Examen Final de Microeconomía: Test (uc3m, junio de 2021)

Nombre: Grupo:

Dispone de 30 minutos. Marque su respuesta con una "x". Se obtienen 2 puntos por cada respuesta correcta, -0,66 por cada respuesta incorrecta y 0 puntos por cada pregunta sin respuesta.

1. Si las preferencias de un consumidor $\succeq$ satisfacen los axiomas $A.1$, $A.2$ y $A.3$, y se sabe que $A = (0,2) \succ B = (1,1)$, entonces se puede inferir la siguiente relación entre estas cestas y la cesta $C = (1,2)$:

☒ $C \succ B$ ☐ $C \backsim A$ ☐ $C \backsim B$ ☐ $C \succ A$.

2. Si las preferencias de un individuo sobre dos bienes son monótonas (axioma A.3), entonces sus curvas de indiferencia:

☐ son convexas ☒ son decrecientes ☐ no se cruzan ☐ son continuas.

3. ¿Qué axioma NO satisfacen las preferencias representadas por la función de utilidad $u(x, y) = 2\sqrt{x} - y$?

☐ $A.1$ (completitud) ☐ $A.2$ (transitividad) ☒ $A.3$ (monotonicidad) ☐ $A.4$ (continuidad).

4. A precios $(p_x, p_y) \gg 0$ la demanda de un consumidor que prefiere lexicográficamente el bien x al bien y es:

☐ $x(p_x, p_y, I) = y(p_x, p_y) = \dfrac{I}{2(p_x + p_y)}$ ☒ $x(p_x, p_y, I) = \dfrac{I}{p_x}$, $y(p_x, p_y, I) = 0$

☐ $x(p_x, p_y, I) = \dfrac{I}{2p_x}, y(p_x, p_y) = \dfrac{I}{2p_y}$ ☐ indeterminada.

En 2019 los precios fueron $(p_x, p_y) = (1, 2)$ y las familias A y B consumieron las cestas $(x_A, y_A) = (2, 1)$ y $(x_B, y_B) = (4, 4)$, respectivamente. En 2021 los precios son $(p'_x, p'_y) = (3, 2)$. Si utilizamos los consumos de las familias A y B para identificar la cesta de consumo del agente representativo, entonces

5. el IPC de acuerdo con la versión de la fórmula de Laspeyres que utiliza el INE sería

☐ 3/2 ☐ 11/6 ☒ 7/4 ☐ 2,

6. mientras que el IPC democrático sería

☐ 3/2 ☒ 11/6 ☐ 7/4 ☐ 2.

8. La prima de riesgo de la lotería que paga $x = (0, 8)$ con probabilidades $p = (1/4, 3/4)$ para el individuo A cuyas preferencias están representadas por la función de utilidad de Bernoulli u_A es 2. Si las preferencias del individuo B están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u_B = 2u_A$, entonces su equivalente de certidumbre de esta lotería es:

☐ 2 ☒ 4 ☐ 6 ☐ 0

8. Las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = x^2$. Identifique la utilidad esperada y la prima de riesgo de la lotería $l = (x, p)$ que paga los premios $x = (0, 2, 4)$ con probabilidades $p = (3/8, 1/2, 1/8)$.

☐ $Eu(l) = 2$, $PR(l) = 1$ ☐ $Eu(l) = 2$, $PR(l) = 1/2$
☒ $Eu(l) = 4$, $PR(l) = -1/2$ ☐ $Eu(l) = 4$, $PR(l) = -1$.

9. Un individuo cuyas preferencias están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = x$ recibe una oferta de trabajo que paga un salario que depende de si la economía acelera su crecimiento (A), mantiene su crecimiento actual (B) o entra en recesión (C). En cada uno de estos escenarios los salarios son 24, 8 y 0, respectivamente. Las probabilidades de los escenarios A, B y C son $p_A = 1/4$, $p_B = 1/2$ y $p_C = 1/4$, respectivamente. Actualmente el individuo recibe un salario fijo de 10. Por tanto, el valor de la información perfecta para este individuo es:

☒ $\frac{7}{2}$ ☐ $\frac{7}{4}$ ☐ $\frac{5}{2}$ ☐ $\frac{5}{4}$

10. Lolita es una vaca competitiva que produce leche utilizando avena (A) y heno (H) de acuerdo con la función de producción $F(A, H) = A + \sqrt{H}$. Por tanto, como productora de leche Lolita tiene:

☐ costes marginales decrecientes ☐ rendimientos constantes a escala
☒ deseconomías de escala ☐ una función de costes totales cóncava.

11. Una empresa produce un bien con trabajo y capital de acuerdo con la función de producción $F(L, K) = \min\{\sqrt{L}, 2K\}$. Si los precios de los factores trabajo y capital son $w = 1$ y $r = 4$, respectivamente, sus funciones de costes para $q > 0$ satisfacen:

☒ $CM_a(q) = 2(q + 1)$ ☐ $C(q) = 4 + q^2$ ☐ $CM_e(q) = \frac{4}{q} + 3$ ☐ $CM_a(q) = 4 + 2q$.

12. Si la función de costes de una empresa satisfice $CM_e(q) > CM_a(q)$ para todo q, entonces la empresa tiene:

☒ coste medio decreciente ☐ rendimientos constantes a escala
☐ deseconomías de escala ☐ coste marginal creciente.

13. Si existen dos tecnologías para producir un bien que generan las funciones de costes $C_A(q) = 3q^2 + 12q + 3$ y $C_B(q) = 5q^2 + 20$, respectivamente, y la demanda es $D(p) = \max\{36 - p, 0\}$, entonces en el equilibrio competitivo a largo plazo (con libertad de entrada y de uso de las tecnologías A y B) el precio, p_L^*, y el número de empresas de cada tipo, (n_A^*, n_B^*), satisfacen:

☐ $p_L^* = 18 = n_A^* + n_B^*$ ☒ $p_L^* = 18 = n_A^*$, $n_B^* = 0$
☐ $p_L^* = 20, n_A^* = 0$, $n_B^* = 16$ ☐ $p_L^* = 20, n_A^* + n_B^* = 16$.

14. El índice de Lerner de un monopolio que produce el bien a coste cero en un mercado en el que la demanda es $D(p) = \max\{1 - \frac{p}{4}, 0\}$ es

☐ $L = 0$ ☐ $L = \frac{1}{4}$ ☐ $L = \frac{1}{2}$ ☒ $L = 1$.

15. Una empresa que produce un bien con costes totales $C(q) = q^2$ monopoliza un mercado en el que la demanda es $D(p) = \max\{12 - p, 0\}$. La introducción de un precio máximo $\bar{p} = 8$ euros/unidad supone:

☐ una mayor pérdida de eficiencia ☐ una disminución del excedente total
☒ un aumento del excedente del consumidor ☐ una disminución del nivel de producción.

Examen Final de Microeconomía: Ejercicios (uc3m, junio de 2021)

Nombre: Grupo:

Dispone de dos horas para completar todos los ejercicios.

1. Las preferencias de un consumidor sobre energía (x, en kilovatios hora) y otros bienes (y, en euros) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = xy^2$. Puesto que y está expresado en euros, $p_y = 1$. Denotemos como p_x el precio de la energía (euros/kWh) y como I la renta del consumidor (euros).

(a) (10 puntos) Calcule sus funciones de demanda ordinarias, $x(p_x, I)$ e $y(p_x, I)$. (Verifique la existencia de soluciones de esquina o muestre que no las hay.)

Supongamos que $I > 0$. *Entonces el consumidor puede adquirir la cesta* $(\bar{x}, \bar{y}) = (I/(2p_x), I/2) \gg 0$, *cuya utilidad es positiva* $u(\bar{x}, \bar{y}) = I^2/(4p_x) > 0$. *Por tanto, la cesta optima* (x^*, y^*) *satisface* $u(x^*, y^*) \geq u(\bar{x}, \bar{y}) > 0 = u(0, y) = u(x, 0)$; *es decir, la solución al problema del consumidor es interior.*

Tenemos

$$RMS(x,y) = \frac{y}{2x}.$$

Para $I > 0$ *la solución al problema del consumidor (que, sabemos, es interior) resuelve el sistema*

$$\begin{aligned} \frac{y}{2x} &= \frac{p_x}{1} \\ xp_x + yp_y &= I. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos las demandas ordinarias:

$$\begin{aligned} x(p_x, I) &= \frac{I}{3p_x} \\ y(p_x, I) &= \frac{2I}{3}. \end{aligned}$$

(b) (15 puntos) Si la renta del consumidor es $I = 12$ y el precio de la energía es $p_x = 1$, calcule los efectos renta y sustitución sobre la demanda de energía (x) de un impuesto de 1 euro por kilovatio hora de consumo energético. Calcule también la recaudación de este impuesto.

Calculamos la cesta óptima a los precios $p_x = 1$ y renta $I = 12$:

$$x_A = x(1,12) = \frac{12}{3\,(1)} = 4;\; y_A = y(1,12) = \frac{2\,(12)}{3} = 8.$$

La utilidad del consumidor para esta cesta es $u(4,8) = 4\,(8)^2 = 256$. Con el impuesto, el precio de la energía es $p'_x = 2$ y la cesta óptima del consumidor es

$$x_C = x(2,12) = \frac{12}{3\,(2)} = 2;\; y_C(2,12) = \frac{2\,(12)}{3} = 8$$

y la recaudación del impuesto es

$$R = 1 \times x_C = 2$$

Para calcular el efecto sustitución ES identificamos la cesta (x_B, y_B) que resuelve el sistema:

$$\begin{aligned} \frac{y_B}{2x_B} &= \frac{p'_x}{1} = 2 \\ x_B\,(y_B)^2 &= 256. \end{aligned}$$

La solución es $(x_B, y_B) = (2\sqrt[3]{2}, 8\sqrt[3]{2})$. Por tanto,

$$ES = x_B - x_A = 2\sqrt[3]{2} - 4 = -2\left(2 - \sqrt[3]{2}\right)$$

y el efecto renta es

$$\begin{aligned} ER &= ET - ES \\ &= (2-4) + 2\left(2 - \sqrt[3]{2}\right) \\ &= -2\left(\sqrt[3]{2} - 1\right) \end{aligned}$$

(c) (5 points) Calcule el verdadero índice de precios al consumo de este individuo suponiendo que su renta es $I = 12$ y tomando $(p_x, p_y) = (1,1)$ como los precios del período base y $(p'_x, p'_y) = (2,1)$ como los precios del período corriente.

A los precios $(p_x, p_y) = (1,1)$ la cesta óptima es $(x_A, y_A) = (1,4)$, calculada en el apartado (b). En este apartado también se calculó la cesta $(x_B, y_B) = (2\sqrt[3]{2}, 8\sqrt[3]{2})$, la más barata que permite al consumidor mantener la utilidad $u(4,8) = 256$ a los precios $(p'_x, p'_y) = (2,1)$. Por tanto, el índice de precios al consumo verdadero de este individuo, IPC^*, es

$$IPC^* = \frac{p'_x\left(2\sqrt[3]{2}\right) + p'_y\left(8\sqrt[3]{2}\right)}{12} = \frac{2\left(2\sqrt[3]{2}\right) + \left(8\sqrt[3]{2}\right)}{12} = \sqrt[3]{2} \simeq 1,26.$$

2. Una empresa produce un bien con trabajo L y capital K de acuerdo con la función de producción $F(L,K) = \sqrt{L} + K$. Los precios de trabajo y capital son $w = 1$ y $r = 3$, respectivamente.

(a) (10 puntos) Calcule las funciones de costes totales, marginales y medios, y la oferta de la empresa a largo plazo.

Para obtener la demanda condicional de factores resolvemos el sistema

$$\begin{aligned} RMST(L,K) &= \frac{w}{r} \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{L}} = \frac{1}{3} \\ F(L,K) &= q \Leftrightarrow \sqrt{L} + K = q, \end{aligned}$$

Por tanto,

$$L(q) = \begin{cases} q^2 & si\ q \leq 3/2 \\ \frac{9}{4} & si\ q > 3/2. \end{cases}, \quad K(q) = \begin{cases} 0 & si\ q \leq 3/2 \\ q - \frac{3}{2} & si\ q > 3/2. \end{cases}$$

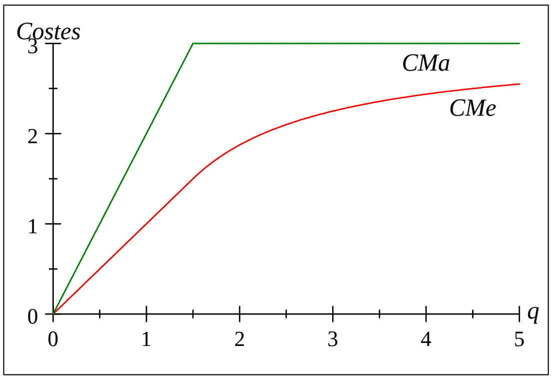
Por tanto, la función de costes es

$$C(q) = L(q) + rK(q) = \begin{cases} q^2 & \text{si } q \leq 3/2 \\ \frac{9}{4} + 3\left(q - \frac{3}{2}\right) & \text{si } q > 3/2. \end{cases}$$

Las funciones de costes marginales y medios son

$$CMa(q) = \begin{cases} 2q & \text{si } q \leq 3/2 \\ 3 & \text{si } q > 3/2 \end{cases}, \quad CMe(q) = \begin{cases} q & \text{si } q \leq 3/2 \\ 3 - \frac{9}{4q} & \text{si } q > 3/2 \end{cases}.$$

Como vemos, la empresa tiene deseconomías de escala: $C''(q) = CMa'(q) \geq 0$ *y* $CMa(q) > CMe(q)$ *para todo* q. *El gráfico adjunto muesta la funciones de* CMa y CMe.



Por tanto, su oferta coincide con su curve de coses marginales. (Puesto que $C''(q) \geq 0$ *y* $CMa(q) > CMe(q)$*, las condiciones de segundo orden y de cierre se cumplen.) En particular, para* $p > 3$ *el problema de maximización de beneficios no tiene solución (la empresa querría ofrecer infinito).*

$$s(p) = \begin{cases} \frac{p}{2} & si\ p < 3 \\ [3/2, \infty) & si\ p = 3 \\ \textit{indeterminada} & si\ p > 3. \end{cases}$$

(b) (10 puntos) En la actualidad (y a corto plazo) el capital de la empresa es $\bar{K} = 1$. Calcule la función de oferta de la empresa a corto plazo.

Para calcular la oferta a corto plazo, observamos que $F(L,1) = 1$ y, por tanto, la demanda condicional de trabajo a corto plazo es

$$\bar{L}(q) = \begin{cases} 0 & \text{si } q < 1 \\ (q-1)^2 & \text{si } q \geq 1. \end{cases}$$

La función de costes a corto plazo es

$$\bar{C}(q) = r\bar{K} + \bar{L}(q) = \begin{cases} 3 & \text{si } q < 1 \\ 3 + (q-1)^2 & \text{si } q \geq 1 \end{cases}$$

y las funciones de costes marginales y medios variables son

$$\overline{CMa}(q) = \begin{cases} 0 & \text{si } q < 1 \\ 2\,(q-1) & \text{si } q \geq 1 \end{cases}, \quad \overline{CMeV}(q) = \begin{cases} 0 & \text{si } q < 1 \\ \dfrac{(q-1)^2}{q} & \text{si } q \geq 1 \end{cases}.$$

Para calcular la función de oferta resolvemos la ecuación

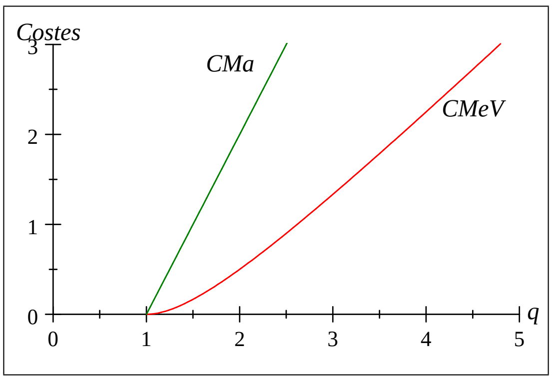
$$p = \overline{CMa}(q) \Leftrightarrow p = 2\,(q-1) \Leftrightarrow q = \frac{p}{2} + 1.$$

Puesto que $\bar{C}''(q) = \overline{CMa}'(q) \geq 0$, la condición de segundo orden de maximización de beneficios se cumple. Como

$$\overline{CMa}(q) - \overline{CMeV}(q) = 2\,(q-1) - \frac{(q-1)^2}{q} = (q-1)\left(\frac{q+1}{q}\right) > 0$$

para $q > 1$, la condición de cierre también se cumple. Por tanto, la oferta de la empresa a corto plazo es su curva de costes marginales:

$$p = 2\,(q-1) \Leftrightarrow \bar{s}(p) = \frac{p}{2} + 1.$$



3. (20 puntos) Una empresa tiene la patente de un medicamento cuya demanda es $D^w(p) = \max\{10 - p, 0\}$ en *westeros* y $D^e(p) = \max\{2 - p, 0\}$ en *easteros*. La empresa produce el medicamente sin coste. Calcule los equilibrios de monopolio con y sin discriminación de precios de tercer grado. ¿A quién beneficia (consumidores de westeros o easteros, monopolista) la discriminación de precios?

Las funciones inversas de demanda son

$$p^w(q) = \max\{10 - q, 0\},\ p^w(q) = \max\{4 - q, 0\},$$

respectivamente. Por tanto, con discriminación de precios la solución al problema del monopolista es

$$\begin{aligned} 10 - 2q_w &= 0 \\ 2 - 2q_e &= 0, \end{aligned}$$

cuya solución es $q_w = 5$ *y* $q_e = 1$. *Los precios de equilibrio son* $p_w^* = 5$ *y* $p_e^* = 1$. *Los excedentes de los consumidores en estos mercados y el beneficio del monopolista son*

$$EC^w = 12,5,\ EC^e = 0,5,\ \pi = 26$$

Para resolver el problema del monopolista sin discriminación de precios tenemos que calcular la demanda agregada. Para ello, observamos que para precios mayores a 10 no hay demanda del bien, mientras que para precios comprendidos entre 2 y 10 solo hay demanda del bien en westeros, y para precios menores que 2 hay demanda del bien en ambos mercados. Por tanto, la demanda agregada es

$$\bar{p}(q) = \begin{cases} 0 & \text{si } q > 12 \\ 6 - \dfrac{q}{2} & \text{si } 8 < q \leq 12 \\ 10 - q & \text{si } q \leq 8. \end{cases}$$

El ingreso del monopolista es $I(q) = p(q)q$ *y su ingreso marginal es*

$$IMa(q) = \begin{cases} 0 & \text{si } q > 12 \\ 6 - q & \text{si } 8 < q \leq 12 \\ 10 - 2q & \text{si } q \leq 8. \end{cases}$$

El equilibrio de monopolio sin discriminación de precios se obtiene resolviendo la ecuación $IMa(q) = CMa(q)$. *Puesto que* $IMa(q) = 6 - q < 0$ si $8 < q \leq 12$, *el output del monopolista satisfece* $q \leq 8$, *y por consiguiente resuelve la ecuación*

$$10 - 2q = 0$$

cuya solución es $q_M = 5$. *El precio de equilibrio es* $p_M = 5$. *Los excedentes de consumidores en ambos mercados y los beneficios del monopolista sin discriminación son:*

$$\overline{EC}^w = 12,5,\ \overline{EC}^w = 0,\ \bar{\pi} = 25$$

Vemos que los consumidores de westeros no se ven afectados por la discriminacion o no discriminacion de precios, mientras que ambos, los consumidores easteros y el monopolista empeoran si se impide la discriminación de precios.