo una política de discriminación de precios de tercer grado.

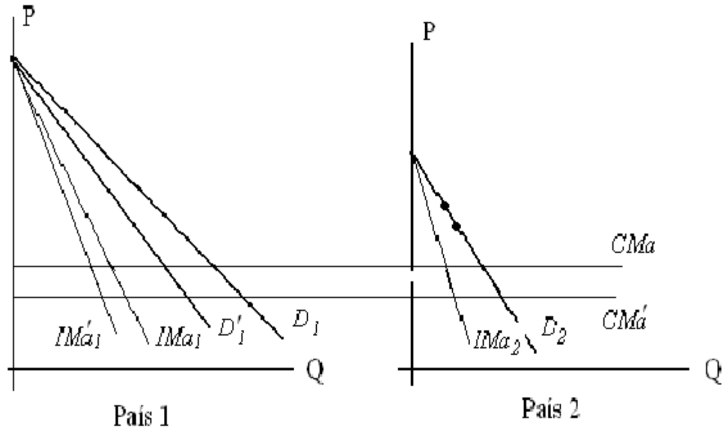
(a) Determine el efecto de la introducción de un impuesto unitario sobre el bien en el País 1 sobre los precios, cantidades y excedente total en el País 2. Ilustre sus conclusiones mediante un diagrama. (Pista: resuelva un ejemplo y traslade sus resultados al diagrama, mostrando ingresos y costes marginales en cada mercado.)

Como ilustra el diagrama, el precio aumenta y la cantidad disminuye en el País 1, pero el efecto es nulo sobre el equilibrio en el País 2.



(b) ¿Cambiaría su respuesta si la empresa tuviera rendimientos decrecientes a escala?

Puesto que el ingreso marginal en el País 1 se ha reducido, el monopolio reduce sus ventas en este país. Esto implica una reducción de la producción total y, por tanto, una reducción del coste marginal. La reducción del coste marginal implica que el coste marginal es ahora menor que el ingreso marginal en el País 2, lo que induce al monopolio a incrementar sus ventas (y consiguientemente a reducir el precio) en este país (el 2). Este aumento de las ventas en el País 2 compensa sólo parcialmente la reducción de las ventas en el País 1: basta observar que el ingreso marginal se ha reducido en ambos países (en el País 1 por la introducción del impuesto y en el País 2 por la reducción del precio). Como en el nuevo equilibrio de monopolio el ingreso marginal en cada mercado y el coste marginal evaluado en la producción total deben tener el mismo valor, para consguir igualar el coste marginal al nuevo (menor) ingreso marginal hay que reducir la producción total. Esto se ilustra en el diagrama adjunto.


P
P
CMa
CMa'
IMa'1
IMa1
D'1
D1
IMa2
D2
Q
Q
País 1
País 2