Teoría de la empresa

Maximización de Beneficios

y

Minimización de Costes

El Problema de la Empresa

Consideramos una empresa que produce un único bien *Q,* utilizando trabajo (*L*) y capital (*K*), con una tecnología descrita por la *función de producción* *F(L,K).*

La empresa es *precio-aceptante* en los mercados de trabajo y capital en los que los precios son *w* y *r*, respectivamante. (Esta hipótesis es razonable si los mercados de trabajo y capital son grandes en relación a el tamaño del mercado del producto).

Denotemos por *p* el precio de mercado del bien *Q*.

Problema de la Empresa

El problema de maximización de beneficios de la empresa es

$$\max \; pQ - wL - rK$$

s.a.

$$F(L,K) \geq Q$$

$$Q \geq 0,\ L \geq 0,\ K \geq 0,$$

donde pQ es el ingreso de la empresa y $wL+rK$ es el coste.

¿Cuáles son las variables de decisión de la empresa?

Q, L, K, ¿p?

Problema de la Empresa

En un mercado competitivo, la oferta de una empresa individual es muy pequeña comparada con la oferta de mercado. En este caso, una empresa las decisiones de producción tienen un impacto despreciable sobre el precio de mercado p y, por tanto, es razonable asumir que la empresa actúa como *precio-aceptante*.

Pero si la oferta de la empresa es grande en relación a la oferta de mercado, es decir, si la empresa tiene *poder de mercado,* entonces sería un error asumir que actúa como precio-aceptante.

Minimización de Costes

Por ahora, pospongamos el problema de maximización de beneficios y estudiemos el problema "interno" de la empresa tomando el nivel de producción como dado: Q_0 .

Fijando Q_0 , el objetivo de maximizar beneficios implica, como un objetivo intermedio, la minimización del coste de producir Q_0.

Minimización de Costes

Existen varios tipos de conceptos de costes:

Costes contables: precio de compra neto de la depreciación.

Coste de oportunidad: valor del mejor uso alternativo.

Costes hundidos: costes irrecuperables asociados con decisiones pasadas.

Minimización de costes

Desde un punto de vista económico, el coste relevante es el coste de oportunidad. Los costes hundidos son irrelevantes a la hora de tomar decisiones óptimas.

Ejemplo: una empresa posee un edificio que no se está usando en el proceso productivo. Como la empresa no paga ningún alquiler, no hay coste contable. Sin embargo, el coste de oportunidad es mayor que cero (el edificio se podría alquilar).

Minimización de Costes

Corto plazo y largo plazo

Largo plazo: todos los factores productivos son variables.

Corto plazo: algunos factores productivos están fijos (capital, por ejemplo). Variar la cantidad de estos factores requiere tiempo.

Costes fijos y costes variables

El coste variable es el coste de los factores que pueden variar en el corto. Por tanto, estos costes dependen del nivel de producción deseado.

El coste fijo es el coste de aquellos factores que están fijos en el corto plazo y es independiente del nivel de producción.

Minimización de Costes

Dado el objetivo de producción, el problema de la empresa es:

$$Max_{L\geq 0, K\geq 0}\, pQ_0 - wL - rK$$

Como pQ_0 es una constante (incluso si p depende de Q), este problema es equivalente al problema:

$$Max_{L\geq 0, K\geq 0}\;\; -(wL + rK)$$

que a su vez es equivalente al problema:

$$Min_{L\geq 0, K\geq 0}\;\; wL + rK$$

Minimización de Costes: Corto Plazo

Como nuestro contexto sólo hay dos factores, trabajo y capital, si asumimos que el capital está fijo (K_0) en el corto plazo, entonces el problema de minimización de costes a corto plazo es:

$$\min \; wL - rK_0$$

$$\text{s.a.} \quad F(L,K_0) \geq Q, \; L \geq 0.$$

Aquí, rK_0 es el coste fijo (CF).

Minimización de Costes: Corto Plazo

La solución a este problema implica usar la cantidad de trabajo (el único factor variable) que resuelve la ecuación

$$F(L, K_0) = Q.$$

Esto es, la solución al problema de minimización consiste en elegir la mínima cantidad de trabajo que permite producir Q unidades del bien, dado que tenemos K_0 unidades de capital.

Resolviendo esta ecuación obtenemos la demanda condicionada de trabajo a corto plazo

$$L^* = L\,(K_0, Q).$$

Minimización de Costes a Corto Plazo

Ejemplo. La función de producción de una empresa es

$$F(L,K)=(LK)^{1/2}$$

El capital está fijo en el corto plazo al nivel $K_0 = 36.$ Por tanto, su función de producción a corto plazo es

$$F(L,36)=(L36)^{1/2} = 6L^{1/2},$$

y su demanda condicionada de trabajo a corto plazo es

$$L(Q) = Q^2/36.$$

Minimización de Costes: Largo Plazo

A largo plazo, ambos factores, trabajo y capital, son variables. Por tanto, el problema de minimización de costes se puede escribir como

$$\min_{L \geq 0, K \geq 0} wL + rK$$

$$F(L,K) \geq Q$$

Resolviendo este problema, obtenemos las funciones de demanda condicional de factores:

$$L^* = L(w,r,Q) \text{ y } K^* = K(w,r,Q)$$

Minimización de Costes: Largo Plazo

Como en la teoría del consumidor, el problema de minimización de costes puede tener soluciones interiores y/o soluciones de esquina, dependiendo de las características de la función de producción.

(a) Solución interior

$$RMST(L,K) = \frac{w}{r}$$

$$F(L,K) = Q$$

Minimización de Costes: Largo Plazo

(b) Solución esquina

(b1) Sólo se usa capital (L*=0)

$$RMST(L,K) \leq \frac{w}{r}$$

$$F(0,K) = Q$$

(b2) Sólo se usa trabajo (K*=0)

$$RMST(L,K) \geq \frac{w}{r}$$

$$F(L,0) = Q$$

Minimización de Costes: Largo Plazo

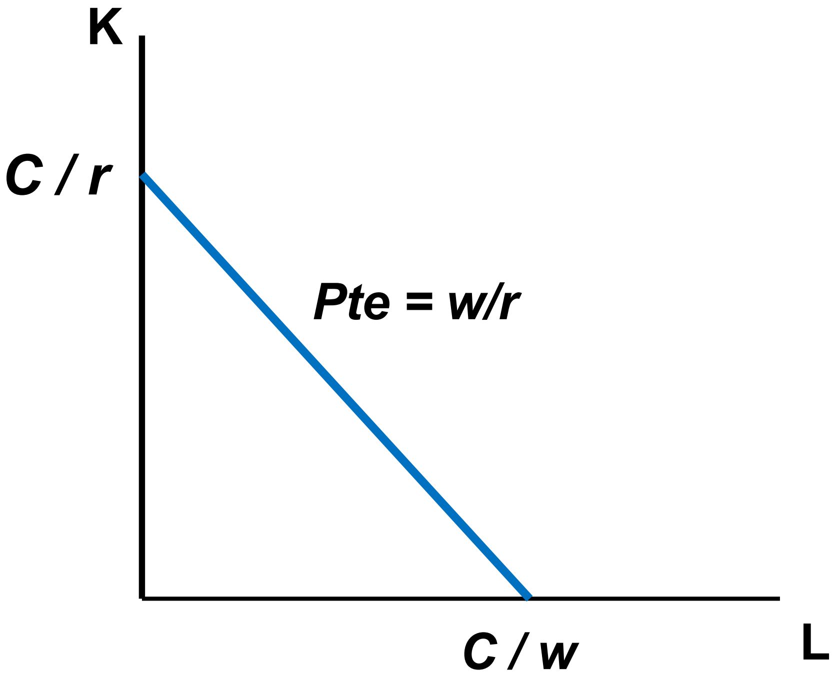
Para resolver el problema gráficamente, necesitamos usar un nuevo concepto: la recta isocoste.

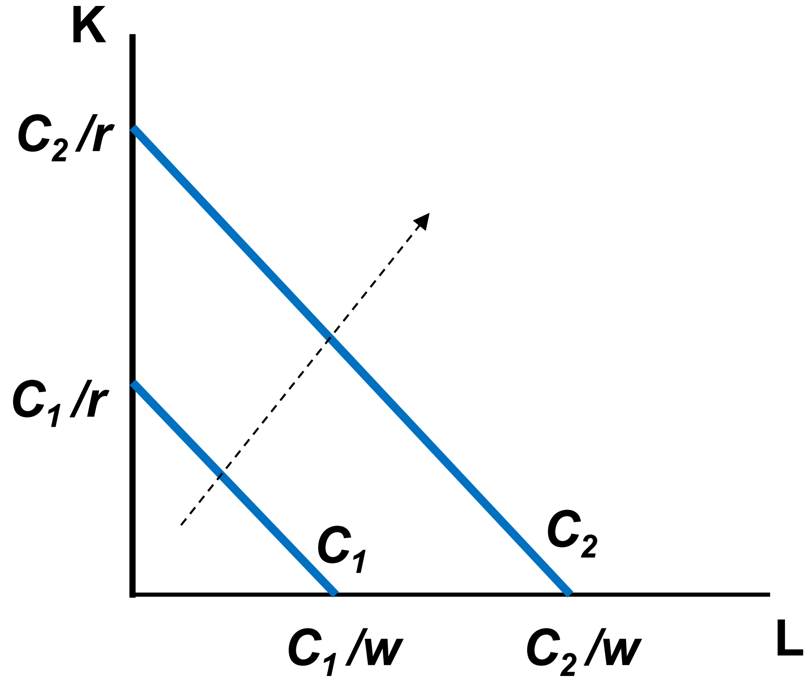
Una recta isocoste representa todas las combinaciones de factores que cuestan lo mismo.

Minimización de Costes: Largo Plazo

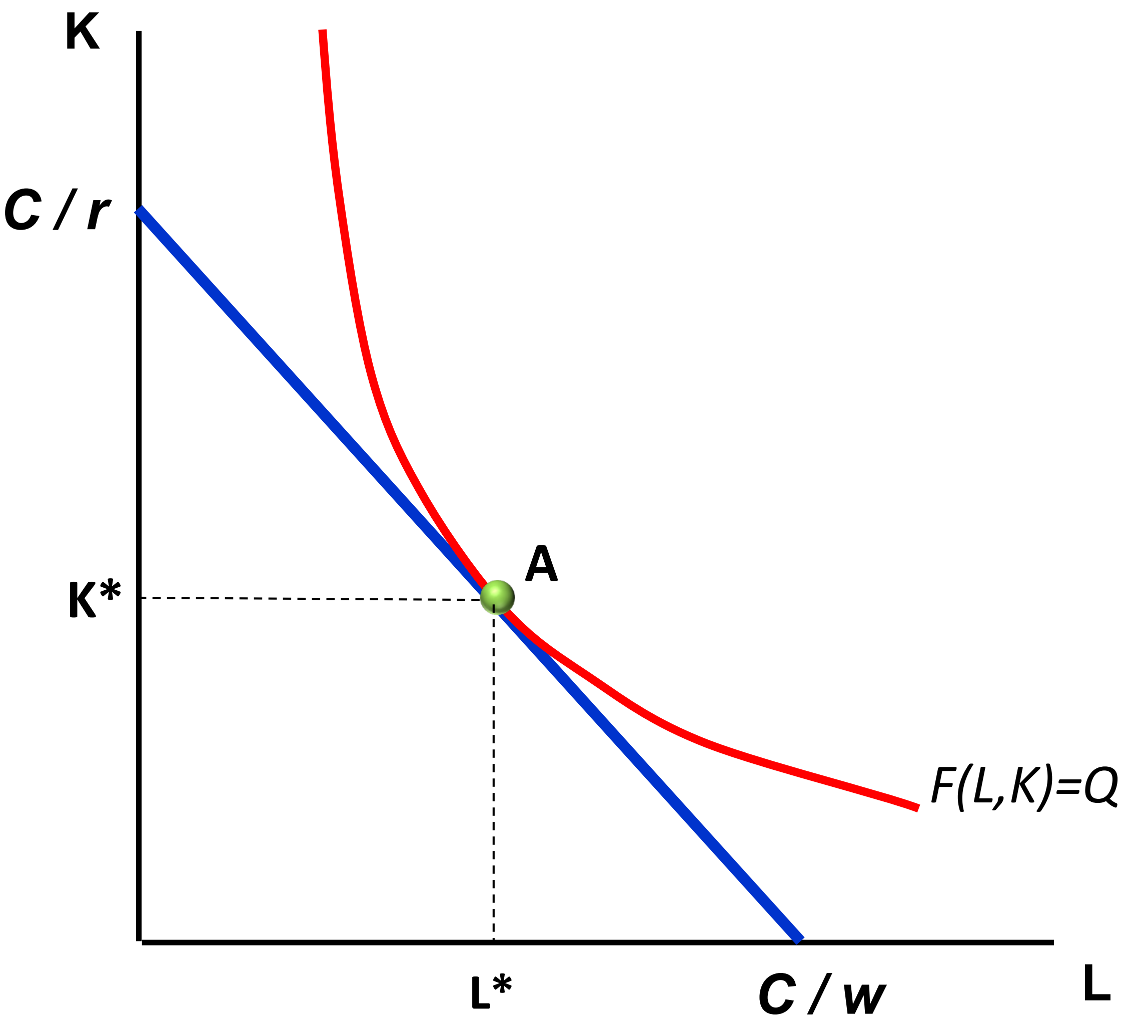
$$wL + rK = C$$

El coste aumenta en la dirección noreste: $C_1 < C_2$



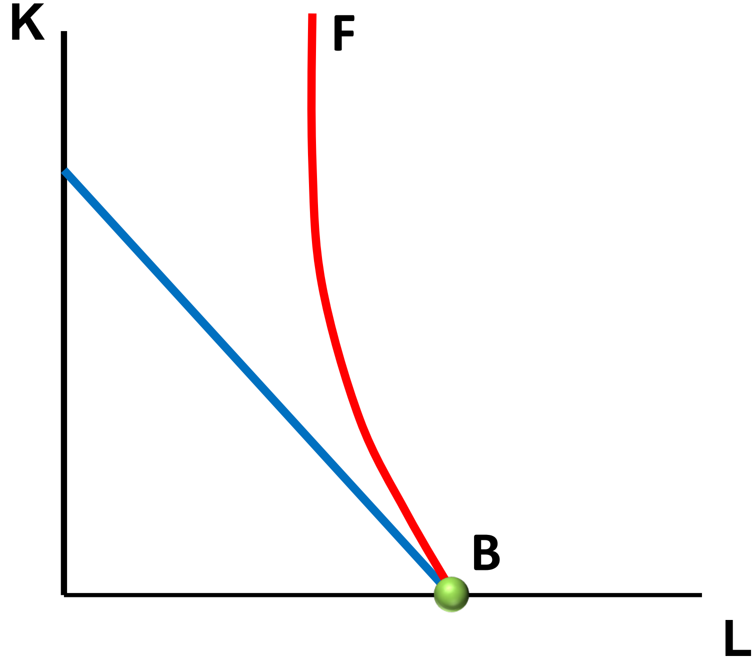


Minimización de Costes: Largo Plazo

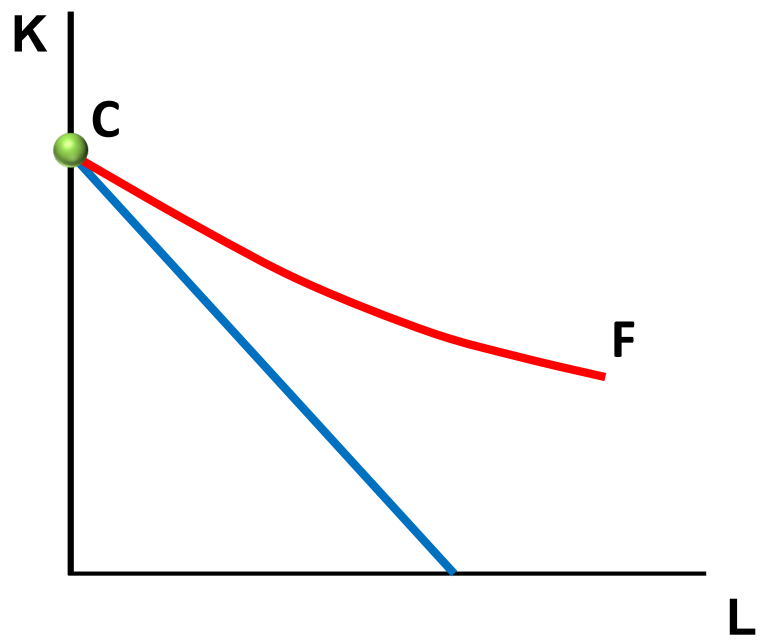


Minimización de Costes: Largo Plazo

K= 0*

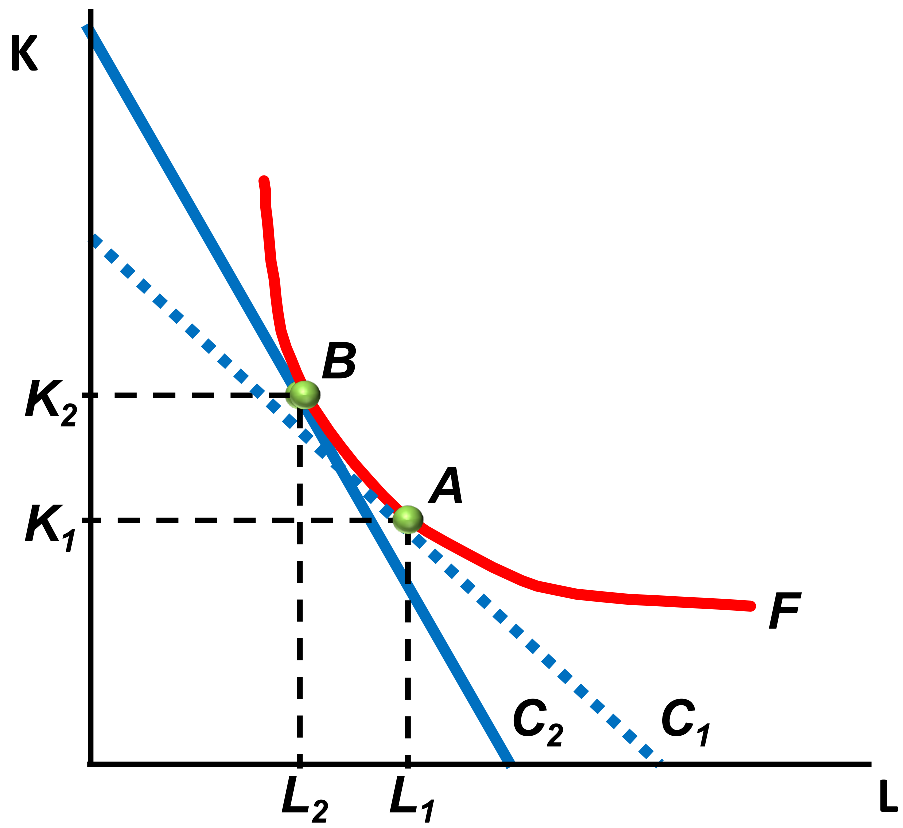


L= 0*



Minimización de Costes: Largo Plazo

Sustitución de los factores: Si el precio del trabajo aumenta, la curva isocoste, cuya pendiente es w / r, se hace más inclinada. La empresa reacciona utilizando más capital y menos trabajo.



Minimización de Costes a Largo Plazo: Ejemplos

$$(a)\ F(L,K) = LK$$

Solución interior:

resolvemos el sistema formado por

$$RMST(L,K) = w/r \Rightarrow K/L = w/r$$
$$F(L,K) = Q \Rightarrow LK = Q$$

Y obtenemos las demandas condicionadas de factores:

$$L^* = \sqrt{\frac{r}{w}Q}\,; \quad K^* = \sqrt{\frac{w}{r}Q}$$

Minimización de Costes a Largo Plazo: Ejemplos

$$(b)\ F(L,K)=\sqrt{LK}$$

Solución interior:

resolvemos el sistema formado por

$$RMST(L,K)=w/r \Rightarrow K/L=w/r$$
$$F(L,K)=Q \Rightarrow \sqrt{LK}=Q$$

Y obtenemos las demandas condicionadas de factores:

$$L^{*}=Q\sqrt{\frac{r}{w}}\,;\;\; K^{*}=Q\sqrt{\frac{w}{r}}$$

Minimización de Costes a Largo Plazo: Ejemplos

$$(c)\ F(L,K) = \sqrt[3]{LK}$$

Solución interior:

resolvemos el sistema formado por

$$RMST(L,K) = w/r \Rightarrow K/L = w/r$$
$$F(L,K) = Q \Rightarrow \sqrt[3]{LK} = Q$$

Y obtenemos las demandas condicionadas de factores:

$$L^* = Q^{3/2}\sqrt{\frac{r}{w}}\ ;\ \ K^* = Q^{3/2}\sqrt{\frac{w}{r}}$$

Minimización de Costes a Largo Plazo: Ejemplos

$$(d)\ F(L,K) = \min\{2L, K\}$$

Solución interior:

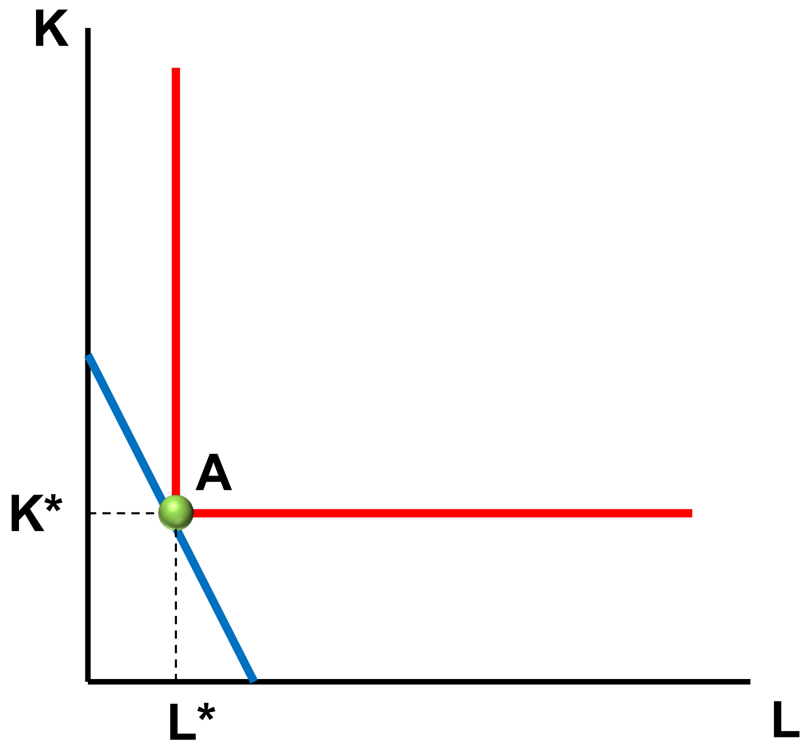
resolvemos el sistema formado por

$$2L = K$$
$$F(L,K) = Q \Rightarrow \min\{2L, K\} = Q$$

Y obtenemos las demandas condicionadas de factores:

$$L^* = \frac{Q}{2};\ \ K^* = Q$$

Minimización de Costes a Largo Plazo: Ejemplos



Minimización de Costes a Largo Plazo: Ejemplos

$$(e)\ F(L,K) = L + 2K$$

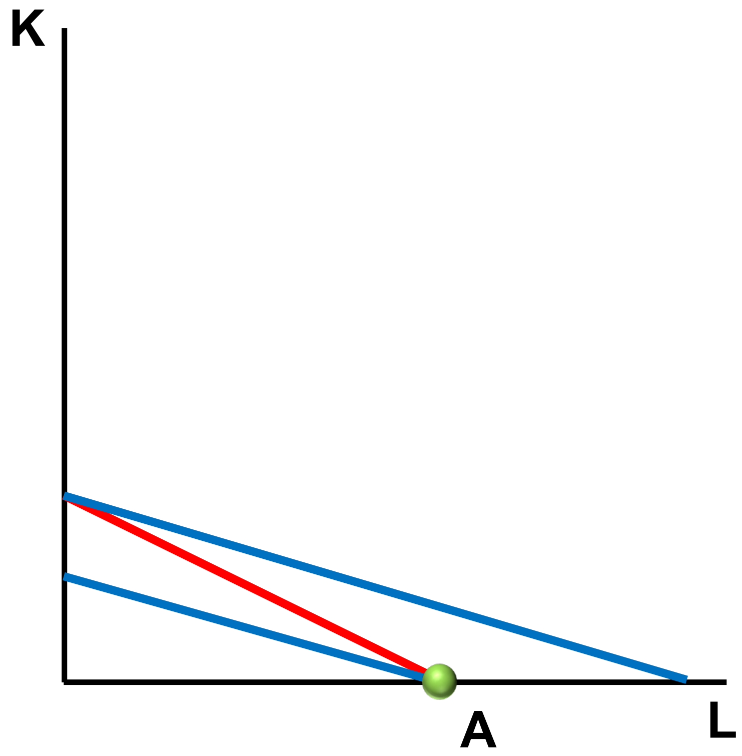
Solución esquina

En este caso, las demandas condicionadas de factores serán:

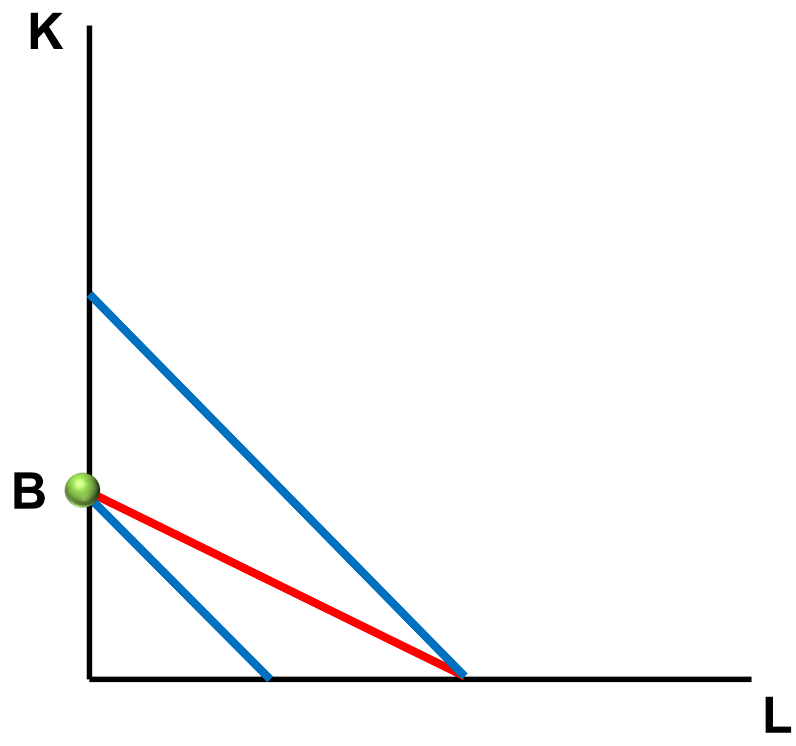
$$L^* = \begin{Bmatrix} Q \ \ si \ \ w/r < 1/2 \\ 0 \ \ si \ \ w/r > 1/2 \\ \gamma \in [0,Q] \ \ si \ \ w/r = 1/2 \end{Bmatrix} \qquad K^* = \begin{Bmatrix} 0 \ \ si \ \ w/r < 1/2 \\ Q/2 \ \ si \ \ w/r > 1/2 \\ (Q-\gamma)/2 \ \ si \ \ w/r = 1/2 \end{Bmatrix}$$

Minimización de Costes a Largo Plazo: Ejemplos

F(·)=L+2K, w=1 y *r=3*



F(·)=L+2K, w=1 y *r=1*



Funciones de Costes

La función de coste total proporciona el coste mínimo de cada nivel de producción Q en función de los precios de los factores w y r:

$$C(Q,w,r) = wL(Q,w,r) + rK(Q,w,r).$$

El coste total se puede descomponer como la suma del coste variable (el coste de los factores variables), $CV(Q,w,r)$, y el coste fijo (el coste de los factores fijos), CF, que es independiente del nivel de producción.

$$C(Q,w,r) = VC(Q,w,r) + FC = wL_0(Q,w) + rK_0$$

A largo plazo el coste total y el coste variable coinciden. A corto plazo, sin embargo, el coste de los factores fijos es independiente del nivel de producción y, por tanto, el coste variable es menor que el coste total.

Obviamente, el coste total a largo plazo es menor o igual que el coste total en el corto plazo. (¿Por qué?)

Funciones de Costes

El coste medio (total) mide el coste por unidad producida,

$$CMe(Q,w,r) = C(Q,w,r)/Q.$$

Para precios dados de los factores, el coste medio a largo plazo es menor o igual que el coste medio a corto plazo.

Del mismo modo, el coste variable medio es

$$CVMe(Q,w,r) = CV(Q,w,r)/Q.$$

En el largo plazo, el coste total medio y el coste variable medio coinciden.

El coste total medio se puede descomponer como la suma del coste variable medio y el coste fijo medio.

$$CMe(Q,w,r) = CVMe(Q,w,r) + CF/Q.$$

Funciones de Costes

El coste marginal mide el incremento en el coste debido a un aumento marginal (infinitesimal) del nivel de producción,

$$CMa(Q,w,r) = dC(Q,w,r)/dQ.$$

Para precios dados de los factores, el coste marginal a largo plazo puede ser mayor o menor que el coste marginal a corto plazo.

Economías de escala

Economías de escala: el coste se incrementa menos que proporcionalmente con el nivel de producción; esto es, para $\lambda > 1$,

$$C(\lambda Q) < \lambda C(Q).$$

Esta condición equivale a que el coste medio sea decreciente respecto al nivel de producción; esto es,

$$dCMe(Q,w,r)/dQ < 0.$$

Si la tecnología de la empresa tiene rendimientos crecientes de escala, entonces la empresa tiene economías de escala.

Economías de escala

Deseconomías de escala: el coste se incrementa más que proporcionalmente con el nivel de producción; esto es, para $\lambda > 1$,

$$C(\lambda Q) > \lambda C(Q).$$

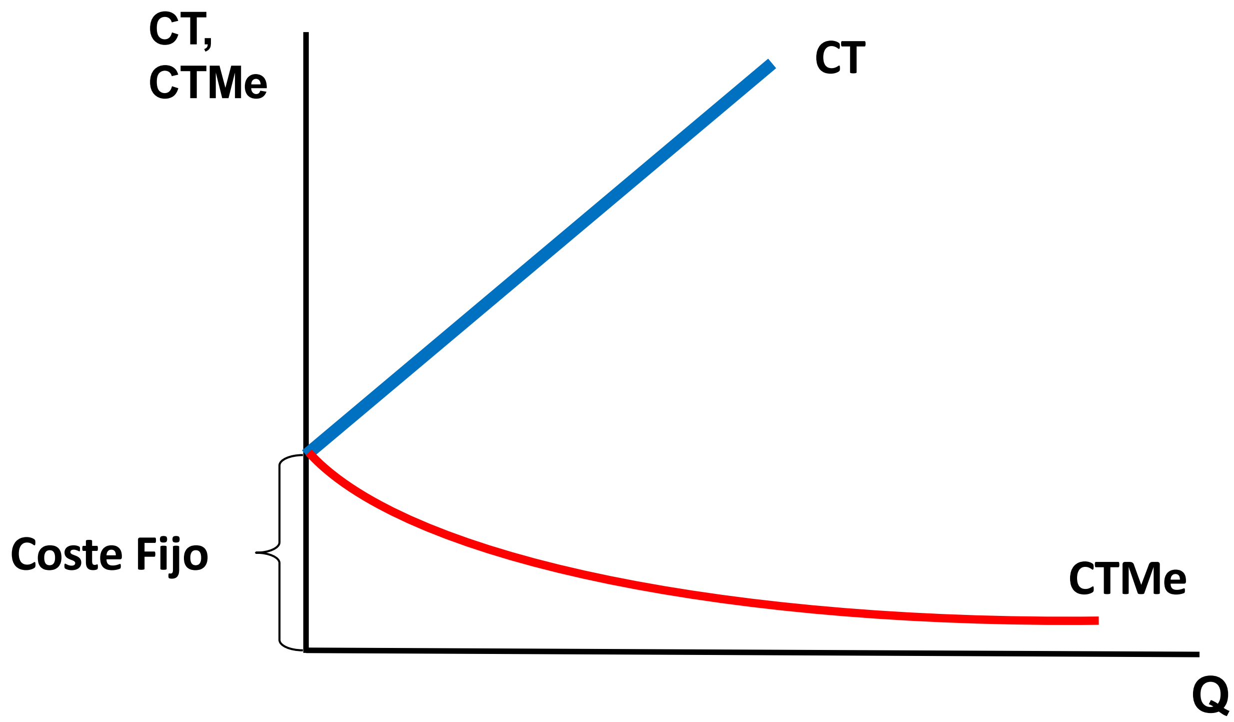
Esta condición equivale a que el coste medio sea creciente respecto al nivel de producción; esto es,

$$dCMe(Q,w,r)/dQ > 0.$$

Si la tecnología de la empresa tiene rendimientos decrecientes de escala, entonces la empresa tiene deseconomías de escala.

Economías de Escala

Ejemplo de una economía de escala resultante de la existencia de un coste fijo



Economías de escala

Economías constantes de escala: el coste se incrementa proporcionalmente con el nivel de producción; esto es, para $\lambda > 1$,

$$C(\lambda Q) = \lambda C(Q).$$

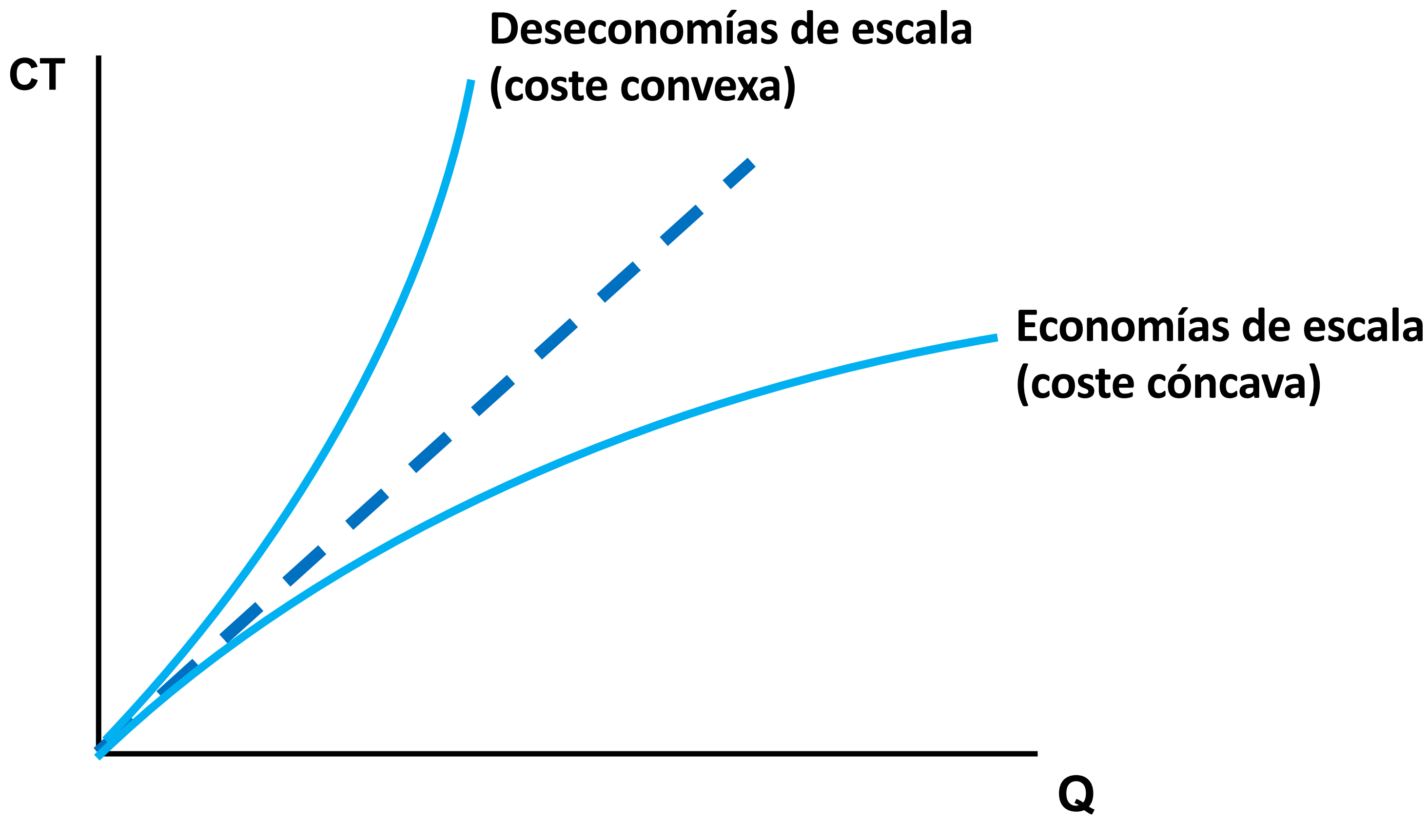
Esta condición equivale a que el coste medio sea constante respecto al nivel de producción; esto es,

$$dCMe(Q,w,r)/dQ = 0.$$

Si la tecnología de la empresa tiene rendimientos constantes de escala, entonces la empresa tiene economías constantes de escala.

Economías de Escala

Economías y deseconomías de escala SIN costes fijos

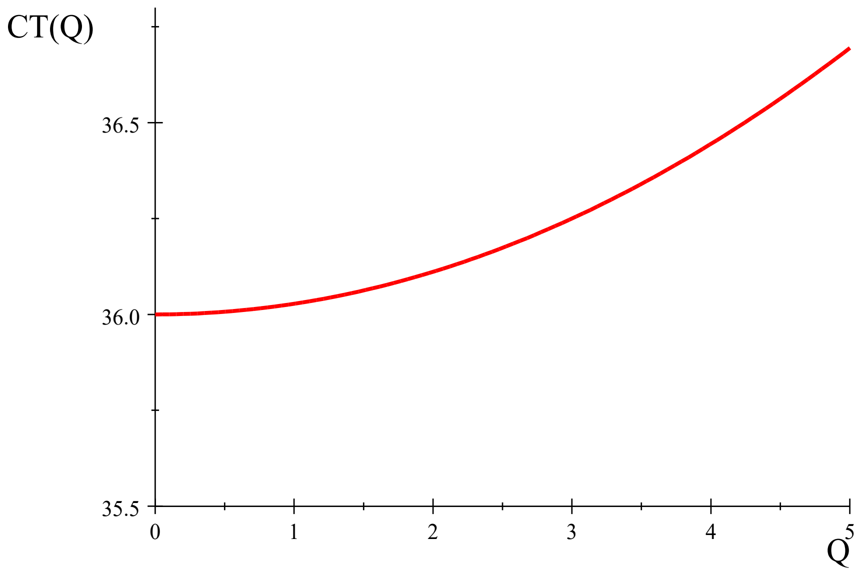


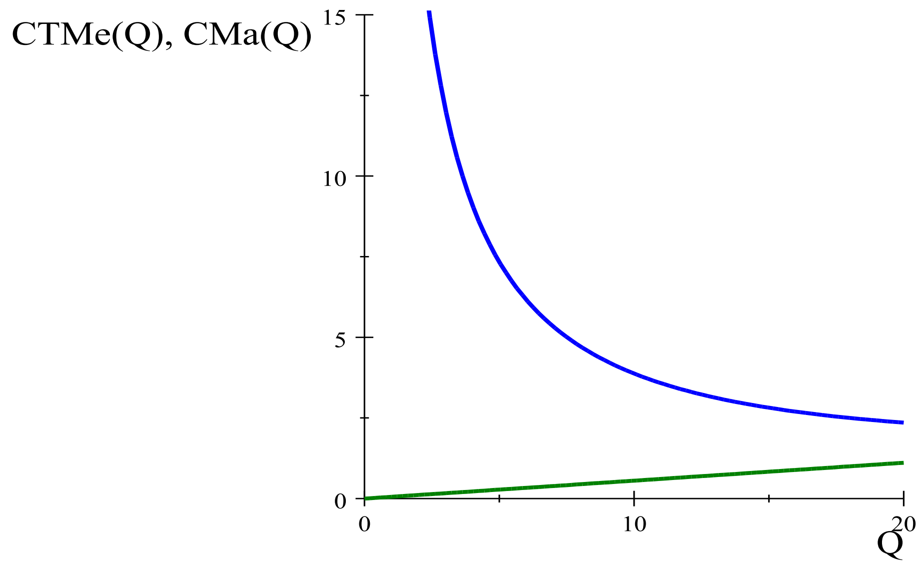
Costes y Economías de Escala: Ejemplos

En el ejemplo que hemos resuelto anteriormente sobre el corto plazo, suponiendo *w=1* y *r=1*:

$$F(L,K) = \sqrt{LK_0}$$

$$CT(Q) = L^*(Q) + 36 = \frac{Q^2}{36} + 36; \quad CTMe(Q) = \frac{Q}{36} + \frac{36}{Q}; \quad CMa(Q) = \frac{Q}{18}$$





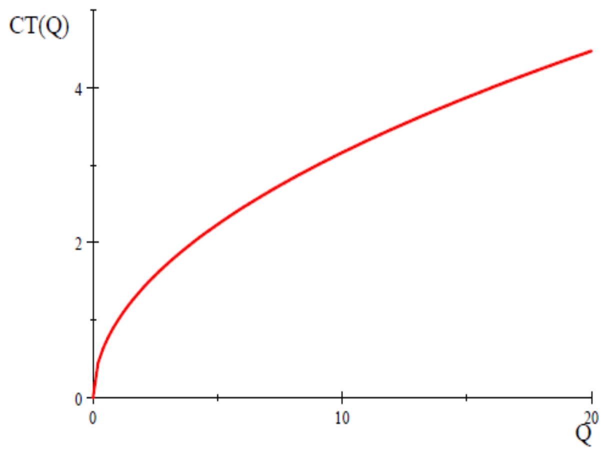
Costes yEconomías de Escala: Ejemplos

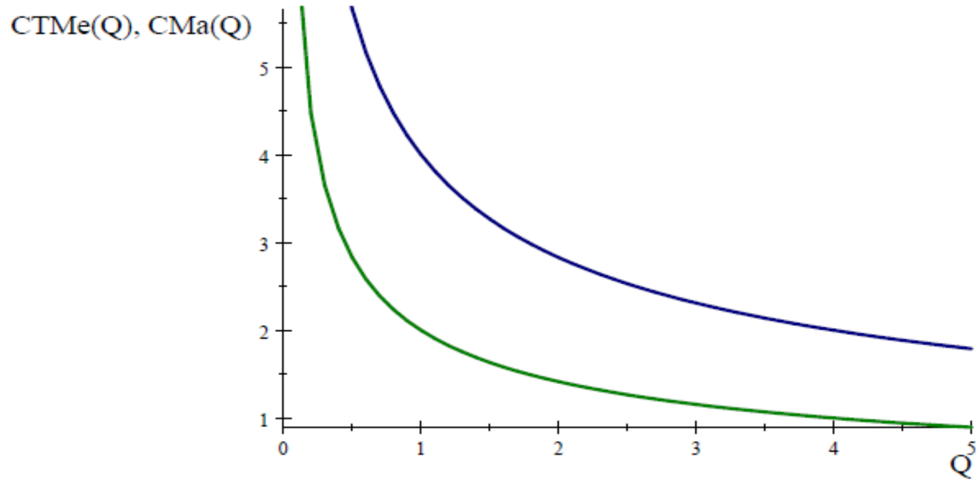
En los ejemplos que hemos resuelto anteriormente sobre el largo plazo, suponiendo *w=1* y *r=4* :

(a) $F(L,K) = LK$

$$CT(Q) = L^*(Q,1,4) + 4K^*(Q,1,4) = 4\sqrt{Q}$$

$$CTMe(Q) = 4/\sqrt{Q}; \quad CMa(Q) = 2/\sqrt{Q}$$



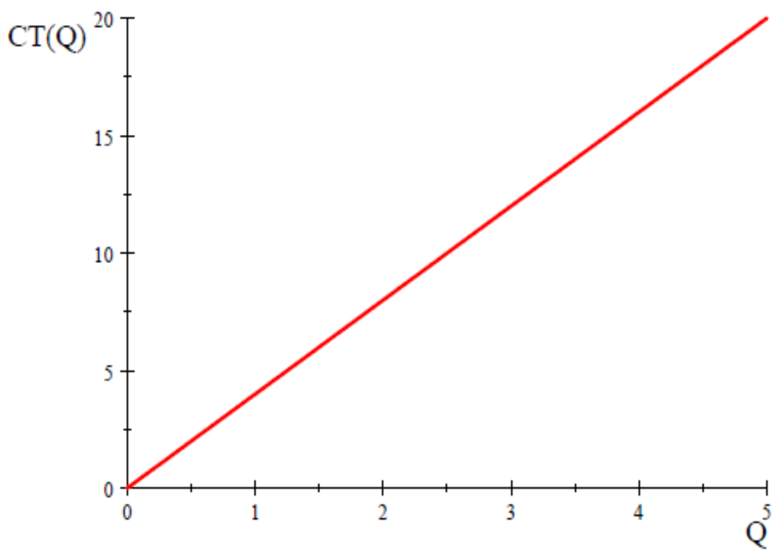


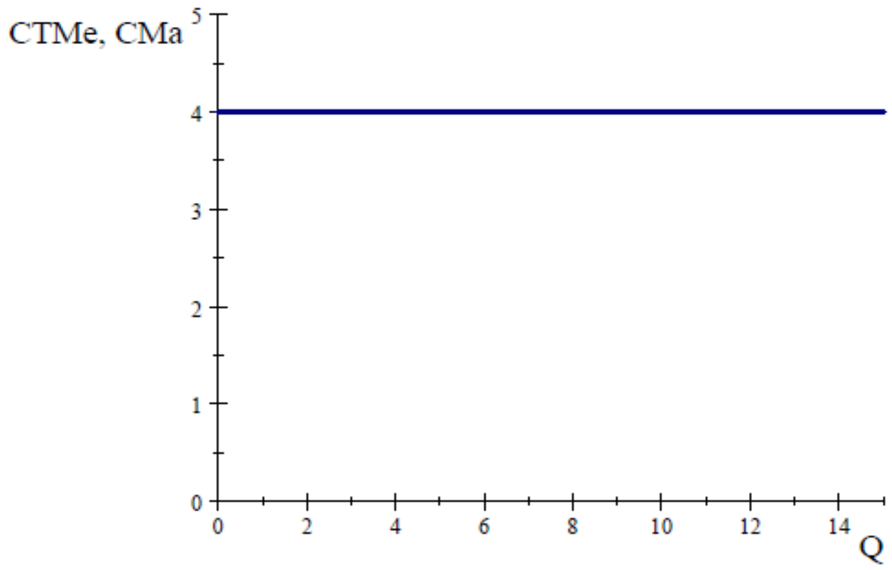
Costes y Economías de Escala: Ejemplos

(b) $F(L,K) = \sqrt{LK}$

$$CT(Q) = L^*(Q,1,4) + 4K^*(Q,1,4) = 4Q$$

$$CTMe(Q) = 4; \quad CMa(Q) = 4$$



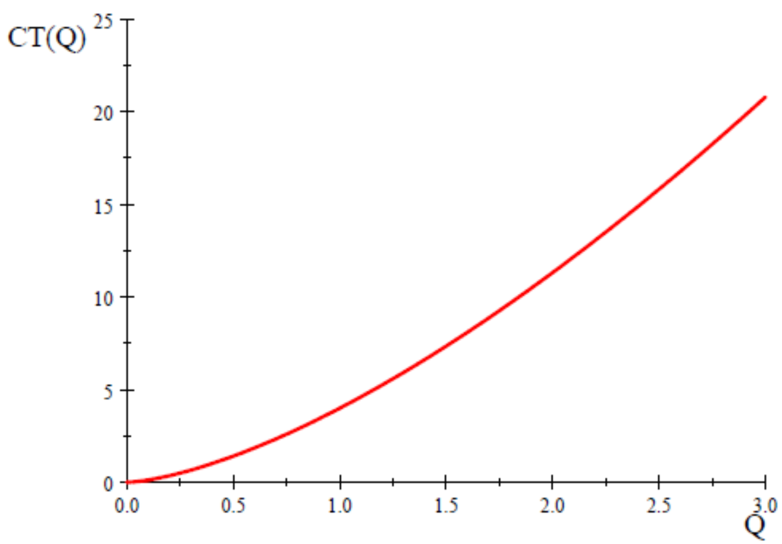


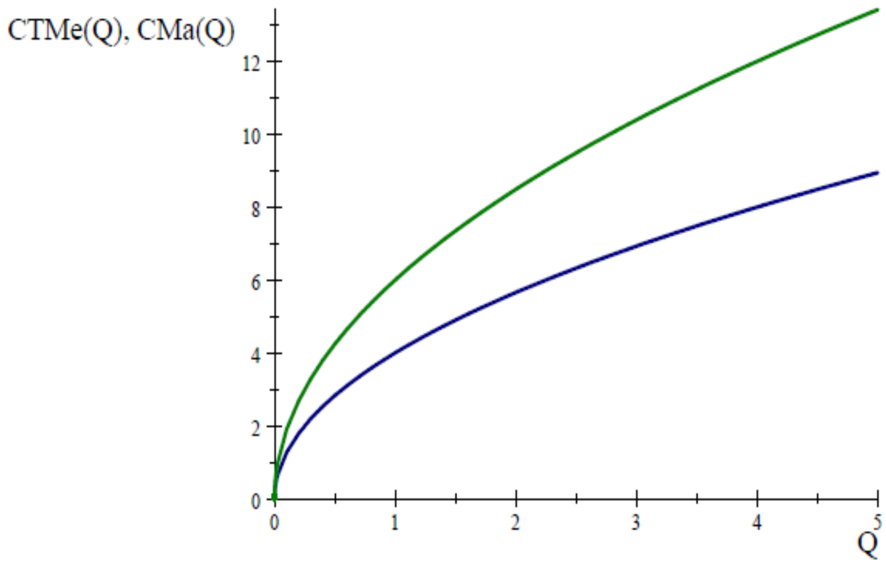
Costes y Economías de Escala: Ejemplos

(c) $F(L,K) = \sqrt[3]{LK}$

$$CT(Q) = L^*(Q,1,4) + 4K^*(Q,1,4) = 4Q^{3/2}$$

$$CTMe(Q) = 4Q^{1/2}; \quad CMa(Q) = 6Q^{1/2}$$



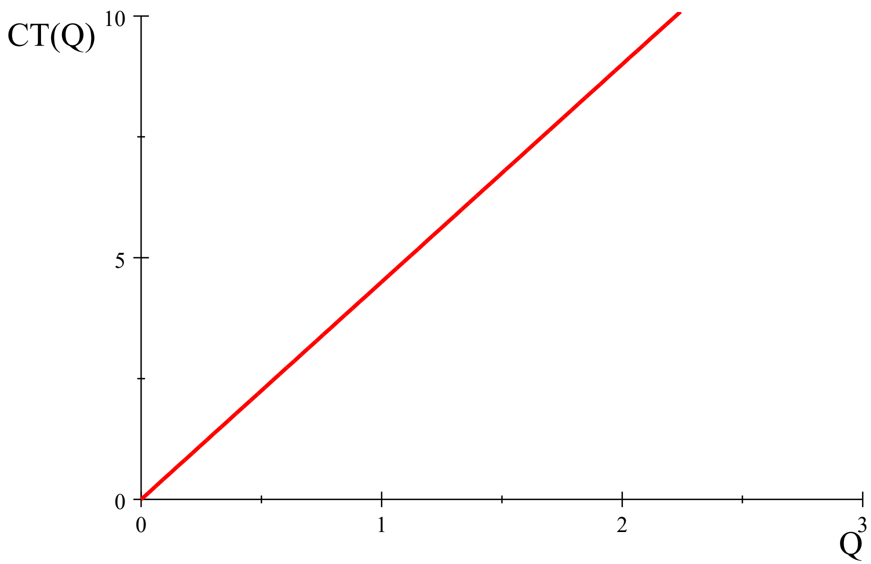


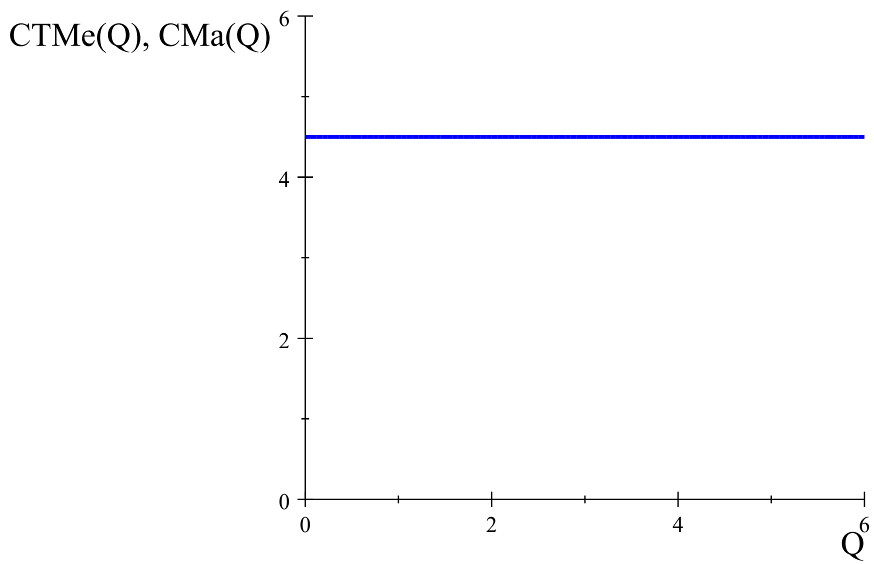
Costes y Economías de Escala: Ejemplos

(d) $F(L,K) = \min\{2L, K\}$

$$CT(Q) = L^*(Q,1,4) + 4K^*(Q,1,4) = 4.5Q$$

$$CTMe(Q) = 4.5; \quad CMa(Q) = 4.5$$



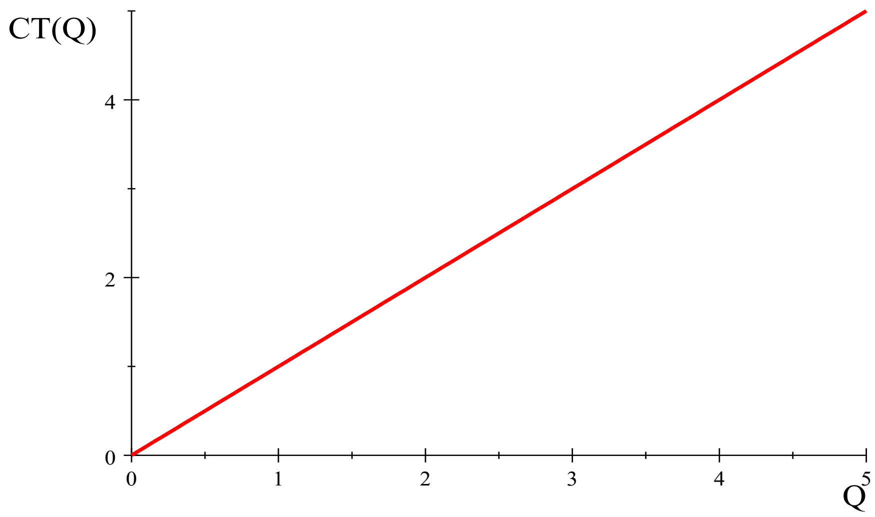


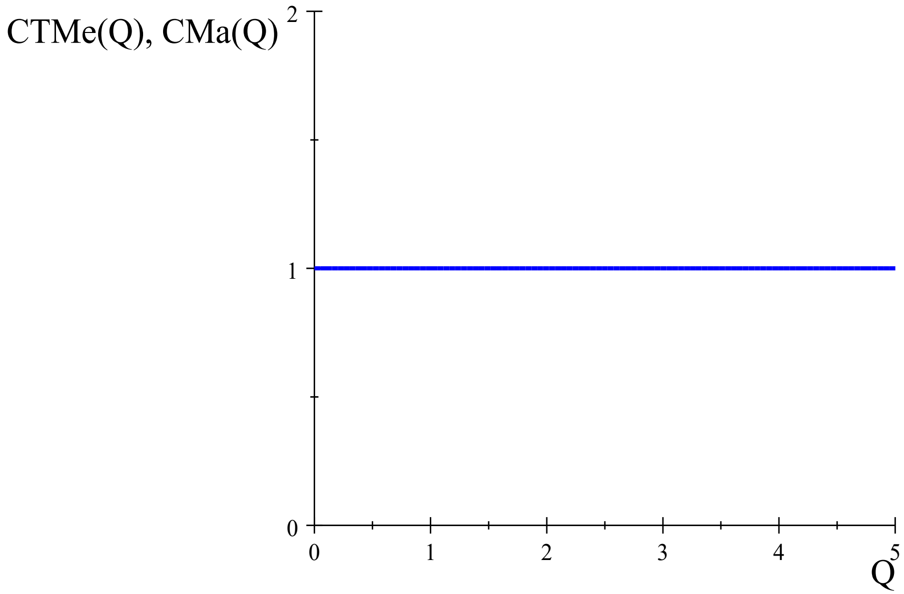
Costes y Economías de Escala: Ejemplos

(e) $F(L,K) = L + 2K$

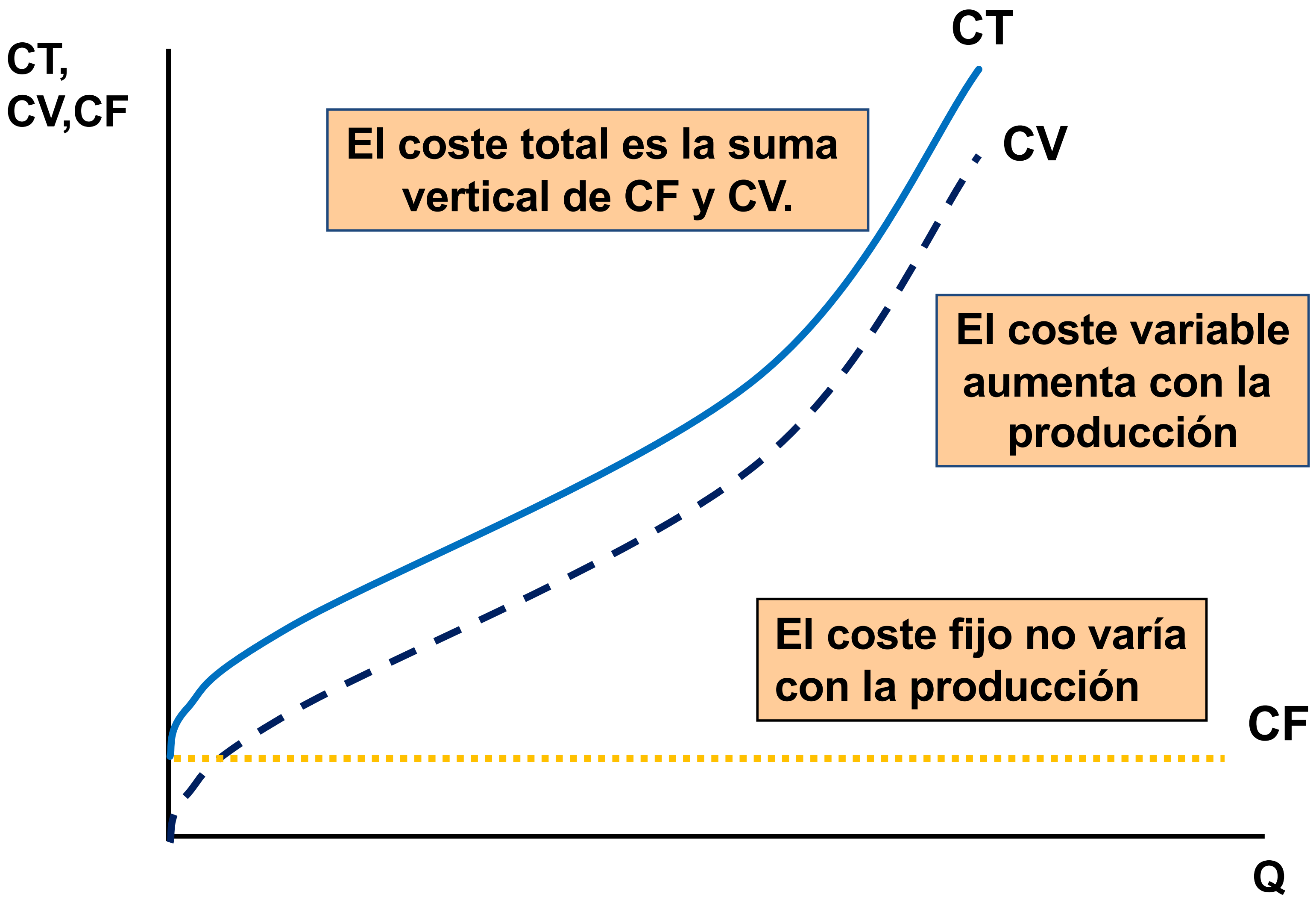
$$CT(Q) = L^*(Q,1,4) + 4K^*(Q,1,4) = Q$$

$$CTMe(Q) = 1; \quad CMa(Q) = 1$$

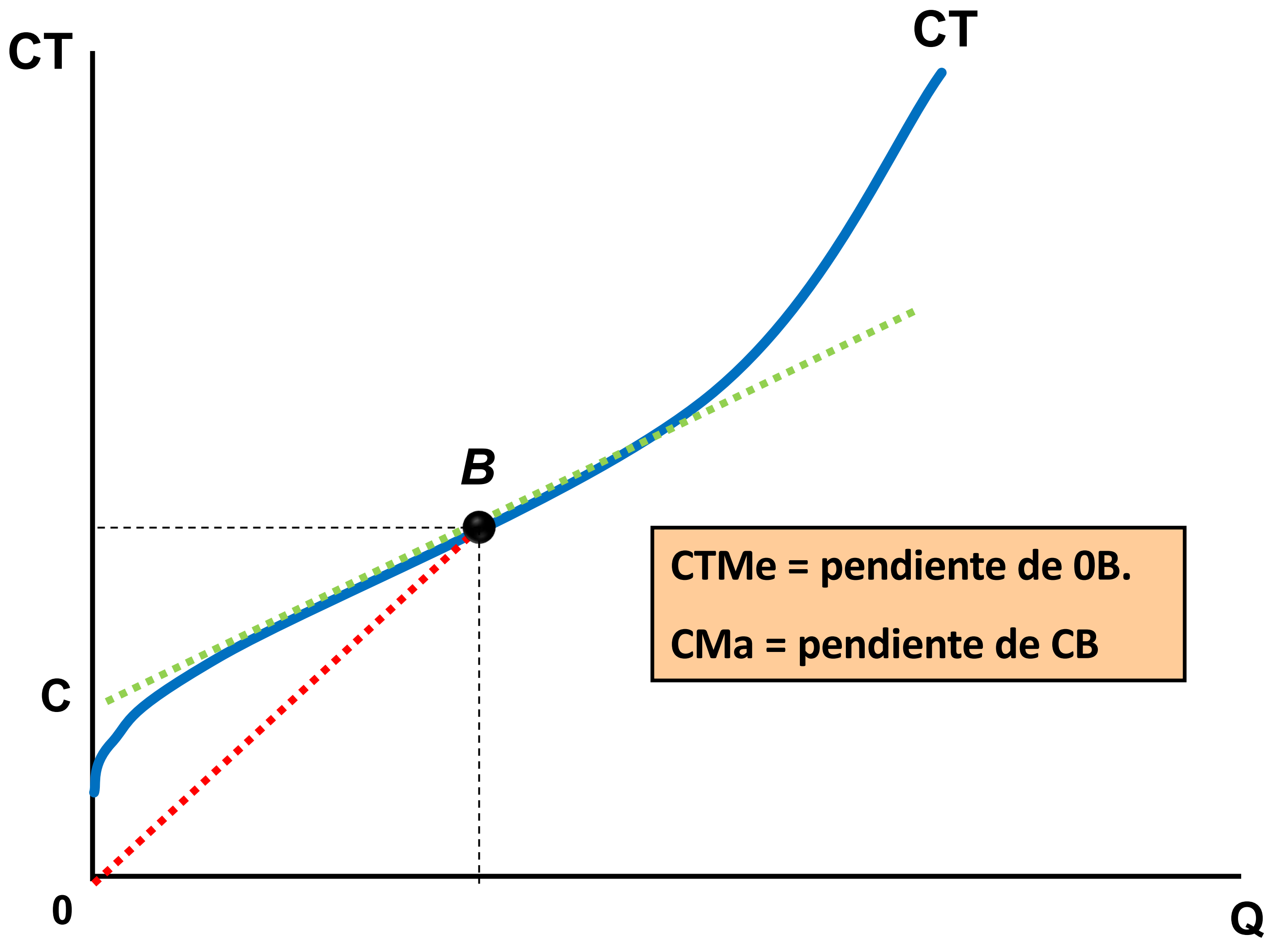




Curvas de Costes a Corto Plazo



Curvas de Costes a Corto Plazo



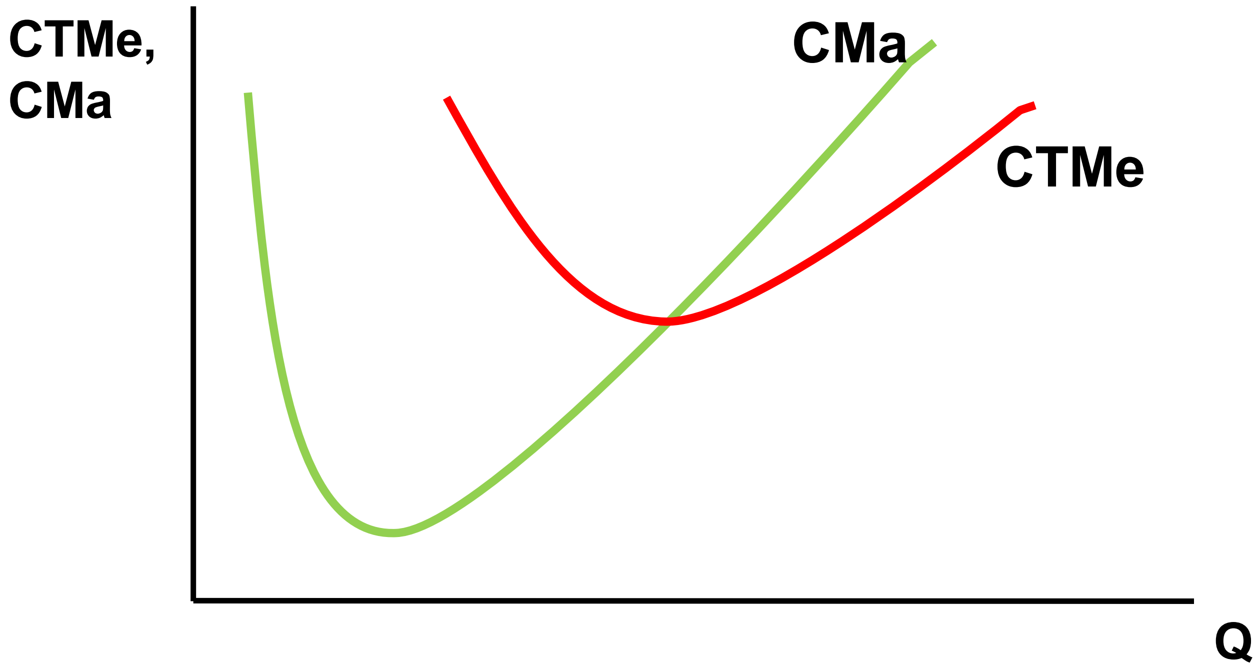
Curvas de Costes a Corto Plazo

Minimización de CTMe: dCTME(Q)/dQ = 0

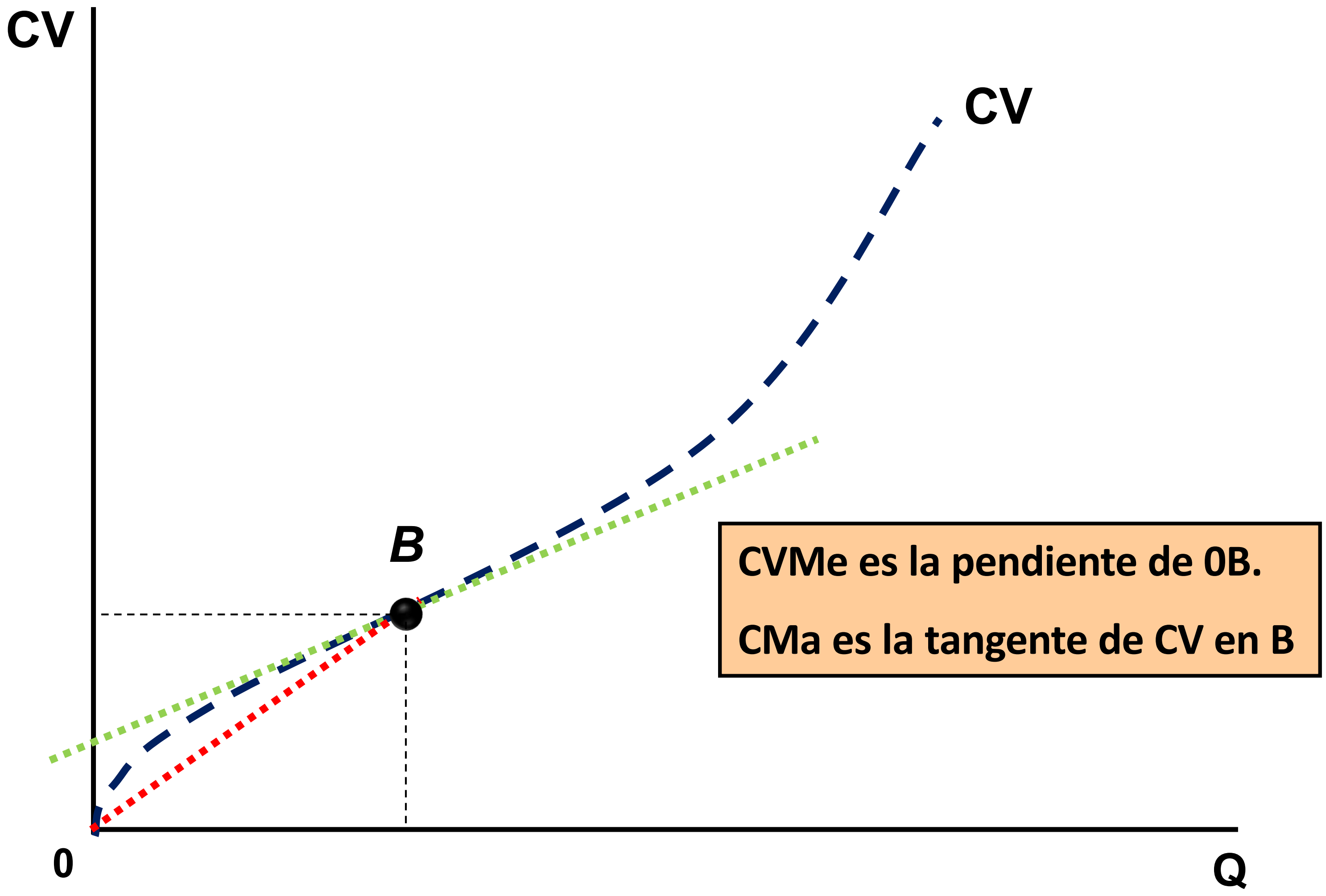
$$d(CT/Q)/dQ = (1/Q)(dCT/dQ) - CT/Q^2 = 0$$

Entonces, cuando el CTMe es mínimo, se satisface que:

$$CTMe = CMa$$



Curvas de Costes a Corto Plazo

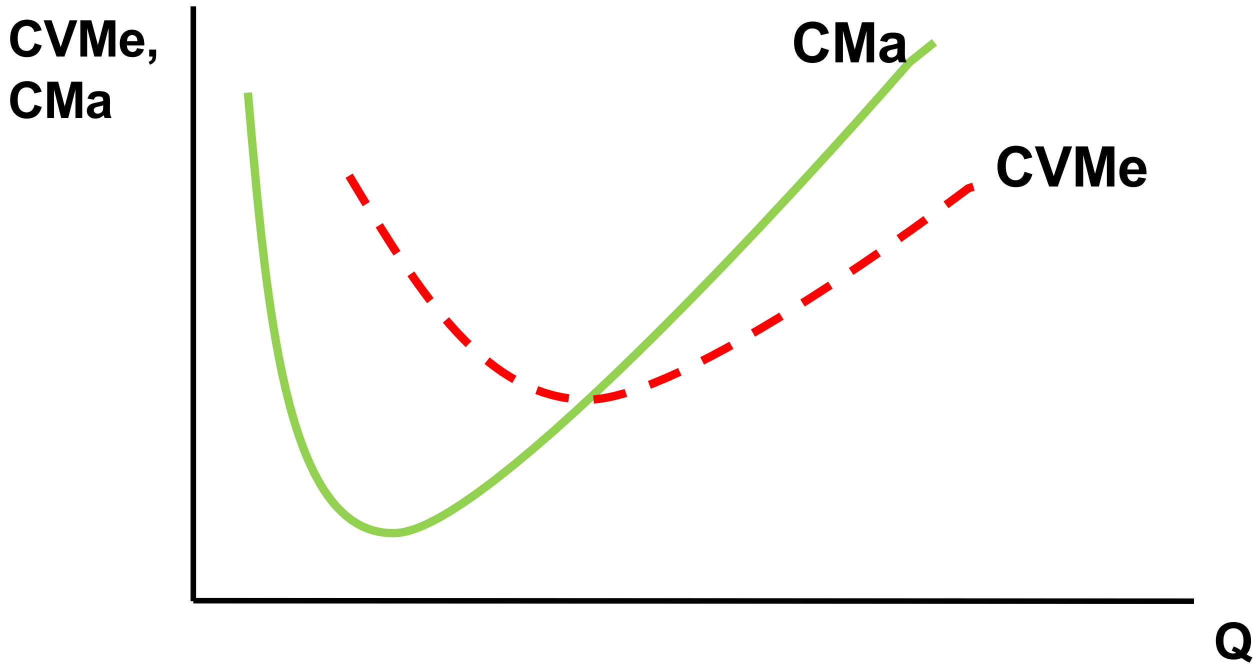


Curvas de Costes a Corto Plazo

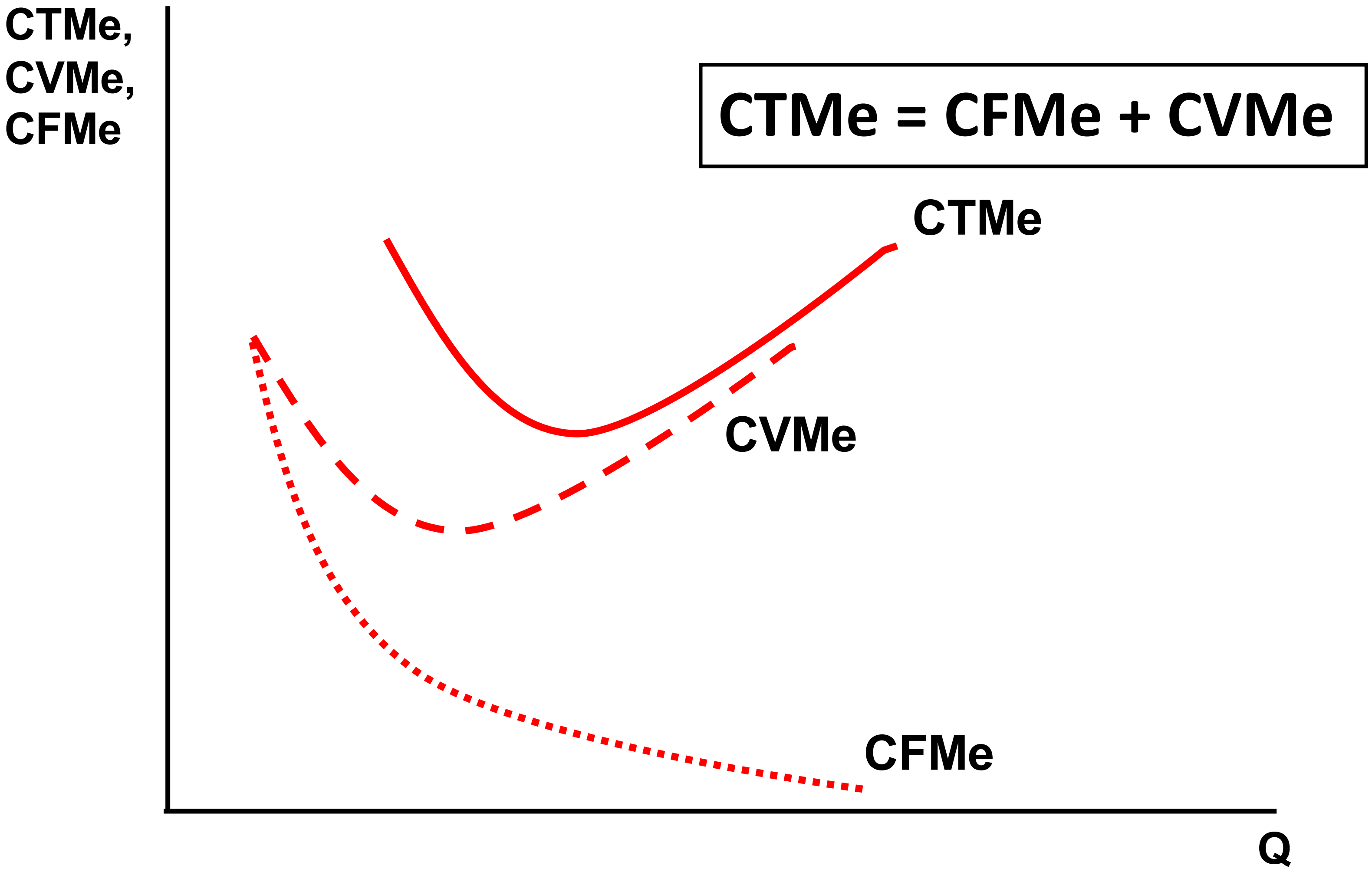
Minimización de CVMe: dCVME(Q)/dQ = 0

$d(CV/Q)/dQ = (1/Q)(dCV/dQ) - CV/Q^2 = 0$

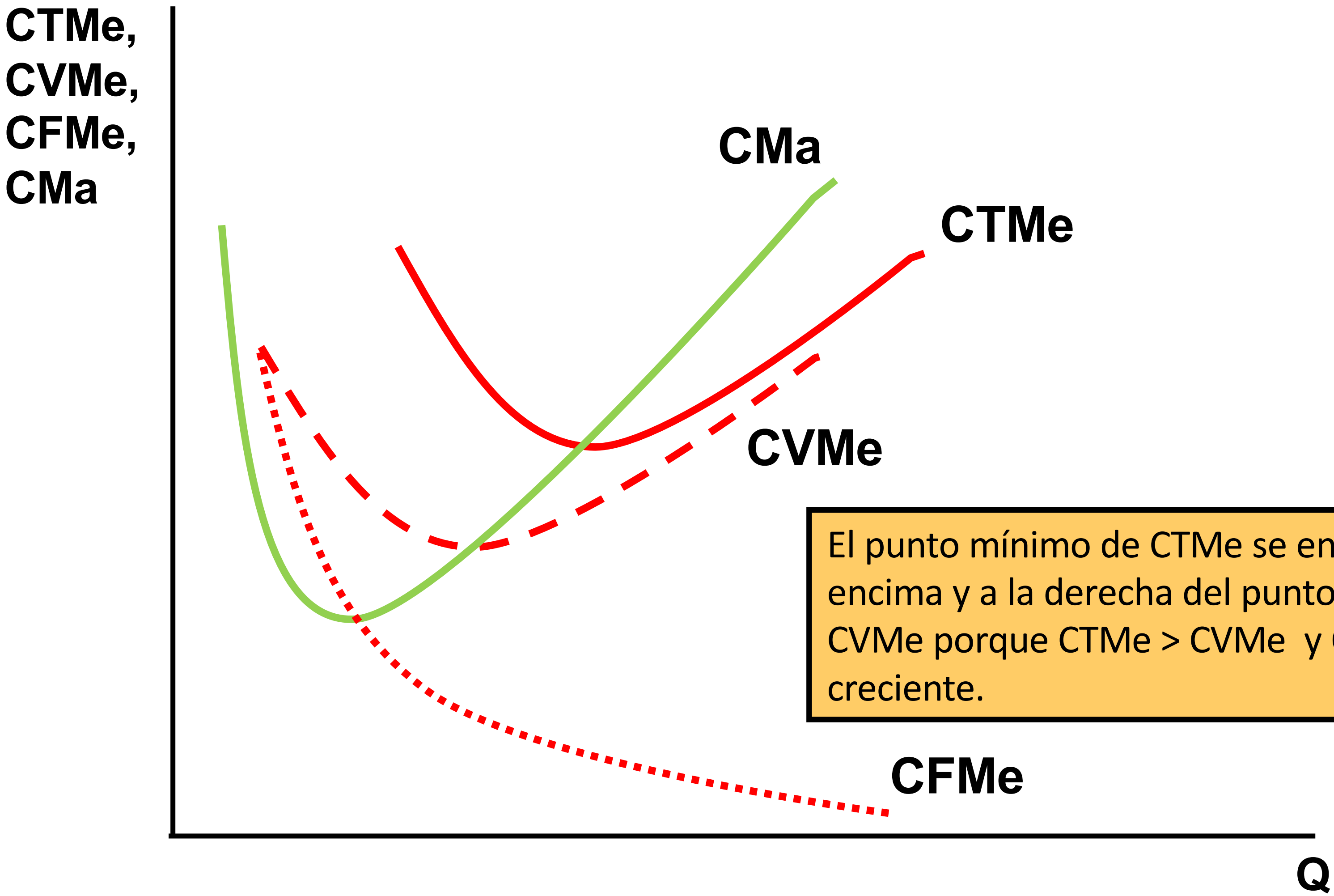
Entonces, cuando el coste medio variable es mínimo, se satisface que: CVMe = CMa



Curvas de Costes a Corto Plazo

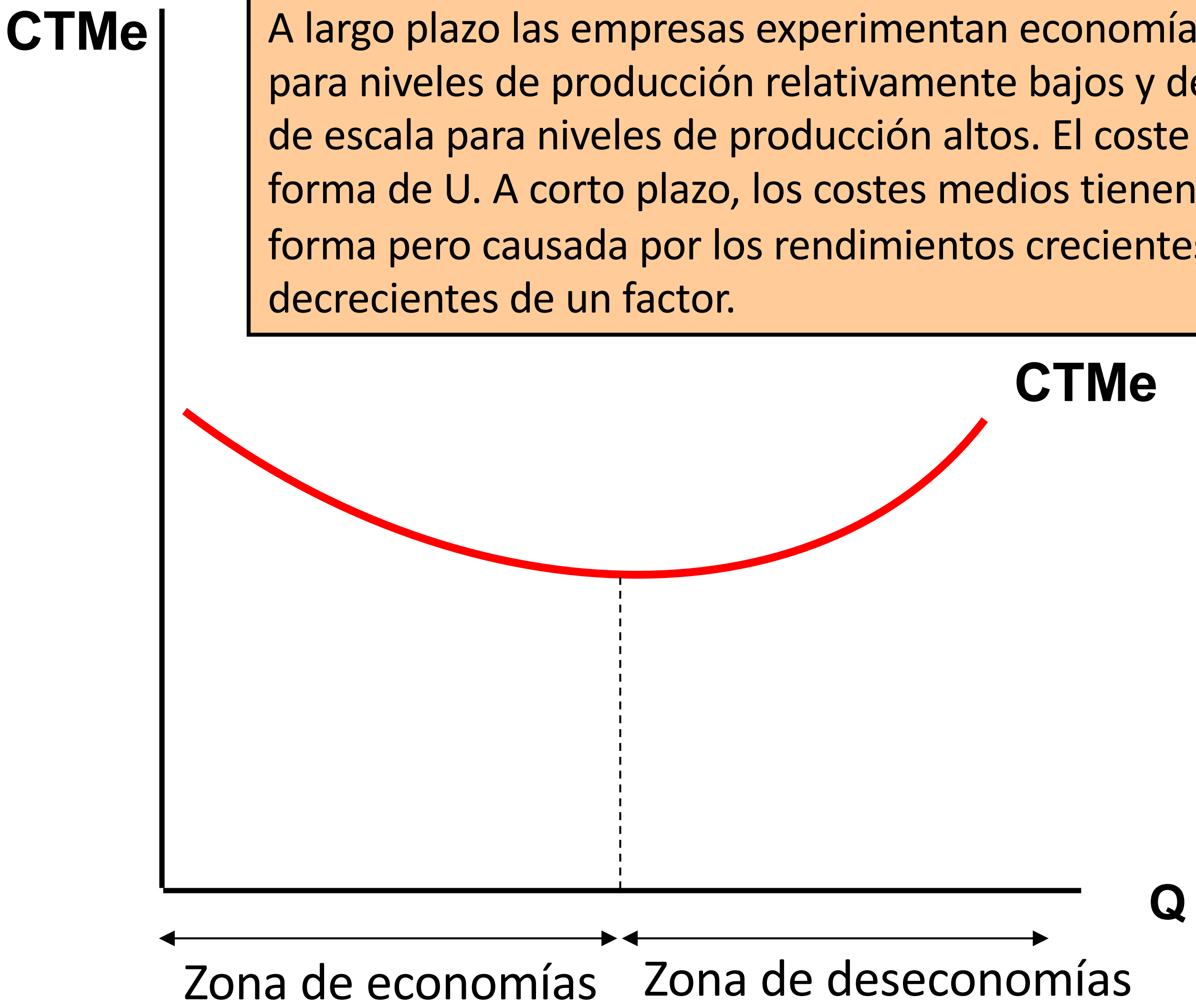


Curvas de Costes a Corto Plazo



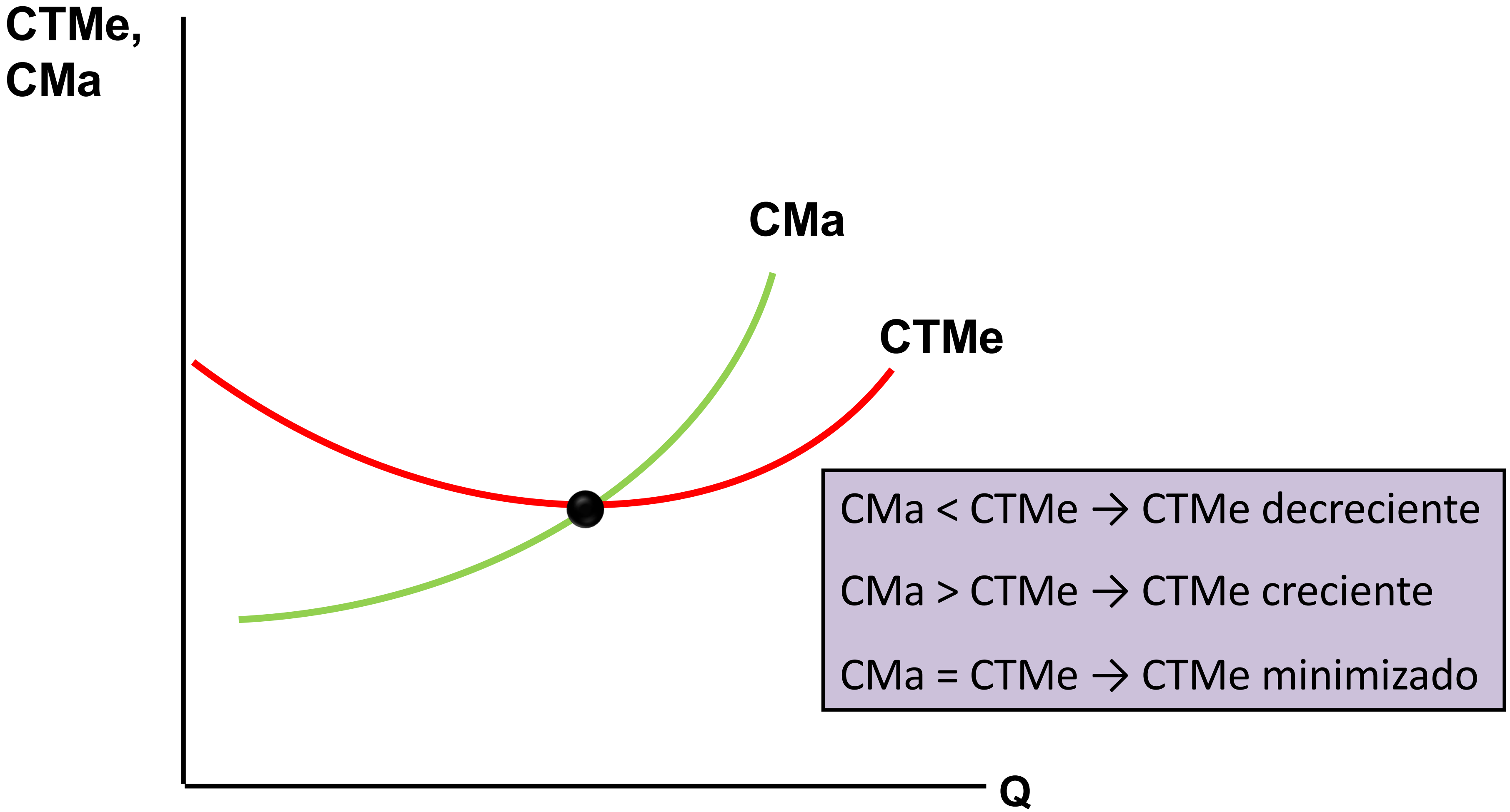
El punto mínimo de CTMe se encuentra encima y a la derecha del punto mínimo de CVMe porque CTMe > CVMe y CMa es creciente.

Curvas de Costes a Largo Plazo



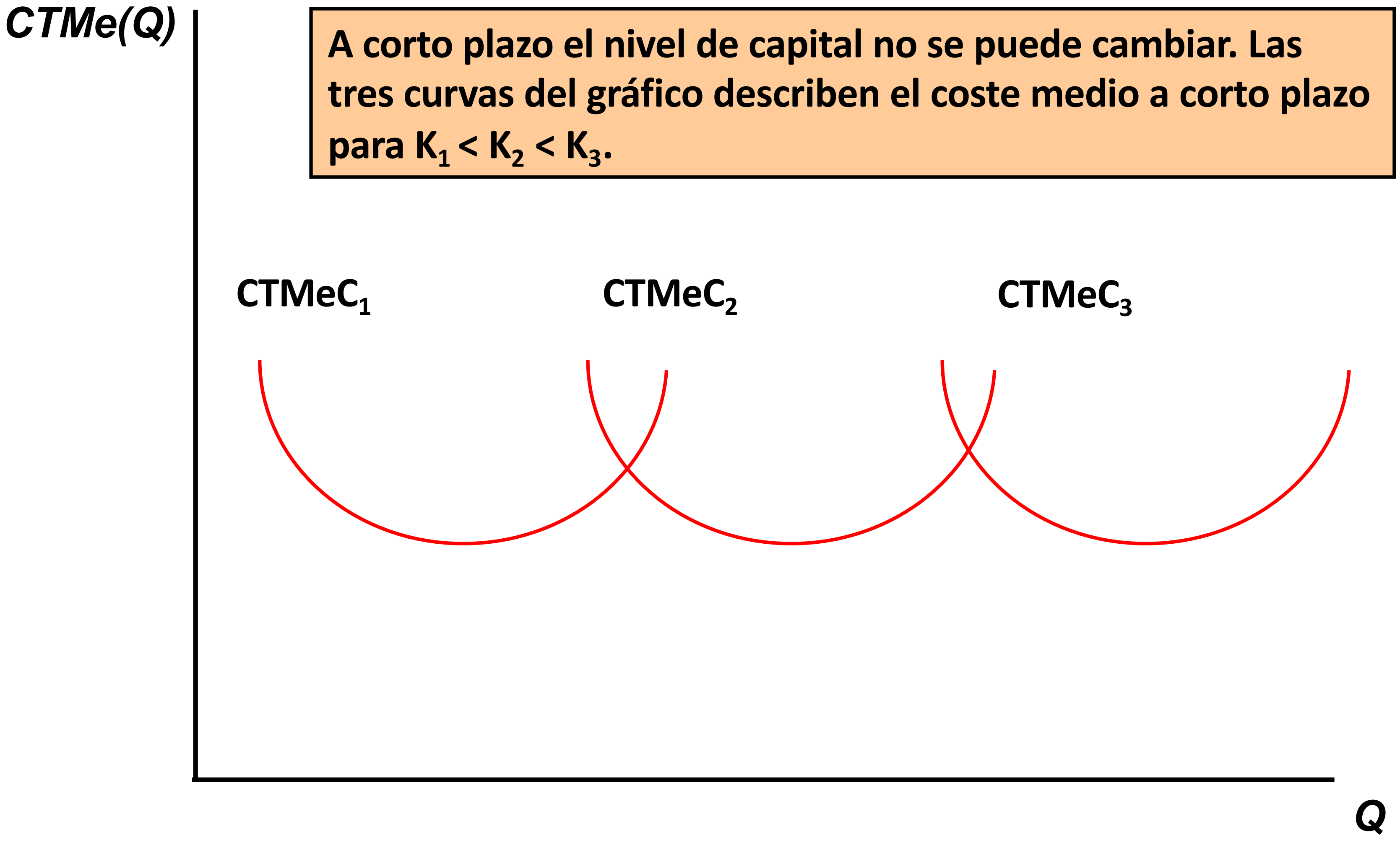
A largo plazo las empresas experimentan economías de escala para niveles de producción relativamente bajos y deseconomías de escala para niveles de producción altos. El coste medio tiene forma de U. A corto plazo, los costes medios tienen la misma forma pero causada por los rendimientos crecientes y decrecientes de un factor.

Curvas de Costes a Largo Plazo

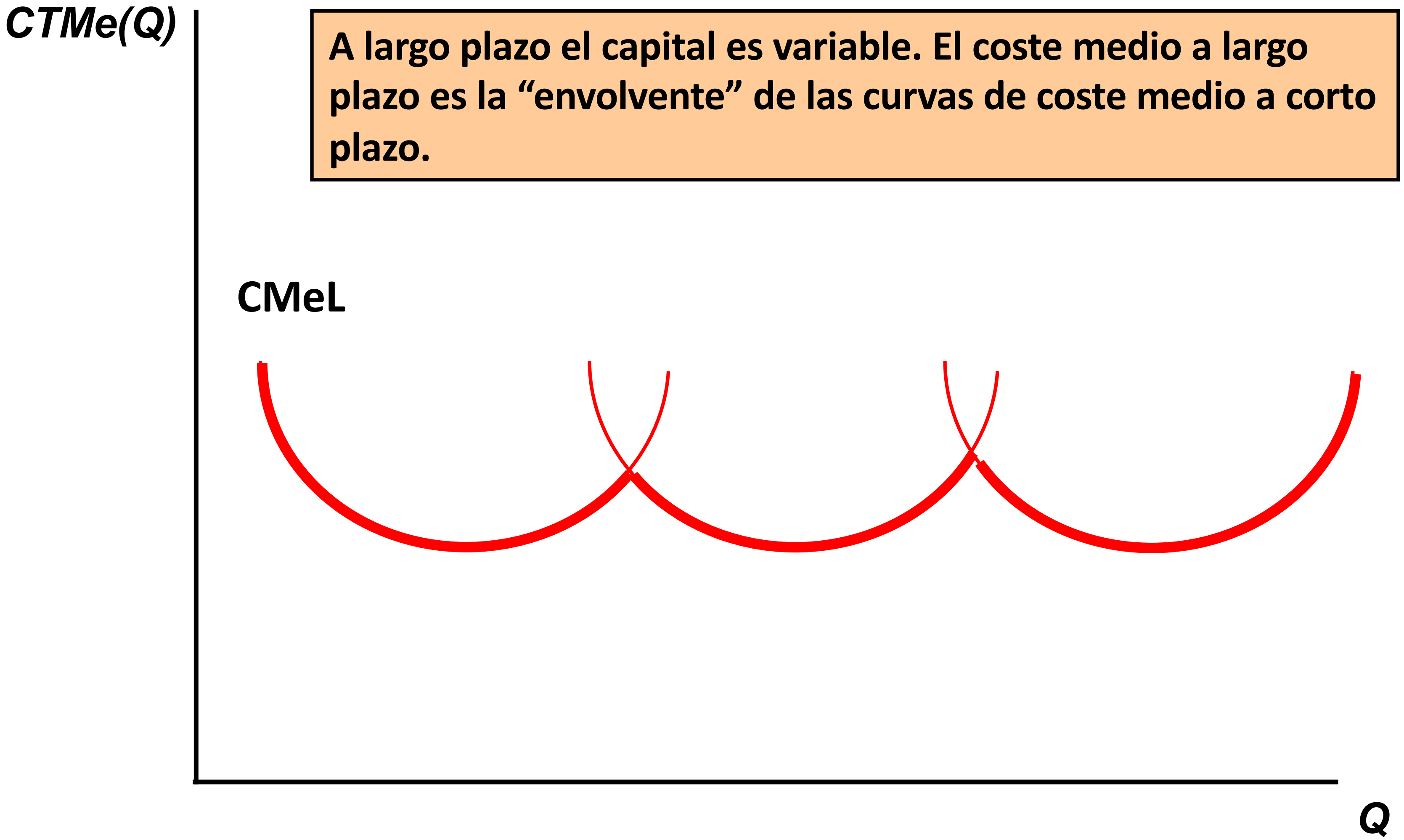


Curvas de Costes a Corto y Largo Plazo

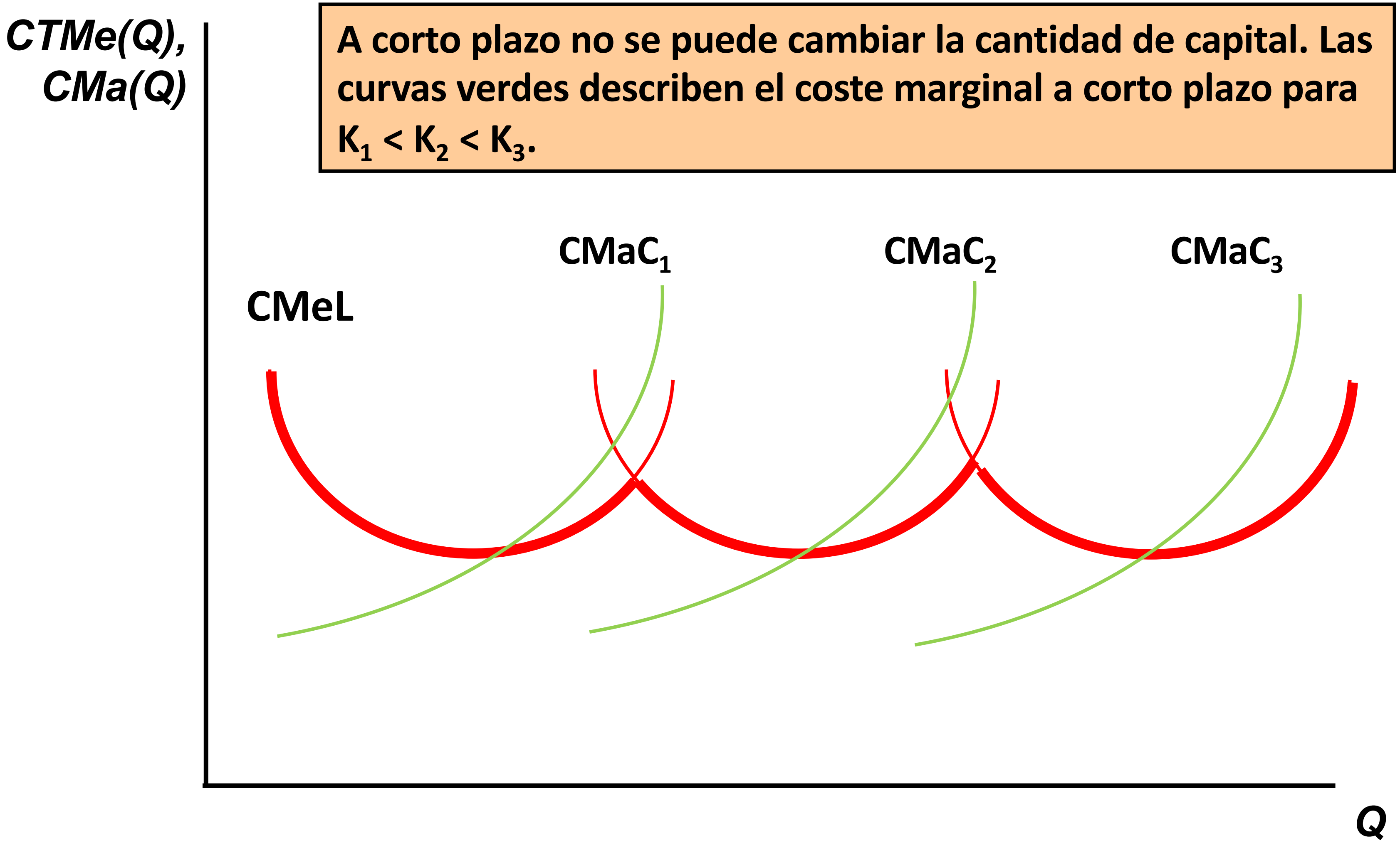
A corto plazo el nivel de capital no se puede cambiar. Las tres curvas del gráfico describen el coste medio a corto plazo para $K_1 < K_2 < K_3$.



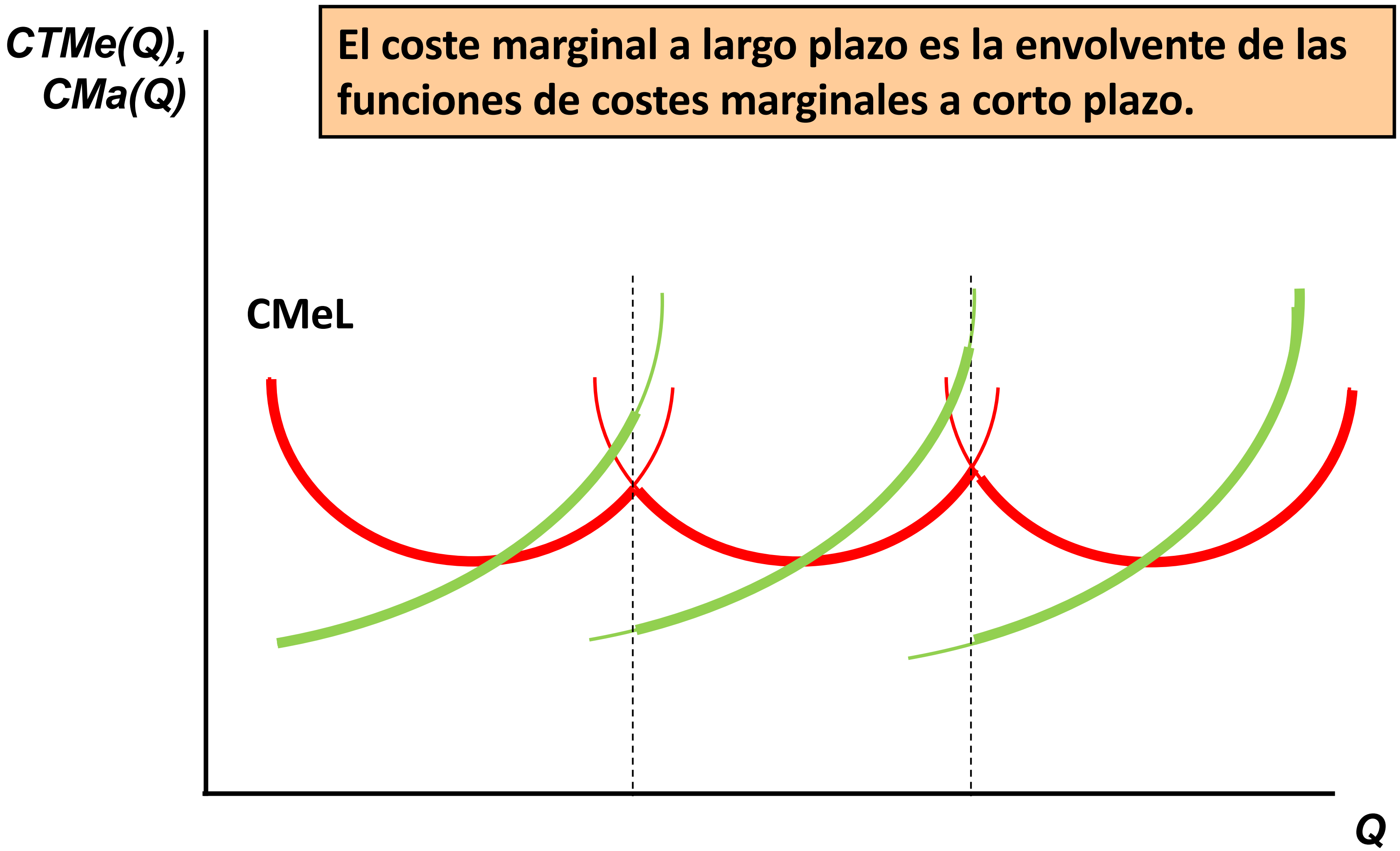
Curvas de Costes a Corto y Largo Plazo



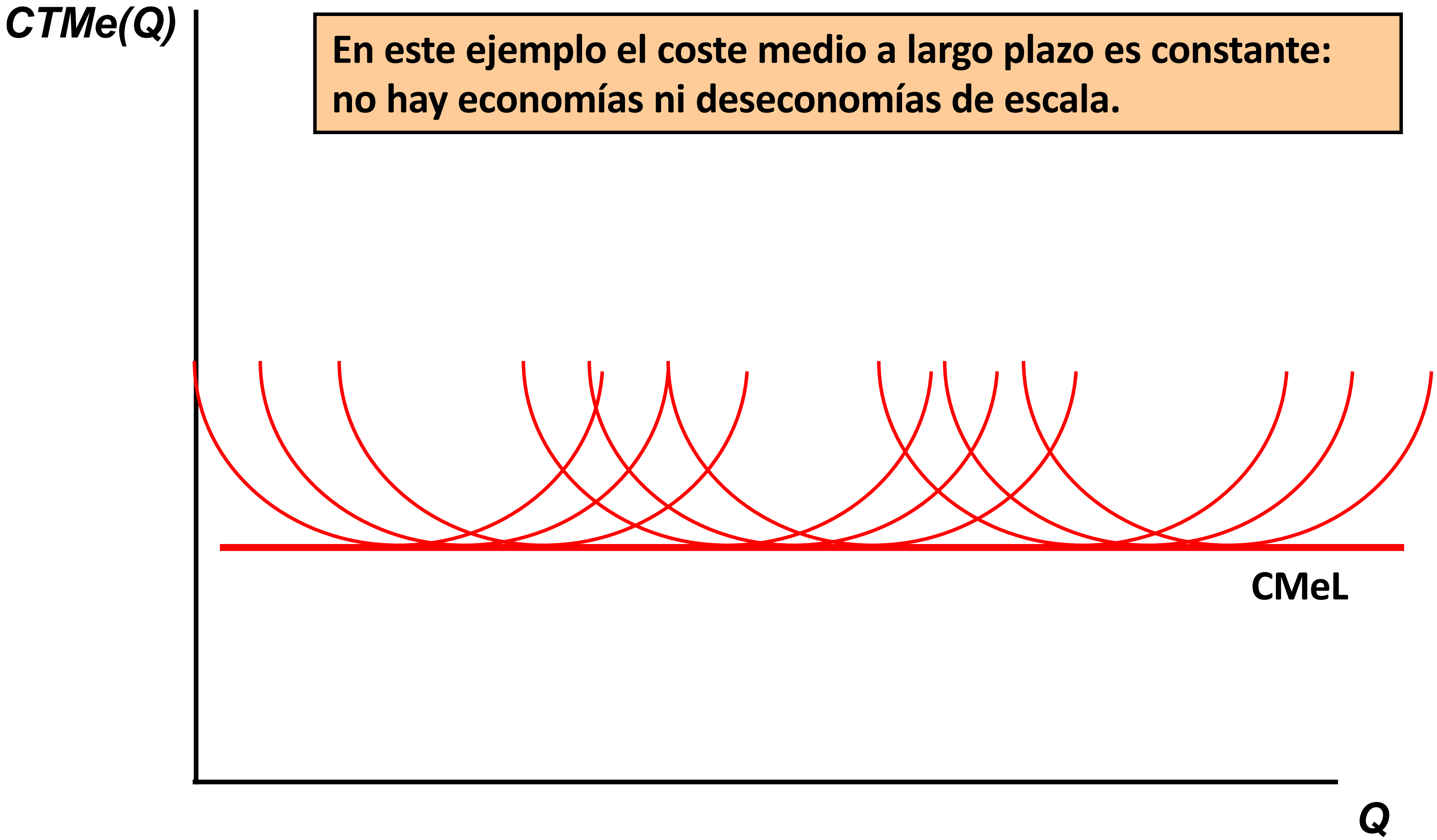
Curvas de Costes a Corto y Largo plazo



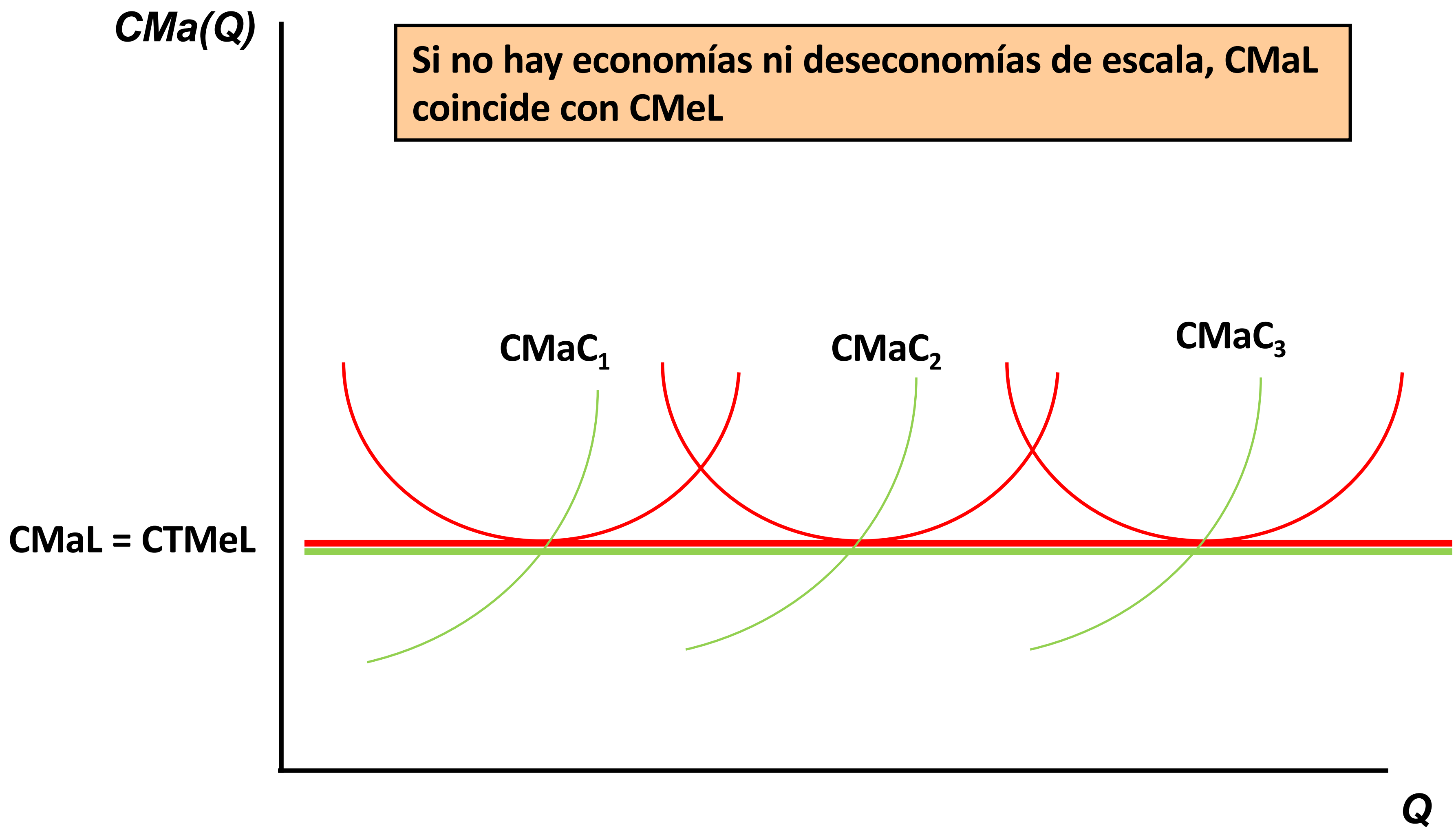
Curvas de Costes a Corto y Largo Plazo



Curvas de Costes a Corto y Largo Plazo



Curvas de Costes a Corto y Largo Plazo

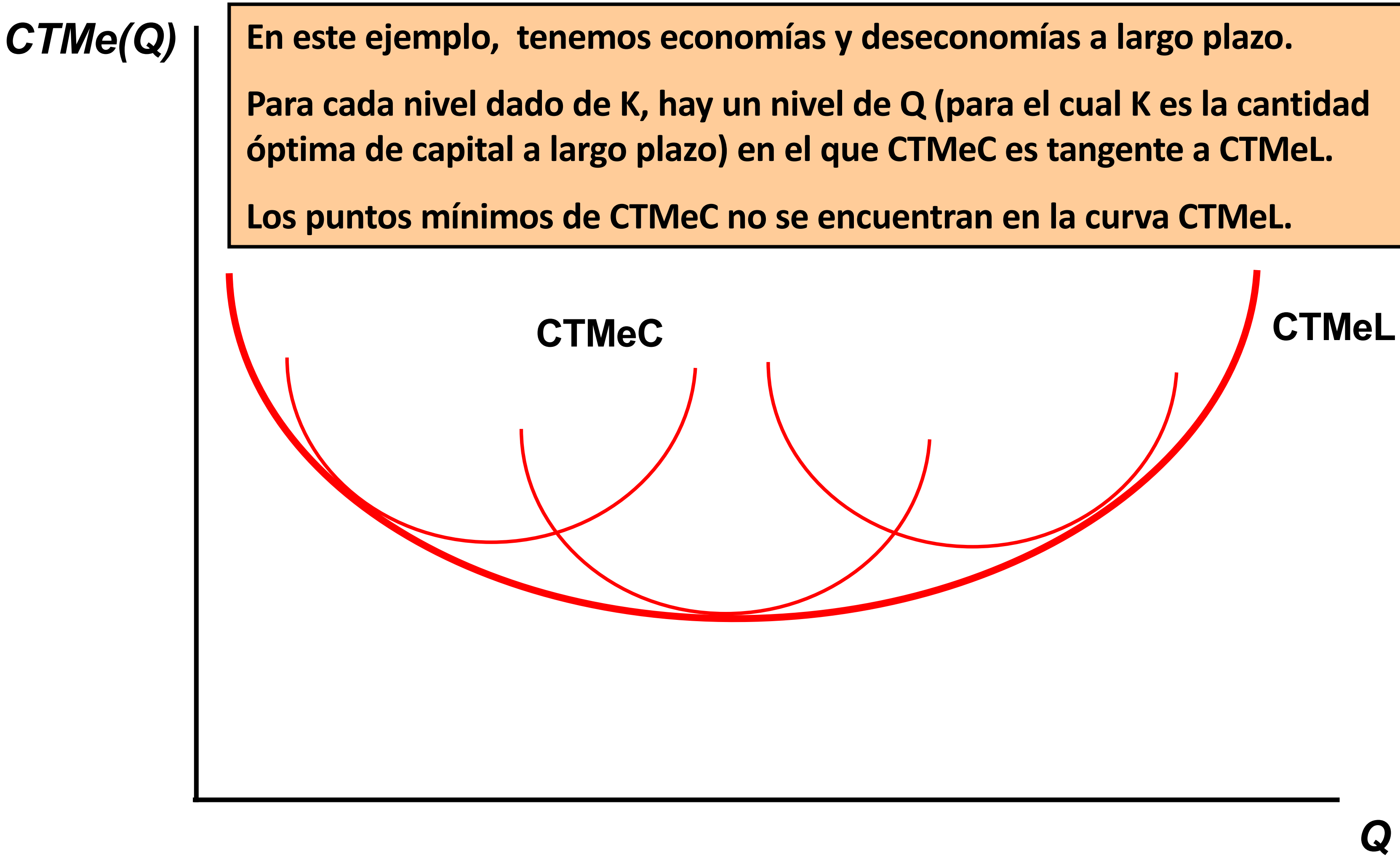


Curvas de Costes a Corto y Largo Plazo

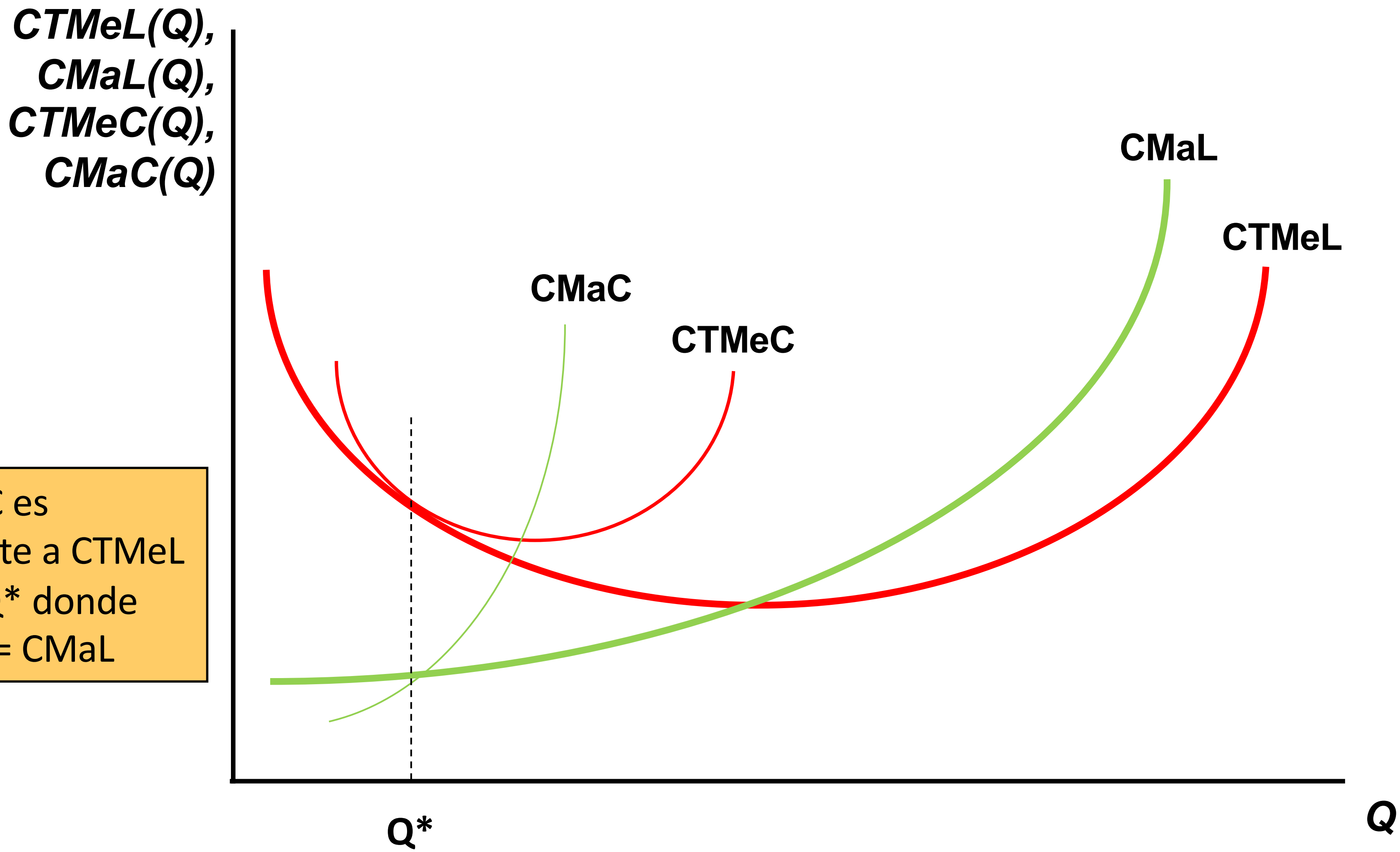
En este ejemplo, tenemos economías y deseconomías a largo plazo.

Para cada nivel dado de K, hay un nivel de Q (para el cual K es la cantidad óptima de capital a largo plazo) en el que CTMeC es tangente a CTMeL.

Los puntos mínimos de CTMeC no se encuentran en la curva CTMeL.



Curvas de Costes a Corto y Largo Plazo

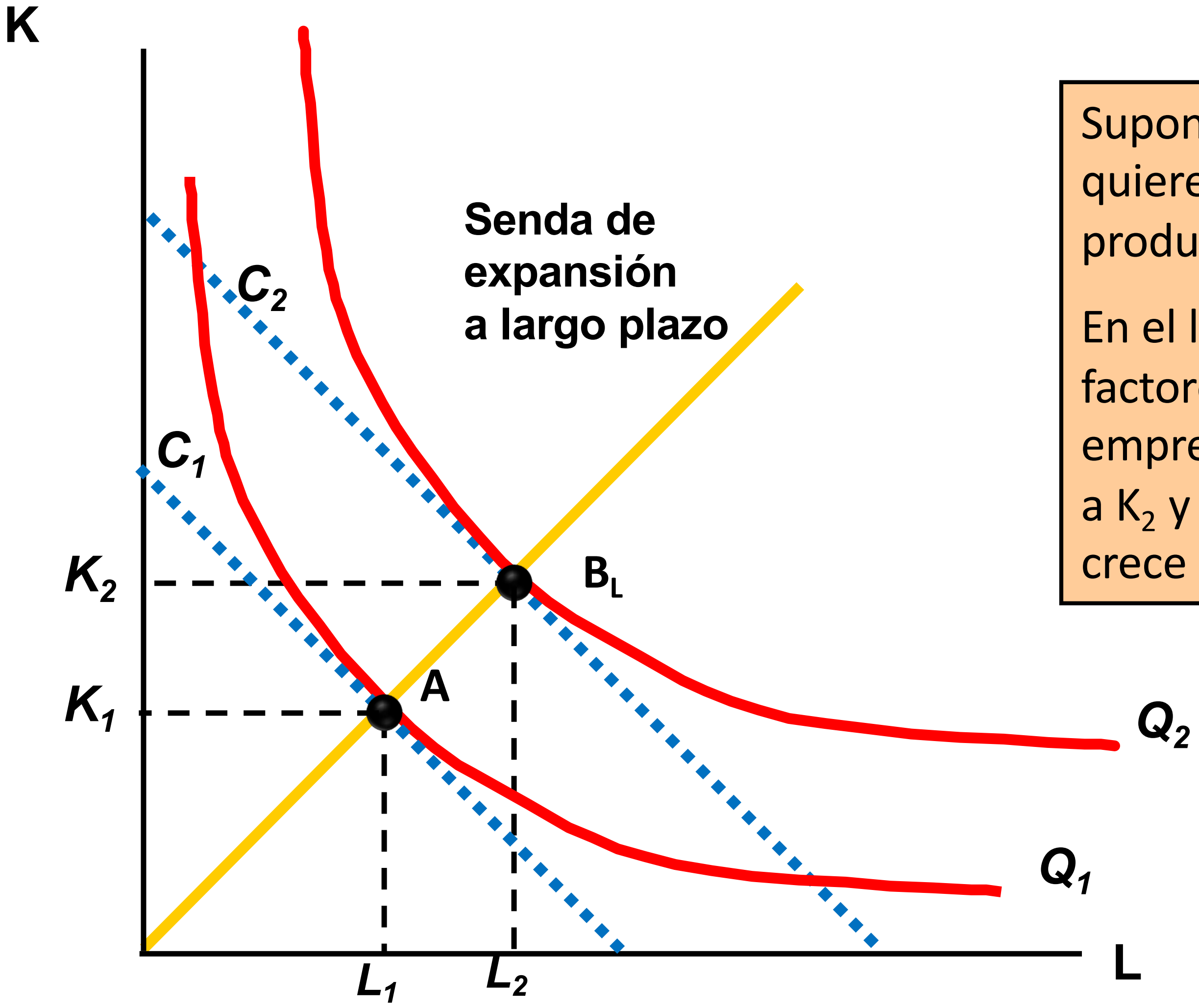


CTMeC es tangente a CTMeL en el Q* donde CMaC = CMaL

Corto y Largo Plazo

- Todos los factores fijos a CP representan los resultados de decisiones a LP tomadas anteriormente en función de las estimaciones de la empresa sobre lo que sería rentable producir.
- Las decisiones que toman las empresas a CP y a LP son muy distintas.
- El período específico que distingue el CP del LP depende del sector.

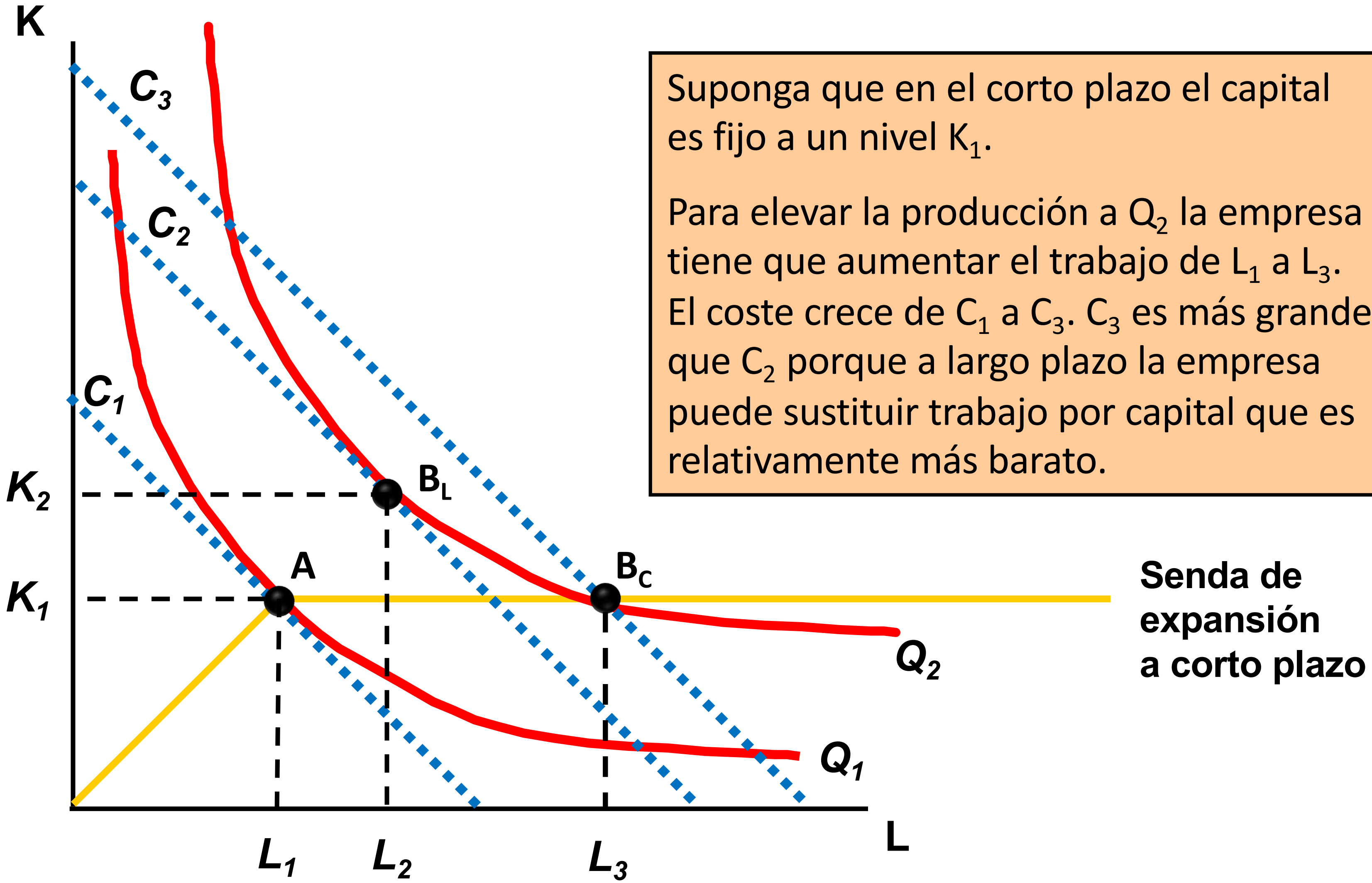
Corto y Largo Plazo: Senda de Expansión



Suponga que una empresa quiere elevar su nivel de producción de Q_1 a Q_2.

En el largo plazo todos los factores son variables. La empresa aumenta capital de K_1 a K_2 y trabajo de L_1 a L_2. El coste crece de C_1 a C_2.

Corto y Largo Plazo: Senda de Expansión



Suponga que en el corto plazo el capital es fijo a un nivel K_1.

Para elevar la producción a Q_2 la empresa tiene que aumentar el trabajo de L_1 a L_3. El coste crece de C_1 a C_3. C_3 es más grande que C_2 porque a largo plazo la empresa puede sustituir trabajo por capital que es relativamente más barato.