Universidad Carlos III de Madrid Febrero de 2008

Microeconomía II

Nombre: Solución Grupo:

1	2	3	4	5	6	Calif.

Dispone de 2 horas y 45 minutos. La puntuación de cada apartado, sobre un total de 100 puntos, se indica entre paréntesis. Administre su tiempo teniendo en cuenta esta puntuación.

1. Las preferencias de un consumidor sobre alimentos (x) y otros bienes (y) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = x\sqrt{y}$. Al principio de 2007 precios de los bienes eran $p_x = p_y = 1$ euros por unidad.

(a) (5 puntos) Calcule sus funciones de demanda ordinarias, $x(p_x, p_y, I)$ e $y(p_x, p_y, I)$, y determine si x es un bien inferior o normal.

Tenemos:

$$RMS(x,y) = \frac{2y}{x}.$$

Solución interior:

$$\begin{aligned} \frac{2y}{x} &= \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y &= I \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos las funciones de demanda:

$$\begin{aligned} x(p_x, p_y, I) &= \frac{2I}{3p_x} \\ y(p_x, p_y, I) &= \frac{I}{3p_y}. \end{aligned}$$

Obviamente estas funciones sólo están definidas para $p_x, p_y > 0$.

Como

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial I} = \frac{2}{3p_x} > 0,$$

tenemos que x *es un bien normal.*

(b) (10 puntos) La renta del consumidor en 2007 fue $I = 12$ euros. Calcule su cesta de bienes óptima en este año, (x^*, y^*). Durante el año 2007 los precios de los alimentos (x) han aumentado drásticamente hasta $p'_x = 8$; calcule los efectos renta y sustitución de este aumento sobre la demanda de alimentos.

Tenemos $x^* = x(1,1,12) = \frac{24}{3} = 8$ *e* $y^* = y(1,1,12) = \frac{12}{3} = 4$. *El nivel de utilidad del consumidor en 2007 fue* $u(8,4) = 8\sqrt{4} = 16$. *Para calcular el efecto sustitución sobre la demanda de alimentos resolvemos el sistema*

$$\begin{aligned} x\sqrt{y} &= 16 \\ \frac{2y}{x} &= 8, \end{aligned}$$

cuya solución es $x_B = 4$, $y_B = 16$. *El efecto sustitución es, por tanto,*

$$ES = x_B - x^* = 4 - 8 = -4.$$

Para calcular el efecto renta, calculamos el efecto total

$$ET = x^{**} - x^* = x(8,1,12) - x(1,1,12) = \frac{24}{24} - 8 = -7.$$

Por tanto el efecto renta es

$$ER = ET - ES = -7 - (-4) = -3.$$

(c) (5 puntos) El precio de "otros bienes" (p_y) no se ha alterado durante 2007. Calcule la compensación monetaria que permitiría el consumidor mantener el nivel de bienestar de 2007 a los nuevos precios (es decir, la variación compensada), el verdadero IPC del individuo y el IPC como índice de Laspeyres.

La variación compensada es la cantidad de renta que añadida a la renta inicial consumidor, $I = 12$, *permitiría a éste adquirir la cesta* $(x_B, y_B) = (4, 16)$ *calculada en el apartado b) – por construcción esta cesta es la más barata que permite mantener el nivel de bienestar de 2007. El coste de la cesta* (x_B, y_B) *es* $\hat{I} = (8)\,4 + (1)\,16 = 48$. *Por consiguiente la variación compensada es*

$$VI = \hat{I} - I = 48 - 12 = 36.$$

El verdadero IPC del consumidor es

$$IPC^* = \frac{\hat{I}}{I} = \frac{48}{12} = 4;$$

es decir, el IPC^* *es igual al 400%. Si medimos el IPC como índice de Laspeyres, este se calcula como el cociente entre* $\tilde{I}$ *(la renta necesaria para adquirir la cesta* (x^*, y^*) *a los precios de 2008) y la renta inicial* I. *La renta* $\tilde{I}$ *viene dada por*

$$\tilde{I} = (8)\,x^* + (1)\,y^* = (8)\,8 + (1)\,4 = 68.$$

Por consiguiente, el IPC es

$$IPC = \frac{\tilde{I}}{I} = \frac{68}{12} = 5,66;$$

es decir, el IPC (de Laspeyres) es igual al 566%.

2. En un mercado competitivo operan 10 empresas que tienen la misma función de producción, $F(L,K) = \sqrt[2]{L+3K}$. Los precios de trabajo y capital son $w = 1$ y $r = 4$, respectivamente..

(a) (10 puntos) Calcule las funciones de demanda condicional de factores y las de costes totales, medios y marginales. ¿Existen economías o deseconomías de escala? Calcule también las función de oferta de cada empresa y la función de oferta de mercado. (Pista: dibuje la isocuanta $F(L,K) = 1$.)

Observe que las isocuantas son líneas rectas. Esto se ve claramente obteniendo la relación marginal de sustitución técnica,

$$RMST(L,K) = \frac{1}{3},$$

que es constante. Como a los precios $w = 1$y $r = 4$

$$RMST(L,K) = \frac{1}{3} > \frac{1}{4} = \frac{w}{r},$$

la tecnología más barata para producir cualquier nivel de output utiliza únicamente factor trabajo. Por tanto, a los precios $w = 1$ y $r = 4$ *las funciones de demanda condicional de factores son*

$$\begin{aligned} L(Q) &= Q^2 \\ K(Q) &= 0. \end{aligned}$$

Por consiguiente, la función de costes totales es

$$C(Q) = Q^2$$

y las funciones de costes marginales y medios son, respectivamente,

$$CMa(Q) = 2Q$$

y

$$CMe(Q) = Q.$$

Como para $\lambda > 1$, *tenemos*

$$C(\lambda Q) = \lambda^2 Q^2 > \lambda Q^2,$$

la empresa tiene deseconomías de escala.

Observe que como

$$CMa(Q) = 2Q > CMe(Q) = Q$$

la condición de cierre se cumple para todo $P \geq 0$. *Por tanto, la función de oferta de la empresa la obtenemos de la ecuación*

$$P = CMa(Q) = 2Q;$$

es decir,

$$Q_i^S = S_i(P) = \frac{P}{2}.$$

(b) (5 puntos) La función de demanda de mercado es $D(P) = \{100-5P, 0\}$. Calcule el equilibrio competitivo.

Como hay 10 empresas en el mercado, la oferta de mercado es

$$\sum_{i=1}^{10} Q_i^S = 10S_i(P) = (10)\,\frac{P}{2} = 5P.$$

El precio de equilibrio competitivo P^* *es la solución a la ecuación*

$$D(P) = S(P).$$

Suponiendo que $P \leq 20$, *esta ecuación es*

$$100 - 5P = 5P;$$

por tanto $P^* = 10 (\leq 20)$ *y* $Q^* = 50$.

(c) (5 puntos) Determine el efecto de un impuesto $T = 2$ euros por unidad sobre el precio de equilibrio, la cantidad comerciada y los excedentes de consumidores y productores.

Sea P *el precio al consumidor, de forma que el precio al productor es* $\hat{P} = P - 2$. *La función de oferta de mercado,* $S(\hat{P}) = 5\hat{P}$, *calculada en el apartado (b), puede reescribirse en función de* P *(para* $P \geq 2$*) como*

$$S(P) = 5\,(P - 2)\,.$$

El precio de equilibrio con el impuesto, P_T^*, *lo calculamos resolviendo la ecuación*

$$100 - 5P = 5(P - 2);$$

es decir, $P_T^* = 11$. *La cantidad comerciada es* $Q_T^* = 100 - 5\,(11) = 45$. *El precio al productor es* $\hat{P}_T^* = 11 - 2 = 9$.

En el equilibrio sin impuesto, los excedentes de consumidores y productores eran

$$\begin{aligned} EC &= \frac{1}{2}\,(20 - 10)\,50 = 250 \\ EP &= \frac{1}{2}\,(10)\,50 = 250. \end{aligned}$$

Con el impuesto los excedentes son

$$\begin{aligned} EC_T &= \frac{1}{2}\,(20 - 11)\,45 = 202,5 \\ EP &= \frac{1}{2}\,(9)\,45 = 202,5. \end{aligned}$$

Por tanto, el impuesto supone reducciones de los excedentes de productores y consumidores iguales a $47,5$ *euros. La recaudación impositiva es igual a* $2Q_T^* = 90$ *euros. Observe que hay una pérdida neta de excedente de* $(47,5)\,2 - 90 = 5$ *euros.*

3. Una empresa de telefonía monopoliza el mercado en un área geográfica en la que la demanda de las empresas es $D_E(P) = \max\{400 - P, 0\}$ y la de los hogares $D_H(P) = \max\{200 - P, 0\}$. El coste marginal del monopolista es cero.

(a) (10 puntos) Determine gráfica y analíticamente el equilibrio de monopolio suponiendo que es posible discriminar en precios a hogares y empresas.

Calculamos las funciones de ingreso para los dos mercados: $I_E(Q_E) = \max\{(400 - Q_E) Q_E, 0\}$, $I_H(Q_H) = \max\{(200 - Q_H) Q_H, 0\}$. *Si el problema del monopolista tiene una solución interior* ($Q_E > 0$, $Q_H > 0$), *entonces la encontramos resolviendo el sistema:*

$$\begin{aligned} I'_E(Q_E) &= C'(Q_E + Q_H) \\ I'_H(Q_H) &= C'(Q_E + Q_H). \end{aligned}$$

Sustituyendo obtenemos el sistema

$$\begin{aligned} 400 - 2Q_E &= 0 \\ 200 - 2Q_H &= 0. \end{aligned}$$

Por tanto, $Q_E = 200 = P_E$ *y* $Q_H = 100 = P_H$. *El beneficio del monopolista es*

$$\Pi^*_{DISC} = (400 - 200)\,200 + (200 - 100)\,100 - C = 50.000 - C.$$

(La constante C es el coste fijo, que desconocemos.)

(b) (10 puntos) Calcule el equilibrio de monopolio sin discriminación de precios. Discuta si una medida legal que prohibiera discriminar en precios beneficiaría o perjudicaría a los hogares, y si redundaría en un mayor o un menor excedente total.

Calculamos la demanda de mercado, $D(P) = D_E(P) + D_H(P)$, y *obtenemos su inversa,*

$$P(Q) = \begin{cases} 400 - Q & \text{si } Q \leq 200 \\ 600 - 2P & \text{si } 200 < Q \leq 600 \\ 0 & \text{si } Q > 600 \end{cases}$$

Por tanto, la función de ingresos del monopolista es

$$I(Q) = \begin{cases} (400 - Q)\, Q & \text{si } Q \leq 200 \\ \left(600 - \frac{Q}{2}\right) Q & \text{si } 200 < Q \leq 600 \\ 0 & \text{si } Q > 600 \end{cases}$$

y la función de ingresos marginales es

$$I'(Q) = \begin{cases} 400 - 2Q & \text{si } Q \leq 200 \\ 600 - Q & \text{si } 200 < Q \leq 600 \\ 0 & \text{si } Q > 600. \end{cases}$$

Obtenemos la producción de equilibrio de monopolio resolviendo la ecuación

$$I'(Q) = 0.$$

Esta ecuación tiene dos soluciones: $Q = 200$ y $Q = 300$. *Los beneficios para* $Q = 200$ *son* $(400 - 200)\, 200 - C = 40.000 - C$, *mientras que los beneficios para* $Q = 300$ *son* $\left(300 - \frac{300}{2}\right) 300 - C = 45.000 - C$. *Por consiguiente, la solución es*

$$Q^*_{NDISC} = 300.$$

El precio de equilibrio de monopolio es en este caso

$$P^*_{NDISC} = 150.$$

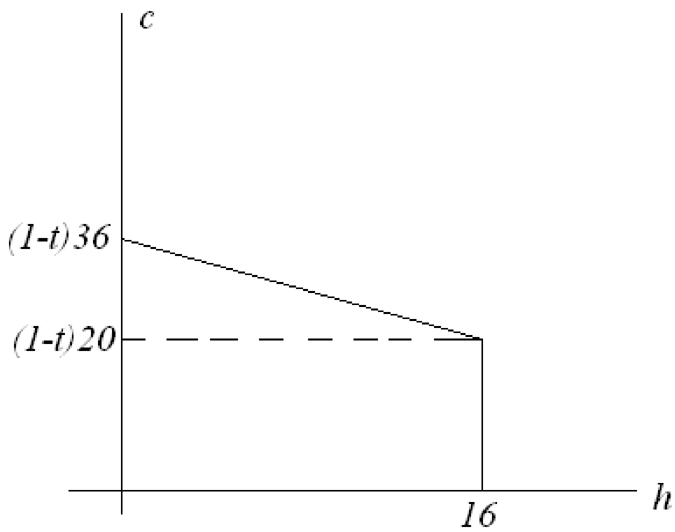
Obsérvese que impedir la discriminación de precios tiene un impacto positivo sobre el excedente del sector empresas – en el equilibrio sin discrimanción las empresas pagan menos y consumen más que en el equilibrio con discriminación. Sin embargo, impedir la discriminación de precios afecta negativamente a los hogares, pues en este caso pagan más y consumen menos (y, por tanto, su excedente es menor) que con discriminación de precios. Por supuesto, el beneficio y el excedente del monopolista es menor sin discriminación de precios que con ella:

$$\Pi^*_{NODISC} = 45.000 - C < 50.000 - C = \Pi^*_{DISC}.$$

4. Las preferencias de un individuo sobre ocio (h, medido en horas) y consumo (c, medido en euros – $p_c = 1$) diarios están descritas por la función de utilidad $u(h,c) = c + 8\ln h$. El individuo dispone de 16 horas para dedicar al trabajo/ocio y tiene un patrimonio que le reporta $M = 20$ euros diarios de renta no laboral. El salario es $w = 1$ euro/hora. Existe un impuesto $t \in (0,1)$ sobre la renta total. (La renta de que dispone el consumidor es, por tanto, $(1-t)$ por la suma de sus rentas laboral y no laboral.)

(a) (10 puntos) Describa la restricción presupuestaria del individuo, represente su conjunto presupuestario en el diagrama adjunto y calcule su oferta de trabajo como función de la tasa impositiva, $l(t)$.

Restricción presupuestaria: $c \leq (1-t)\,(M + w(16-h))$, $0 \leq h \leq 16$, $c \geq 0$. *También podemos escribirla como habitualmente:*



$c + (1-t)\,wh \leq (1-t)\,(20 + 16w)$.

Tenemos $RMS(h,c) = \frac{8}{h}$. *Por consiguiente, para* $w = 1$, *una solución al problema del consumidor "interior" resuelve el sistema*

$$\begin{aligned} \frac{8}{h} &= (1-t) \\ c + (1-t)\,h &= (1-t)\,36. \end{aligned}$$

Es decir, $h^* = \frac{8}{(1-t)}$ *y* $c^* = (1-t)\,36 - 8$. *Cuando* $t > \frac{1}{2}$, *tenemo* $\frac{8}{(1-t)} > \frac{8}{1-\frac{1}{2}} = 16$, *es decir, el consumidor querría más tiempo de ocio del que dispone. Por consiguiente, para* $t > \frac{1}{2}$ *tenemos una solución de esquina:* $h^* = 16$, $c^* = (1-t)(36 - h^*) = (1-t)20$. *Por tanto, las funciones de demanda de ocio y consumo son, respectivamente,*

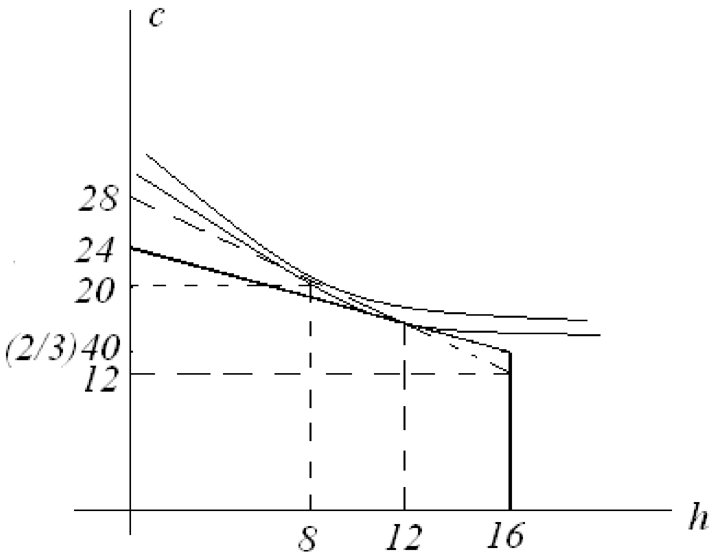
$$h(t) = \begin{cases} \frac{8}{(1-t)} & \text{si } t \leq \frac{1}{2} \\ 16 & \text{si } t > \frac{1}{2} \end{cases} \qquad c(t) = \begin{cases} 36\,(1-t) - 8 & \text{si } t \leq \frac{1}{2} \\ 20(1-t) & \text{si } t > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Y la oferta de trabajo es

$$l(t) = 16 - h(t) = \begin{cases} 16 - \frac{8}{(1-t)} & \text{si } t \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{si } t > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

(b) (10 puntos) Represente el conjunto presupuestario del individuo y calcule su combinación óptima de consumo y ocio para la tasa impositiva $t = \frac{1}{3}$. Determine, ya sea mediante un argumento gráfico o realizando los cálculos pertinentes, si el bienestar del individuo sería mayor o menor con esta tasa impositiva ($t = \frac{1}{3}$) o con un impuesto fijo (independiente de la renta) igual a 8 euros.

Restricción Presupuestaria: $c + \frac{2}{3}h \leq \frac{2}{3}36$, $0 \leq h \leq 16$, $c \geq 0$.



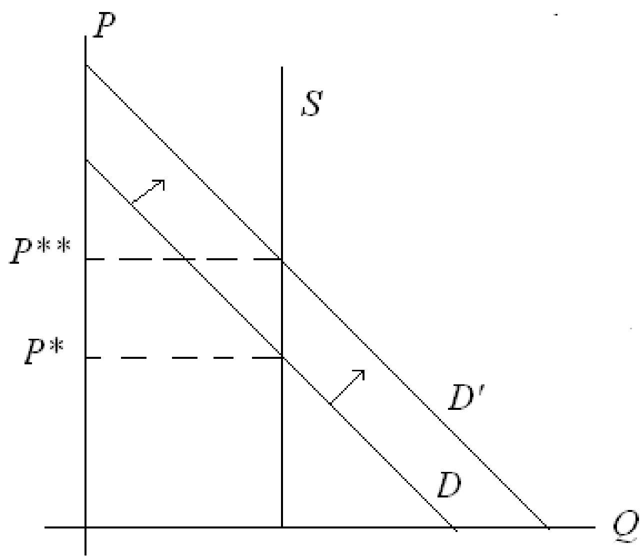
Usando la funciones de demanda del apartado (a) obtenemos la cesta óptima ocio-consumo para $t = \frac{1}{3}$: $(h^*, c^*) = (12, 16)$. *La cesta óptima cuando existe únicamente un impuesto fijo de 8 euros es la solución al sistema:*

$$\begin{aligned} \frac{8}{h} &= 1 \\ c + h &= 36 - 8. \end{aligned}$$

Es decir, $\left(\hat{h}^*, \hat{c}^*\right) = (8, 20)$. *Como* $u(12, 16) = 16 + 8\ln 8 = 32.636$ *y* $u(8, 20) = 20 + 8\ln 8 = 36.636$, *el consumidor tendría más bienestar con el impuesto fijo. El diagrama ilustra estos cálculos y muestra gráficamente porque el consumir puede mejorar con el impuesto fijo respecto al impuesto proporcional* $t = 1/3$: *simplemente el consumidor puede explotar las posibilidades de sustitución ocio-consumo al ratio 1 en vez de al ratio 1/3.*

5. (10 puntos) Llegan las elecciones. El Partido por la Revolución Inmobiliaria (PRI) ofrece a los menores de 30 años un subsidio de 500 euros al mes para el alquiler de su vivienda. Si la oferta de pisos en alquiler es completamente inelástica. ¿Cuál será el efecto sobre el precio y cantidad intercambiadas en el mercado? ¿Cómo se verá afectado el excedente total? ¿Quién ganará y quién perderá utilidad – los propietarios, los inquilinos de más o de menos de 30 años?

El subsidio induce un desplazamiento de la demanda hacia la derecha (un aumento de la demanda a cada precio), pero como la oferta es completamente inelástica, la cantidad de equilibrio (el número de viviendas que se alquilan) no se modifica y el único efecto es un aumento de precio. (Esto se ilustra en el diagrama adjunto.)



La magnitud del aumento del precio depende de quienes sean los que alquilan viviendas con y sin subsidio: si son los mismos, entonces el precio aumenta 500; si son distintos, entonces el precio aumenta menos de 500 euros. La magnitud del excedente con el subsidio también depende de quienes son los que alquilan viviendas con y sin subsidio: si son los mismos, entonces el excedente total no se altera; pero si algunos jóvenes "desplazan" a consumidores que alquilaban cuando el precio era el de equilibrio sin subsidio, entonces el excedente total disminuye, porque ahora alquilan viviendas consumidores que las valoran menos que otros consumidores que no alquilan.

6. (10 puntos) En un mercado competitivo hay dos tipos de empresas precio-aceptantes cuyas funciones de costes medios son, respectivamente, $CMe_1(Q) = Q^2 - 12Q + 39$ y $CMe_2(Q) = \frac{Q^2}{2} - 4Q + 12$. La demanda de mercado es $D(P) = \max\{90 - 20P, 0\}$. Calcule el equilibrio competitivo a largo plazo (precio, cantidad producida y número de empresas).

En el equilibrio competitivo a largo plazo el beneficio de las empresas en el sector es igual a cero. Por consiguiente,

(1) el precio de equilibrio, P_L^*, es igual al coste medio mínimo de la tecnología más eficiente,

(2)todas las empresas en la industria usan esta tecnología y producen la cantidad que minimiza su coste medio, Q_L^*, y

(3) el número de empresas, N_L^*, es el necesario para servir la demanda al precio P_L^* – es decir, $N_L^* = D(P_L^*)/Q_L^*$.

Calculamos el nivel de producción que minimiza el coste medio mínimo para las dos tecnología disponibles:

$$\frac{dCMe_1(Q)}{dQ} = 2Q - 12 = 0 \Rightarrow \ Q_1^* = 6 \ y \ CMe_1(Q_1^*) = 3$$

y

$$\frac{dCMe_2(Q)}{dQ} = Q - 4 = 0 \Rightarrow \ Q_2^* = 4 \ y \ CMe_2(Q_2^*) = 4.$$

Por tanto, $P_L^* = 3$, $Q_L^* = 6$ y $N_L^* = 30/6 = 5$.