A.1	A.2	A.3	A.4	B

Universidad Carlos III de Madrid — Febrero de 2005

Microeconomía II

Nombre: Grupo:

Dispone de tres horas. La puntuación de cada apartado, sobre un total de 100 puntos, se indica entre paréntesis. Administre su tiempo teniendo en cuenta esta puntuación.

A. Ejercicios

1. Las preferencias de un consumidor sobre los bienes x e y están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = x^{\frac{1}{2}}y$.

(a) (5 puntos) Calcule sus funciones de demanda ordinarias.

La solución del problema del consumidor satisface dos condiciones:

$$\begin{aligned} p_x x + p_y y &= I \\ RMS &= \frac{p_x}{p_y} \end{aligned}$$

Por otro lado

$$RMS = \frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial y}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{y}{2x}$$

Entonces la condiciones de optimalidad son

$$\begin{aligned} p_x x + p_y y &= I \\ \frac{y}{2x} &= \frac{p_x}{p_y} \rightarrow y = 2x\frac{p_x}{p_y} \end{aligned}$$

Sustituyendo la segunda condición en la primera

$$\begin{aligned} p_x x + p_y 2x\frac{p_x}{p_y} &= I \\ 3p_x x &= I \\ x^* &= \frac{I}{3p_x} \end{aligned}$$

Y como $y = 2x\frac{p_x}{p_y}$,

$$y^* = 2x^*\frac{p_x}{p_y} = 2\frac{I}{3p_x}\frac{p_x}{p_y} = \frac{2}{3}\frac{I}{p_y}$$

(b) (5 puntos) Represente su conjunto presupuestario gráficamente y calcule su cesta de bienes óptima para precios $(p_x, p_y) = (1, 1)$ y renta $I = 3$.

La recta presupuestaria es

$$x + y = 3,$$

y pasa por los puntos $(I/P_x, 0) = (3, 0)$ y $(0, I/p_y) = (0, 3)$. El conjunto presupuestario es el área situada por debajo de la recta presupuestaria (incluyendo dicha recta) y por encima de los ejes de coordenadas.

La cesta de bienes óptima es:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{I}{3p_x} = 1 \\ y^* &= \frac{2}{3}\frac{I}{p_y} = 2 \end{aligned}$$

(c) (10 puntos) Calcule los efectos renta y sustitución sobre la demanda del bien x de un aumento de su precio a $p'_x = 8$.

La cesta inicial es $(x_1, y_1) = (1, 2)$

Después del cambio en p_x la cesta óptima es

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{I}{3p'_x} = 1/8 \\ y_2 &= \frac{2}{3}\frac{I}{p_y} = 2 \end{aligned}$$

Para calcular el efecto sustitución y el efecto renta buscamos la cesta (x_s, y_s) que, a los nuevos precios, mantiene el nivel original de utilidad del consumidor, $u_1 = u(1, 2) = 2$ (método de Hicks):

$$\begin{aligned} x_s^{\frac{1}{2}} y_s &= 2 \\ RMS &= \frac{y_s}{2x_s} = \frac{p'_x}{p_y} = 8 \to y_s = 16x_s \end{aligned}$$

Sustituyendo la segunda condición en la primera:

$$\begin{aligned} x_s^{\frac{1}{2}} 16x_s &= 2 \\ x_s^{\frac{3}{2}} &= 1/8 \\ x_s &= (1/8)^{\frac{2}{3}} = 1/4 \to y_s = 4 \end{aligned}$$

- Efecto sustitución: $ES = x_s - x_1 = 1/4 - 1 = -3/4$

- Efecto renta: $ER = x_2 - x_s = 1/8 - 1/4 = -1/8$

- Efecto total $ET = x_2 - x_1 = 1/8 - 1 = -7/8 = ES + ER$

También podríamos utilizar el método de Slutsky. Comprar la cesta inicial $(x_1, y_1) = (1, 2)$ después del cambio en p_x costaría

$$8x_1 + y_1 = 8.1 + 2 = 10$$

euros. Sustituyendo $I' = 10$ en las fórmulas de las demanda teniendo en cuenta el cambio en p_x:

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{10}{3p'_x} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12} \\ y_s &= \frac{20}{3p_y} = \frac{20}{3} \end{aligned}$$

Entonces

- Efecto sustitución: $ES = x_s - x_1 = \frac{5}{12} - 1 = -\frac{7}{12}$

- Efecto renta: $ER = x_2 - x_s = \frac{1}{8} - \frac{5}{12} = -\frac{7}{24}$

- Efecto total $ET = x_2 - x_1 = 1/8 - 1 = -7/8 = ES + ER$

2. Paquito distribuye su tiempo disponible (16 horas diarias) entre dos actividades, trabajo y ocio. Sus preferencias ocio-consumo están descritas por la función de utilidad

$$u(n, c) = 10 \ln c + n$$

donde n representa el número de horas de ocio y c representa el consumo. El precio del bien de consumo es $p = 1$.

(a) (5 puntos) Suponga que el salario es $w = 20$ euros/hora y que Paquito dispone además de una renta no salarial $M = 40$ euros. Calcule su demanda de ocio y su oferta de trabajo l (en horas).

$$\begin{aligned} \max_{n,c} u(n, c) &= 10 \ln c + n \\ \text{s.a. } pc &= M + w(T - n) \end{aligned}$$

La condición de tangencia es:

$$RMS = w/p \rightarrow UM_n/UM_c = w/p \rightarrow \frac{1}{10/c} = 20 \rightarrow c/10 = 20 \rightarrow c^* = 200$$

Para calcular n^* sustituimos c^* en la restricción presupuestaria

$$c^* = 40 + 20(16 - n^*) \rightarrow n^* = 8$$

Entonces la oferta de trabajo es $l^* = T - n^* = 8$.

(b) (10 puntos) Suponga ahora que la renta no salarial M sube a 200 euros. Calcule la nueva demanda de ocio y la nueva oferta de trabajo. ¿Qué efecto tiene el aumento en la renta no salarial sobre c (aumenta, disminuye o permanece constante)?

$$\begin{aligned} \max_{n,c} u(n, c) &= 10 \ln c + n \\ \text{s.a. } pc &= M' + w(T - n) \end{aligned}$$

La condición de tangencia (y por tanto c^*) no cambia

$$RMS = w/p \rightarrow UM_n/UM_c = w/p \rightarrow \frac{1}{10/c} = 20 \rightarrow c/10 = 20 \rightarrow c^* = 200$$

Lo que cambia es la restricción presupuestaria y por tanto la cantidad de ocio n^* y la oferta de trabajo l^*

$$c^* = 200 + 20(16 - n^*) \rightarrow n^* = 16 \rightarrow l^* = T - n^* = 0$$

En resumen, el aumento en la renta no salarial no tiene ningún efecto sobre el consumo (que permanece constante: $c^* = 200$) porque que la condición de tangencia no depende de la renta salarial (sólo depende de las preferencias, el salario y el precio del consumo).

3. Un empresa competitiva produce utilizando trabajo, L, y capital, K, de acuerdo con la función de producción $F(L, K) = 2K^{1/4}L^{1/2}$. Los precios de mercado de trabajo y capital son $w = 10$ y $r = 10$.
(a) (10 puntos) Calcule las funciones de costes totales, medios y marginales de largo plazo de la empresa.

El problema de la empresa es

$$\min_{L,K} C = wL + rK$$

sujeto a

$$F(L, K) = q \quad \rightarrow \quad 2K^{1/4}L^{1/2} = q$$

Recordemos que las condiciones de primer orden de este problema son

$$\begin{aligned} RMST &= \frac{w}{r} && (1) \\ 2K^{1/4}L^{1/2} &= q && (2) \end{aligned}$$

Es decir,

$$\begin{aligned} \frac{PM_L}{PM_K} &= \frac{10}{10} = 1 \\ 2K^{1/4}L^{1/2} &= q && (3) \end{aligned}$$

donde $PM_L = \frac{2}{2}K^{\frac{1}{4}}L^{-\frac{1}{2}}$ y $PM_K = \frac{2}{4}K^{-\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{2}}$.
Es decir, $RMS = 2\frac{K}{L}$. Por lo tanto, la primera condición es

$$2\frac{K}{L} = 1 \rightarrow K = \frac{1}{2}L \rightarrow L = 2K$$

Sustituimos L en función de K en la segunda condición (la función de producción) para obtener la demanda de trabajo por parte de la empresa:

$$\begin{aligned}
q &= F(L,T) = 2K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{2}} \\
q &= 2\left(\frac{1}{2}L\right)^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{2}} = 2.2^{-\frac{1}{4}}L^{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)} = 2^{\frac{3}{4}}L^{\frac{3}{4}} \\
L^{\frac{3}{4}} &= 2^{-\frac{3}{4}}q \\
L &= 2^{-\frac{3}{4}\frac{4}{3}}q^{\frac{4}{3}} = 2^{-1}q^{\frac{4}{3}} \\
L(q) &= \frac{1}{2}q^{\frac{4}{3}}
\end{aligned}$$

La demanda de capital entonces es

$$K(q) = \frac{1}{2}L(q) = \frac{1}{4}q^{\frac{4}{3}}$$

La función de costes totales de la empresa es

$$C(q) = wL(q) + rK(q) = 10\left(\frac{1}{2}q^{\frac{4}{3}}\right) + 10\left(\frac{1}{4}q^{\frac{4}{3}}\right) = \frac{15}{2}q^{\frac{4}{3}}$$

Los costes medios y marginales son

$$\begin{aligned}
CMe(q) &= \frac{15}{2}q^{\frac{1}{3}} \\
CM(q) &= \frac{4}{3}\frac{15}{2}q^{\frac{1}{3}} = 10q^{\frac{1}{3}}
\end{aligned}$$

(b) (10 puntos) Considere ahora una situación de corto plazo donde el capital de la empresa está fijo y es igual a $\bar{K} = 1$. Determine la función de oferta de corto plazo la empresa $q_s(P)$.

Ahora la función de producción es

$$q = 2L^{1/2}$$

Por lo tanto

$$L = \left(\frac{q}{2}\right)^2 = \frac{q^2}{4}$$

Los costes totales, medios y marginales de corto plazo entonces son

$$\begin{aligned}
C_{cp} &= wL + r\bar{K} = 10\frac{q^2}{4} + 10 \\
CMe_{cp}(q) &= 2,5q + \frac{10}{q} \\
CM_{cp}(q) &= 5q
\end{aligned}$$

Dado que las empresas son competitivas la curva de oferta de una empresa a corto plazo será el tramo de la curva de coste marginal de corto plazo que está por encima del coste variable medio de corto plazo. En este caso el CM_{cp} es siempre superior al $CVMe_{cp}$. Entonces:

$$\begin{aligned} P &= CM(q) \\ P &= 5q \\ q_s(P) &= \frac{P}{5} \end{aligned}$$

(c) (5 puntos) Suponga que la industria está formada por 100 empresas competitivas idénticas a la anterior y que la función de demanda de mercado es

$$Q_D = \begin{cases} 1.200 - 4P & \text{si } P \leq 300 \\ 0 & \text{si } P > 300) \end{cases}$$

donde Q es el total de la producción de la industria. Determine la función de oferta de la industria a corto plazo y calcule el precio y la cantidad intercambiada en equilibrio.

Dado que hay 100 empresas iguales, la oferta de la industria es

$$Q_s(P) = 100q_s(P) = 100\frac{P}{5} = 20P$$

El equilibrio del mercado competitivo se alcanza cuando

$$\begin{aligned} Q_s(P) &= Q_d(P) \\ 20P &= 1.200 - 4P \\ P^* &= \frac{1.200}{24} = 50 \\ Q^* &= 1.000 \end{aligned}$$

4. Considere el problema de un monopolista cuyo producto se vende en dos países distintos. En el país 1 la demanda del producto es $P_1(Q_1) = 12 - 4Q_1$, mientras que en el país 2 la demanda es $P_2(Q_2) = 8 - 2Q_2$. La función de coste total del monopolista es

$$C(Q_1 + Q_2) = 2(Q_1 + Q_2)^2$$

donde $Q_1 + Q_2$ es su producción total. Es decir, el coste marginal del monopolista es $4(Q_1 + Q_2)$.

(a) (5 puntos) Calcule los precios y la producción en los dos países suponiendo que es posible practicar la discriminación de precios.

El ingreso marginal en cada país es

$$\begin{aligned} IM_1 &= 12 - 8Q_1 && (4) \\ IM_2 &= 8 - 4Q_2 && (5) \end{aligned}$$

El monopolista maximiza beneficio cuando $IM_1 = IM_2 = CM$:

$$\begin{aligned} 12 - 8Q_1 &= 4(Q_1 + Q_2) && (6) \\ 8 - 4Q_2 &= 4(Q_1 + Q_2) && (7) \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (**??**)-(6)

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{4}{5} = 0.8 && (8) \\ Q_2 &= \frac{3}{5} = 0.6 && (9) \end{aligned}$$

Calculando los precios en cada país

$$\begin{aligned} P_1 &= 12 - 4(\frac{4}{5}) = \frac{44}{5} = 8.8 && (10) \\ P_2 &= 8 - 2(\frac{3}{5}) = \frac{34}{5} = 6.8 && (11) \end{aligned}$$

(b) (5 puntos) Suponga que el gobierno del país 1 decide prohibir la venta del producto del monopolista. Ahora que el monopolista puede vender su producto en el país 2, ¿cuál es el precio y la cantidad vendida?

Calculando el ingreso marginal en el país 2

$$IM_2 = 8 - 4Q_2 \tag{12}$$

Como $Q_1 = 0$ el coste marginal del monopolista es

$$CM = 4Q_2 \tag{13}$$

Igualando el ingreso marginal y el coste marginal

$$8 - 4Q_2 = 4Q_2 \tag{14}$$

Entonces

$$Q_2 = 1 \tag{15}$$

Y el precio de venta es

$$P_2 = 8 - 2(1) = 6 \tag{16}$$

(c) (10 puntos) Suponga que (en vez de prohibir su venta) el gobierno del país 1 pone un impuesto $t = 4$ por unidad vendida sobre el producto del monopolista. Determine el efecto del impuesto sobre los precios y las cantidades vendidas en los dos países.

Con el impuesto

$$P_1^{venta} = P_1^{compra} - 4 \tag{17}$$

Calculando el ingreso marginal en el país 1

$$IM_1 = 8 - 8Q_1 \tag{18}$$

Igualando IM_1 al coste marginal del monopolista

$$8 - 8Q_1 = 4(Q_1 + Q_2) \tag{19}$$

Igualando ingreso marginal en el país 2 (IM_2) al coste marginal del monopolista

$$8 - 4Q_2 = 4(Q_1 + Q_2) \tag{20}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (19)-(20)

$$Q_1 = \frac{2}{5} = 0.4 \tag{21}$$

$$Q_2 = \frac{4}{5} = 0.8 \tag{22}$$

Calculando los precios

$$P_1 = 12 - 4\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{52}{5} = 10.4 \tag{23}$$

$$P_2 = 8 - 2\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{32}{5} = 6.4 \tag{24}$$

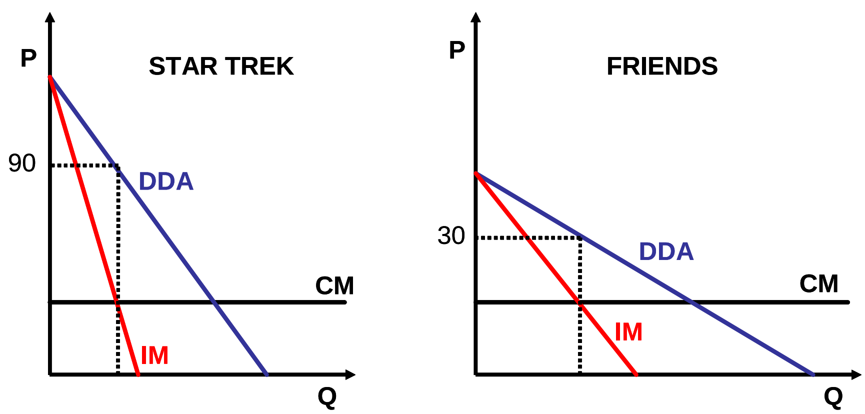
Microeconomía II

Solución Examen 2005

Preguntas Cortas

1. (5 puntos) Una empresa tiene derecho exclusivo a distribuir los DVD de la serie Friends, otra tiene derechos exclusivos para Star Trek. En la tienda el precio del pack de una temporada de Friends es de 30 euros mientras que el de una temporada de la Serie Star Trek es de 90 euros. Razone gráficamente el motivo.

   - Cada empresa es un monopolio en la venta de los DVD de las pelis cuyos derechos ha adquirido. Es razonable suponer que los costes marginales son constantes e iguales para las dos empresas. La diferencia en precios debe resultar entonces de diferencias en las demandas de las pelis: la de Star Trek es más inelástica que la de Friends tal como se ilustra en la figura.



2. (5 puntos) Dibuje los mapas de curvas de indiferencia correspondientes a la funciones de utilidad

   (a) $U(x, y) = x + yx$

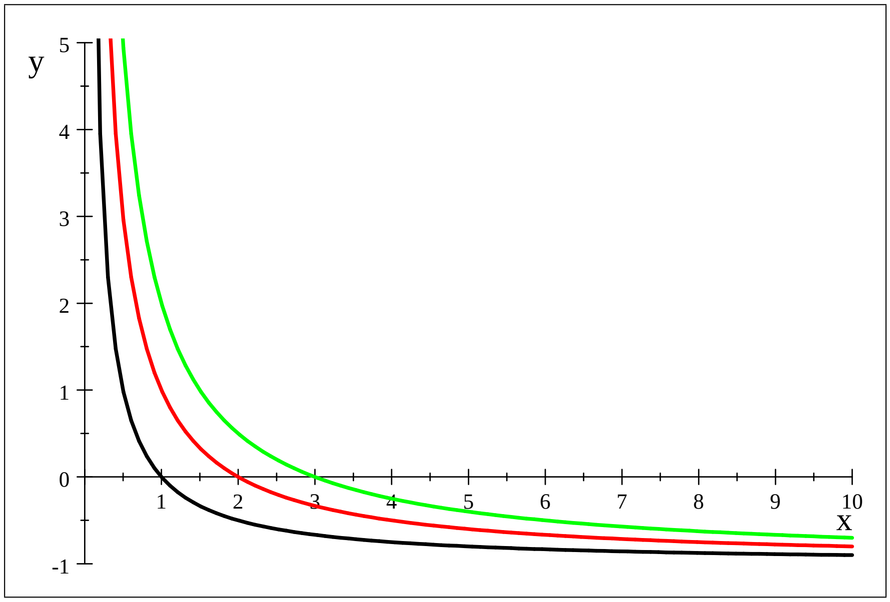
   - Para hallar la típica curva de indiferencia, igualamos la utilidad a una constante:

$$k = x + yx$$

despejando y obtenemos

$$y = \frac{k - x}{x} = \frac{k}{x} - 1$$

El mapa de curvas de indiferencia consiste pues de hipérbolas con asíntotas en los ejes $x = 0$ e $y = -1$. En el siguiente gráfico se ilustran tres de dichas curvas: para $k = 1$ (en negro); $k = 2$ (en rojo); y $k = 3$ (en verde)



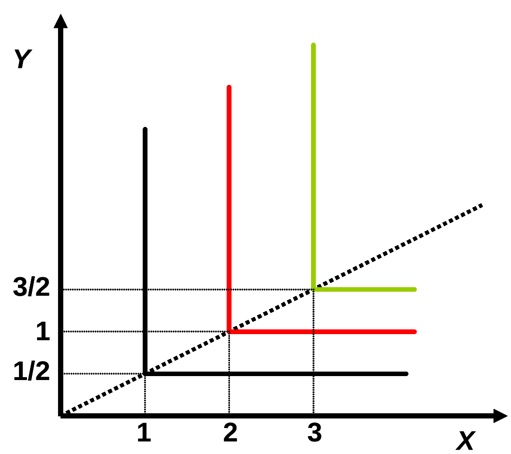
.

(b) $U(x, y) = min(x, 2y)$

- Se trata de bienes complementarios perfectos y por lo tanto sus curvas de indiferencia tienen forma de L y sus vértices se hallan situados en la recta

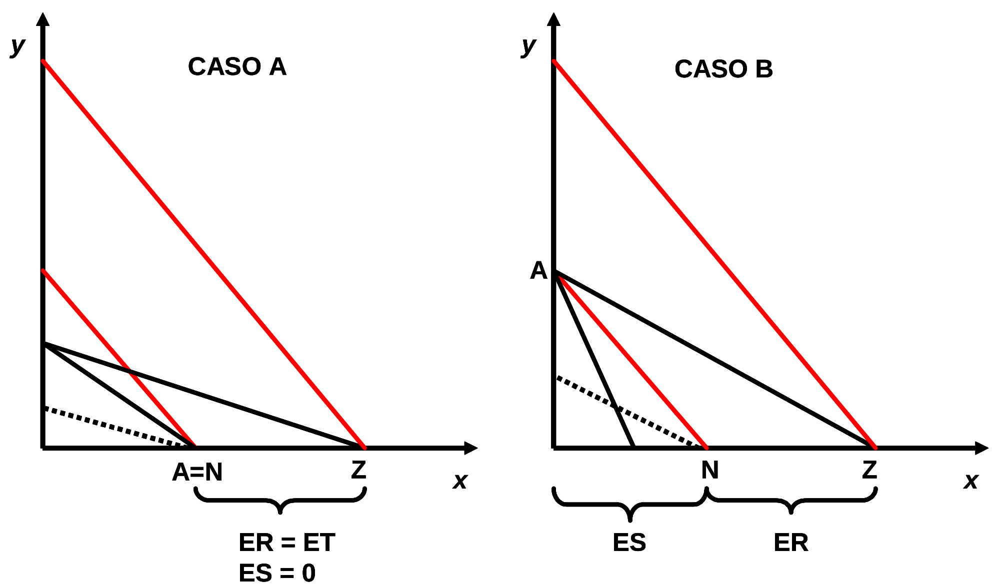
$$
\begin{aligned}
x &= 2y \\
y &= \frac{1}{2}x
\end{aligned}
$$

En el siguiente gráfico se ilustran tres de dichas curvas para niveles de utilidad $k = 1$ (en negro); $k = 2$ (en rojo); y $k = 3$ (en verde)



3. (5 puntos) Un consumidor considera los bienes x e y sustitutivos perfectos. Suponga que el precio del bien x desciende y, como consecuencia, la cantidad demandada de x aumenta. Ilustre los efectos renta y sustitución de la bajada en p_x sobre la cantidad demandada del bien x. Explique su respuesta en el diagrama adjunto.

   - Sean p_x y p_y los precios iniciales de los bienes x e y respectivamente. Sea p'_x el precio final del bien x.Como se trata de bienes sustitutivos perfectos, sabemos que las curvas de indiferencia son rectas. Supongamos que la pendiente de dichas rectas (es decir, la RMS) es -1 de tal forma que únicamente se demandará el bien cuyo precio sea menor. Puesto que una vez que baja el precio del bien x sabemos que aumenta su demanda podemos concluir que $p'_x < p_y$. En cuanto a los precios iniciales, básicamente podemos considerar dos casos: Caso A: $p_x < p_y$; Caso B: $p_y < p_x$. Las siguientes figuras ilustran los efectos renta y sustitución para cada caso: en rojo aparecen las curvas de indiferencia y en negro las rectas presupuestarias (la punteada es la hipotética). A es la elección óptima inicial, Z la final y N la intermedia (aquella que nos permite hacer la descomposición del efecto total en la variación del bien x).



4. (5 puntos) Sea un mercado donde la función de oferta es $p = y$ y la función de demanda es $y = 10 - p$. Dibuje la situación y el precio y la cantidad de equilibrio. Suponga un impuesto sobre las empresas de 1 unidad monetaria por unidad vendida. Dibuje el nuevo equilibrio y los excedentes del productor, consumidor.

- Inicialmente, el precio de equilibrio lo podemos hallar igualando oferta y demanda:

$$\begin{aligned} p &= 10 - p \\ p &= 5 \end{aligned}$$

A dicho precio la cantidad de equilibrio es $y = 5$.

Con el impuesto, la curva de oferta se desplaza una unidad hacia arriba ($p = y+1$; con lo cual $y = p - 1$). El precio de equilibrio lo podemos hallar igualando oferta y demanda:

$$\begin{aligned} p - 1 &= 10 - p \\ p &= 5,5 \end{aligned}$$

A dicho precio la cantidad de equilibrio es $y = 4,5$. Este es el precio que pagan los consumidores, sin embargo, los productores reciben $p^s = 5,5 - t = 4,5$. En la figura se ilustran los dos equilibrios, así como los excedentes de los productores y de los consumidores después del impuesto.