

Microeconomía II

Nombre:

Solución

Grupo:

1	2	3	4	5	6	7	Calif.

Dispone de tres horas. La puntuación de cada apartado, sobre un total de 100 puntos, se indica entre paréntesis. Administre su tiempo teniendo en cuenta esta puntuación.

A. Ejercicios

1. Las preferencias de un consumidor sobre los bienes x e y están representadas por la función de utilidad $u(x, y) = 4\sqrt{x} + y$.

(a) (10 puntos) Calcule sus funciones de demanda ordinarias.

Tenemos $MRS(x, y) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ y, por consiguiente, una solución interior debe satisfacer el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt{x}} &= \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y &= I.\end{aligned}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones obtenemos:

$$\begin{aligned}x(p_x, p_y) &= \frac{4p_y^2}{p_x^2} \\ y(p_x, p_y) &= \frac{1}{p_y} \left(I - \frac{4p_y^2}{p_x} \right).\end{aligned}$$

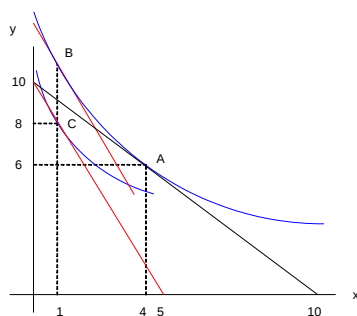
Para que $y \geq 0$, necesitamos que $I \geq \frac{4p_y^2}{p_x}$. Cuando $I < \frac{4p_y^2}{p_x}$, la solución es “de esquina”: $(x, y) = \left(\frac{I}{p_x}, 0 \right)$. Por tanto, las funciones de demanda son:

$$\begin{aligned}x(p_x, p_y) &= \begin{cases} \frac{4p_y^2}{p_x^2} & \text{si } I \geq \frac{4p_y^2}{p_x} \\ \frac{I}{p_x} & \text{si } I < \frac{4p_y^2}{p_x} \end{cases} \\ y(p_x, p_y) &= \begin{cases} \frac{1}{p_y} \left(I - \frac{4p_y^2}{p_x} \right) & \text{si } I \geq \frac{4p_y^2}{p_x} \\ 0 & \text{si } I < \frac{4p_y^2}{p_x} \end{cases}.\end{aligned}$$

(b) (10 puntos) Represente su conjunto presupuestario y calcule su cesta de bienes óptima para precios $(p_x, p_y) = (1, 1)$ y renta $I = 10$. Calcule los efectos renta y sustitución sobre la demanda del bien x de un aumento de su precio a $p'_x = 2$.

Tenemos $x(1, 1) = 4$, $y(1, 1) = 6$, $x(2, 1) = 1$, $y(2, 1) = 8$. Además, para $p_x \in [1, 2]$ la solución es interior y $\frac{\partial x}{\partial I} = 0$; es decir, el efecto renta ($B \rightarrow C$) es igual a cero. Por tanto, el efecto sustitución ($A \rightarrow B$) es igual al efecto total, $x(2, 1) - x(1, 1)$.

Resumiendo: Efecto Renta = 0, Efecto Sustitución = $1 - 4 = -3$.



2. Una empresa precio-aceptante en todos los mercados produce un único bien utilizando trabajo, L , y capital, K , de acuerdo con la función de producción $F(L, K) = \sqrt{L + 4K}$.

(a) (5 puntos) Represente la isocuanta $Q = 2$, calcule la $RMST(L, K)$ y determine qué rendimientos a escala tiene la empresa.

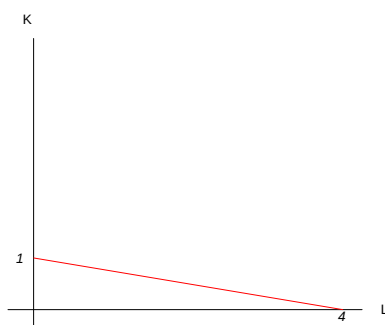
$$\text{Isocuanta: } 2 = \sqrt{L + 4K} \iff 4 = L + 4K \iff K = 1 - \frac{L}{4}.$$

$$RMST(L, K) = \frac{1}{4}.$$

Rendimientos a escala: Para $\lambda > 1$, tenemos

$$F(\lambda L, \lambda K) = \sqrt{\lambda L + 4\lambda K} = \sqrt{\lambda} \sqrt{L + 4K} = \sqrt{\lambda} F(L, K) < \lambda F(L, K).$$

Por tanto, la empresa tiene rendimientos a escala decrecientes.



(b) (10 puntos) Obtenga las funciones de demanda condicional de factores de la empresa, $L(w, r, Q)$ y $K(w, r, Q)$.

Como la $RMST(L, K)$ es constante, no existe solución interior al problema de minimización de costes a menos que w, r satisfagan

$$RMST(L, K) = \frac{1}{4} = \frac{w}{r}.$$

En esta caso, cualquier combinación de factores (L, K) que cumpla $\sqrt{L + 4K} = Q$; es decir, cualquier (L, K) tal que $0 \leq K \leq \frac{Q^2}{4}$ y $L = Q^2 - 4K$, es óptima.

Cuando $\frac{w}{r} \neq \frac{1}{4}$, la solución al problema de minimización de costes es “de esquina”. Específicamente, la combinación óptima de factores es $(L^*, K^*) = (0, \frac{Q^2}{4})$ si $\frac{w}{r} > \frac{1}{4}$, y es $(L^*, K^*) = (Q^2, 0)$ si $\frac{w}{r} < \frac{1}{4}$. Por tanto, la funciones de demanda condicional de factores son

$$(L(w, r, Q), K(w, r, Q)) = \begin{cases} (0, \frac{Q^2}{4}) & \text{si } \frac{w}{r} < \frac{1}{4} \\ L = Q^2 - 4K, 0 \leq K \leq \frac{Q^2}{4}, & \text{si } \frac{w}{r} = \frac{1}{4} \\ (Q^2, 0) & \text{si } \frac{w}{r} > \frac{1}{4} \end{cases}$$

(c) (5 puntos) Suponiendo que los precios de mercado de trabajo y capital son $w = 1$ y $r = 2$, respectivamente, calcule las funciones de costes totales, medios y marginales y, si es posible, la función de oferta de la empresa.

Como $\frac{w}{r} = \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$, tenemos $(L^*, K^*) = (0, \frac{Q^2}{4})$. Las funciones de costes son:

Función de coste total: $C(Q) = wL^* + rK^* = 0 + 2\frac{Q^2}{4} = \frac{Q^2}{2}$.

Función de coste medio: $CMe(Q) = \frac{Q}{2}$.

Función de coste marginal: $CMa(Q) = Q$.

Como la empresa tiene rendimientos decrecientes a escala y $CMe(Q) < CMa(Q)$, su función de oferta la obtenemos de la ecuación $p = CMa(Q)$. Por tanto, la función de oferta es $S(p) = p$.

3. Las funciones de demanda y de oferta de un cierto bien en un país son $D(p) = \max\{80 - 2p, 0\}$ y $S(p) = \max\{p - 10, 0\}$, respectivamente. La oferta internacional del bien es infinitamente elástica al precio de 20 euros/unidad.

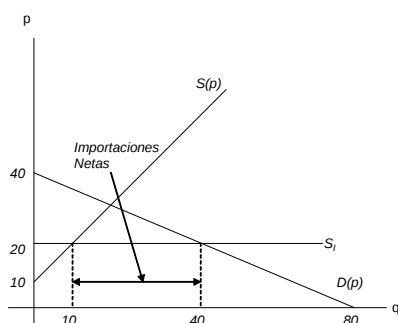
(a) (5 puntos) Calcule el precio, las cantidades consumida y producida dentro del país y la importación neta del bien bajo libre comercio.

Si hay libre comercio, la oferta total es infinitamente elástica al precio $p = 20$. Por tanto, el consumo doméstico es $D(20) = 40$, la oferta doméstica es $S(20) = 10$ y las importaciones netas son $D(20) - S(20) = 30$ unidades. Los excedentes de los consumidores productores domésticos son

$$EC = \frac{1}{2} (40 - 20) 40 = 400$$

y

$$EP = \frac{1}{2} (20 - 10) 10 = 50.$$

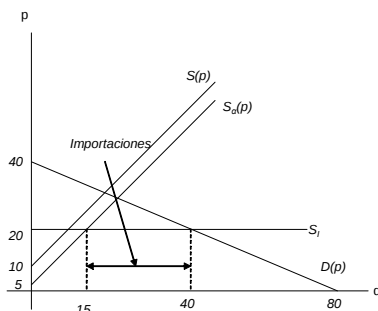


(b) (5 puntos) Para reducir las importaciones, el gobierno concede a los productores nacionales un subsidio de 5 euros por unidad vendida. Calcule el nuevo equilibrio, los excedentes de consumidores y productores y el coste esta política para el gobierno.

Con el subsidio $\alpha = 5$, la nueva función de oferta doméstica es $S_\alpha(p) = \max\{(p + 5) - 10, 0\}$. El precio del mercado doméstico sigue siendo $p = 20$ y el consumo $D(20) = 40$, mientras que la oferta doméstica es ahora $S_\alpha(20) = 15$ y las importaciones son $D(20) - S_\alpha(20) = 25$ unidades. El excedente de los consumidores es el mismo que en (a), mientras que el excedente de los productores domésticos es

$$EP = \frac{1}{2} (20 - 5) 15 = \frac{1}{2} (25 - 10) 15 = 112,5.$$

El coste para el gobierno es $G = -(5 \times 15) = -75$. (El signo negativo indica que se trata de un coste.)

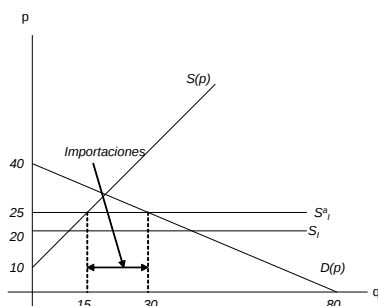


(c) (5 puntos) Alternativamente, el gobierno implanta un arancel de 5 euros por unidad del bien importada. Calcule el nuevo equilibrio y los ingresos arancelarios del gobierno. ¿Cuál de las dos políticas preferirán los consumidores? ¿Cuál de ellas preferirán los productores nacionales? ¿Cuál de estas políticas es más recomendable desde el punto de vista social?

Con el arancel $a = 5$, la oferta internacional S_I^a pasa a ser infinitamente elástica al precio $p = 25$. El nuevo precio doméstico es, por tanto, 25 euros/unidad, el consumo doméstico es $D(25) = 30$, la producción doméstica $S(25) = 15$ y las importaciones son $D(25) - S(25) = 15$ unidades. El excedente de los productores domésticos es el mismo que en (b) y el de los consumidores es

$$EC = \frac{1}{2} (40 - 25) 30 = 225$$

Los ingresos del gobierno son $G = 15 \times 5 = 75$. Por tanto, los consumidores prefieren la política de subsidios al arancel y los productores son indiferentes. Desde el punto de vista social la situación preferible es la (a) (comercio libre, con un excedente total de 450 euros), seguida de la (b), en la que el excedente total es $400 + 112,5 - 75 = 437,5$ euros. La peor situación es la (c), en la que el excedente total es $225 + 112,5 + 75 = 412,5$ euros.



4. El mercado de un cierto bien está abastecido por una sola empresa cuya función de costes totales es $C(q) = 50 + \frac{1}{4}q^2$. La función de demanda del bien es $D(p) = \max\{30 - 2p, 0\}$.

(a) (10 puntos) Calcule el equilibrio de monopolio y determine el beneficio de la empresa y excedente de los consumidores.

La función inversa de demanda es $P(q) = \max\{15 - \frac{q}{2}, 0\}$. Por tanto, la función de ingreso marginal es $IMa(q) = 15 - q$. La producción de equilibrio de monopolio es la solución de la ecuación $IMa(q) = CMa(q)$, que con los datos del es

$$15 - q = \frac{q}{2}.$$

Por tanto $q_M = 10 = p_M$. El excedente de los consumidores es

$$EC = \frac{1}{2} (15 - 10) 10 = 25,$$

y el beneficio del monopolista es

$$\pi_M = I(10) - C(10) = 10 \times 10 - \left(50 + \frac{10^2}{4}\right) = 25.$$

(b) (10 puntos) Si el gobierno quiere fijar un precio máximo con el objetivo de maximizar el excedente total y que garantice que el monopolio no incurra en pérdidas, ¿cuál sería este precio?

La política óptima es fijar un precio máximo igual al coste marginal del monopolista siempre que este precio no resulte en pérdidas para el monopolio. Para identificar este precio resolvemos la ecuación

$$P(q) = CMa(q) \iff 15 - \frac{q}{2} = \frac{q}{2},$$

cuya solución es $\bar{q} = 15$, que resulta en el precio $P(\bar{q}) = \bar{p} = 7,5$. Para este precio máximo, el beneficio del monopolio es

$$\pi(\bar{q}) = (7,5) 15 - (50 + \frac{(15)^2}{4}) = 6,25 > 0.$$

Por tanto este es el precio máximo óptimo. Para ver que con este precio máximo $\bar{p} = 7,5$ la producción de equilibrio de monopolio es $\bar{q} = 15$, simplemente tenemos que observar que el ingreso marginal del monopolio es $\overline{IMa}(q) = 5$ si $q \leq 15$ y $\overline{IMa}(q) = 15 - q < 0$ si $q > 15$.

5. Para incentivar la prolongación de la actividad laboral de las personas entre los 65 y los 70 años se está considerando introducir una legislación que permita compatibilizar la pensión de jubilación con el trabajo remunerado, aunque la pensión se reduciría en un tanto por uno t , aún por determinar aunque inferior a 0,5, de la renta salarial; es decir, un individuo que tiene derecho a una pensión de jubilación mensual de P euros pero decide permanecer activo y obtiene una renta salarial de R euros recibe una pensión mensual de $\max\{P - tR, 0\}$, donde $t \in [0, \frac{1}{2}]$. Considere una persona cuyas preferencias sobre consumo (medido en euros) y ocio (medido en horas) están representadas por la función de utilidad $u(h, c) = c^2h$, que dispone de 150 horas mensuales para el trabajo y el ocio. Esta persona acaba de cumplir 65 años, tiene derecho a una pensión mensual de $P = 1.200$ euros y su salario es $w = 10$ euros/hora.

(a) (5 puntos) Escriba la restricción presupuestaria del individuo y represente su conjunto presupuestario para un $t \in [0, \frac{1}{2}]$ cualquiera. (Observe que $P - tR \geq 1200 - \frac{1}{2} \times 150 \times 10 = 450 > 0$.)

Restricción Presupuestaria: $0 \leq c \leq \max\{1200 - 10t(150 - h), 0\} + 10(150 - h)$, y $0 \leq h \leq 150$.

Como $t \leq \frac{1}{2}$ y $h \geq 0$, tenemos

$$10t(150 - h) \leq \frac{1500}{2},$$

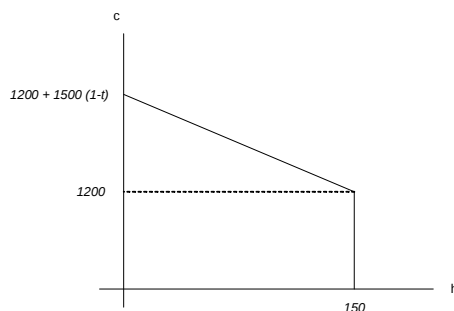
lo que implica que $1200 - 10t(150 - h) \geq 1200 - \frac{1500}{2} = 450 > 0$ y, por tanto,

$$\max\{1200 - 10t(150 - h), 0\} = 1200 - 10t(150 - h).$$

Así, podemos escribir la restricción presupuestaria como

$$0 \leq c \leq 1200 - 10(1 - t)(150 - h), \quad 0 \leq h \leq 150.$$

Este conjunto presupuestario se representa en el diagrama adjunto.



(b) (10 puntos) Calcule su oferta de trabajo en función de la tasa t . ¿Hay algún valor de $t \in [0, \frac{1}{2}]$ para el que el individuo preferiría no trabajar?

Tenemos $RMS(h, c) = \frac{c}{2h}$. Las condiciones de primer orden para maximizar el bienestar del consumidor son

$$\begin{aligned}\frac{c}{2h} &= 10(1-t) \\ c &= 1200 + 10(1-t)(150-h).\end{aligned}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones obtenemos la demanda de ocio, $h(t) = 50 + \frac{40}{1-t}$, y la oferta de trabajo $l(t) = 100 - \frac{40}{1-t}$.

Como puede apreciarse, $l(t) \geq 100 - \frac{40}{1-\frac{1}{2}} = 20 > 0$ para $t \in [0, \frac{1}{2}]$, por lo que

(i) la solución es interior y

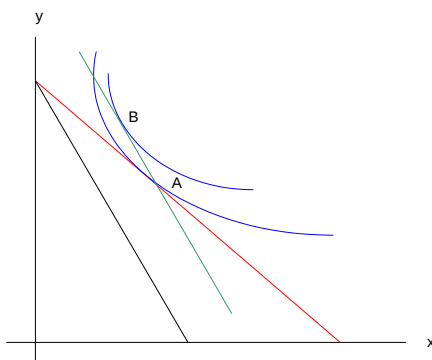
(ii) la oferta de trabajo es positiva para todo $t \in [0, \frac{1}{2}]$.

Luego no hay ningún valor $t \in [0, \frac{1}{2}]$ para el que el individuo prefiera no trabajar.

B. Preguntas Cortas

6. (5 puntos) Considere un consumidor cuyas preferencias sobre los bienes x e y tienen las propiedades habituales. Muestre gráficamente el efecto sobre su cesta de bienes óptima de un subsidio sobre el precio del bien x . Identifique en la misma gráfica la cesta de bienes que elegiría el consumidor si el subsidio anterior es sustituido por un subsidio directo (como renta) de la misma cuantía. ¿Cuál de estos dos subsidios preferiría el consumidor?

El diagrama adjunto ilustra por qué el consumidor prefiere un subsidio directo como renta que un subsidio de igual cuantía sobre el precio del bien x : con el subsidio sobre el precio del bien x el individuo puede obtener el bienestar que le proporciona la cesta A, mientras que con el subsidio directo de igual cuantía puede obtener el bienestar que le proporciona la cesta B.



7. (5 puntos) Suponga que en el año 2005 los precios de alimentos y vestido aumentaron en un 10% y en un 20%, respectivamente. Para elaborar un índice de precios un Instituto de Estadística dispone de datos sobre el consumo de dos individuos “representativos”, A y B . El individuo A gastó 4.000 euros en adquirir alimentos y 2.000 euros en adquirir vestido, mientras que el gasto del individuo B en estos bienes fue de 4.000 y 6.000 euros, respectivamente. Como es habitual, el Instituto calcula el IPC ponderando las subidas de precios de cada bien por un cociente que se obtiene dividiendo el gasto de todos los consumidores en este bien por el gasto total de todos los consumidores. Como se sabe, este es un índice de tipo “plutocrático”. Alternativamente, el Instituto podría calcular un IPC de tipo “democrático”, que sería simplemente la media aritmética de los IPC’s de cada individuo. Si interpretamos el gasto de los individuos como su renta, y si la renta del individuo más pobre (el A) se actualiza de acuerdo con el IPC, ¿cuál de los de los índices le beneficiaría más? ¿Y si los precios de alimentos y vestido hubieran aumentado en un 20% y en un 10%, respectivamente?

En el IPC estándar (plutocrático) los pesos de los bienes se obtienen dividiendo el gasto de todos los consumidores por el gasto de todos los consumidores en todos los bienes. Los pesos de alimentos, ω_a , y vestido, ω_v , son $\omega_a = \frac{4.000+4.000}{16000} = \frac{1}{2}$ y $\omega_v = \frac{2.000+6.000}{16000} = \frac{1}{2}$. Por tanto,

$$IPC = \omega_a 10\% + \omega_v 20\% = 15\%.$$

Con este aumento del IPC el individuo A obtendría un incremento de renta de $6000(0,15) = 900$ euros.

Un IPC democrático sería la media del IPC_A e IPC_B , que calculamos como

$$IPC_A = \omega_a^A 10\% + \omega_v^A 20\% = \frac{4.000}{6000} 10\% + \frac{2.000}{6000} 20\% = 13\%$$

y

$$IPC_B = \omega_a^B 10\% + \omega_v^B 20\% = \frac{4.000}{10000} 10 + \frac{6.000}{10000} 20 = 16\%.$$

El IPC democrático es

$$IPC_D = \frac{1}{2} (IPC_A + IPC_B) = 14,5\%.$$

Con este IPC el individuo A obtendría un incremento de renta de $6000(14,5\%) = 870$ euros.

Por tanto, con estos incrementos de precios de alimentos y vestido (10% y 20%, respectivamente) el IPC plutocrático favorece más al individuo A que el IPC democrático. La razón es que el aumento del precio del bien del que consume relativamente menos que el individuo rico (el B) se ha encarecido más. Lo contrario ocurriría si las subidas de precios de alimentos y vestido hubieran sido del 20% y el 10%, respectivamente.