Teoría del Consumidor – Ejercicios

Universidad Carlos III, Departamento de Economía 2025

1 Preferencias y Funciones de Utilidad

Ejercicio 1

Supongamos que hay dos líneas de Cercanías que paran en Getafe:

- C4a con paradas: Parla Las Margaritas Atocha Sol Colmenar Viejo.
- C4b con paradas: Parla Las Margaritas Atocha Sol San Sebastián de los Reyes.

El número de trenes por hora en estas líneas es x para la C4a y y para la C4b. Las posibles cestas son $(x, y) \in \mathbb{R}^2_+$.

- (a) Cristina estudia Economía en la UC3M y vive cerca de Atocha. ¿Cuáles podrían ser preferencias razonables para ella? Basándote en la información anterior y en tu respuesta, dibuja un posible mapa de indiferencia para ella.
- (b) Agustina estudia Administración de Empresas en la UC3M y vive en San Sebastián de los Reyes. ¿Cuáles podrían ser preferencias razonables para ella? Basándote en la información anterior y en tu respuesta, dibuja un posible mapa de indiferencia para ella.

Ahora supongamos que en lugar de la línea C4a, existe la siguiente línea de Cercanías:

- C7 con paradas: Alcalá de Henares - Atocha - Recoletos - Las Rozas - Príncipe Pío.

El número de trenes por hora en esta línea es z. Por lo tanto, las posibles cestas ahora son $(x, z) \in \mathbb{R}^2_+$.

(c) José estudia Derecho en la UC3M y vive en Las Rozas. ¿Cuáles podrían ser preferencias razonables para él? Basándote en tu respuesta y en la información anterior, dibuja un posible mapa de indiferencia para José.

Dibuja mapas de indiferencia que sean consistentes con las preferencias descritas a continuación.

- (a) Mi bienestar aumenta con mayores ingresos (x) y disminuye con una mayor contaminación (y).
- (b) 1000 miligramos de Tylenol (x) me ofrecen el mismo alivio que 500 miligramos de Aspirina (y).
- (c) Sólo tomo martinis con exactamente una parte de vermut (x) y exactamente cinco partes de ginebra (y).
- (d) Siempre estoy dispuesto a cambiar dos hamburguesas (x) por una cerveza (y).
- (e) Siempre tomo un refresco (x) con cada hamburguesa (y).
- (f) Me gusta beber cerveza (x), pero soy alérgico a los cacahuetes (y).

Ejercicio 3

Identifica los Axiomas del Comportamiento del Consumidor que implican las siguientes Propiedades de los Mapas de Indiferencia.

- (a) Los conjuntos de indiferencia son curvas (es decir, no son "gruesos").
- (b) Cada cesta pertenece a una curva de indiferencia.
- (c) Las curvas de indiferencia no se cruzan.
- (d) Las curvas de indiferencia tienen pendiente negativa.

Ejercicio 4

- (a) Dos objetos pesan 50 kg y 55 kg. Dado que 55/50 = 1.1, decimos que el segundo objeto es un 10% más pesado que el primero. ¿Sigue siendo cierto si los pesos se miden en libras?
- (b) Las temperaturas de dos objetos son 50°F y 55°F. Afirmamos: "El segundo objeto está un 10% más caliente que el primero." ¿Es esto válido si las temperaturas se miden en Celsius? La temperatura de un tercer objeto es 65°F. Si decimos: "La diferencia de temperatura entre el tercero y el segundo es el doble que entre el segundo y el primero," ¿es válida esta afirmación independientemente de la escala de medición?
- (c) Un consumidor tiene preferencias representadas por una función de utilidad u, con valores medidos en utils. Si las cestas A y B tienen utilidades de 50 y 55 utils respectivamente, decimos que B proporciona un 10% más de utilidad que A. ¿Sigue siendo cierta esta afirmación si las preferencias se representan por $U = u^2$ (es decir, U se obtiene elevando u al cuadrado)? ¿B proporciona un 10% más de utils que A en este caso?

Para cada una de las siguientes funciones de utilidad, calcula y grafica las curvas de indiferencia que pasan por las cestas (x, y) = (1, 1) y (x, y) = (1, 2).

- (a) $u(x,y) = \sqrt{xy}$
- (b) $u(x,y) = \frac{xy}{4}$
- (c) $u(x,y) = y + 2 \ln x$
- (d) $u(x,y) = 4(x+2y)^2$
- (e) $u(x,y) = \min\{x^2, 2y\}$

MC 1.1: Las preferencias de Roberto sobre cestas de consumo $(x, y) \in \mathbb{R}^2_+$ son completas y transitivas (axiomas A.1 y A.2). Si considera que el bien x es perjudicial para su bienestar y que el bien y es beneficioso, sus curvas de indiferencia:
(i) \square se cruzan (ii) \square son crecientes (iii) \square son cóncavas (iv) \square tienen área / son gruesas
MC 1.2: Las preferencias de Alicia son monótonas (axioma A.3). Entonces, sus curvas de indiferencia:
MC 1.3: ¿Qué axioma garantiza que las curvas de indiferencia no se cruzan?
(i) \square Completitud (A.1) (ii) \square Monotonía (A.3) (iii) \square Transitividad (A.2) (iv) \square Convexidad (A.5)
MC 1.4: La relación de preferencia de Pareto se define como $(x,y) \succsim_P (x',y')$ si $x \ge x'$ y $y \ge y'$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre esta relación de preferencia es correcta?
$\begin{array}{lll} (i) & \square \ \ {\rm Viola\ el\ axioma\ A.1\ (completitud)} & (ii) & \square \ \ {\rm Viola\ el\ axioma\ A.3\ (monotonía)} \\ (iii) & \square \ \ {\rm Viola\ el\ axioma\ A.2\ (transitividad)} & (iv) & \square \ \ {\rm Satisface\ los\ axiomas\ A.1-A.3} \\ \end{array}$
MC 1.5: Se sabe que las preferencias de un consumidor \succeq satisfacen los axiomas A.1, A.2 y A.3, y que $A=(0,2)\succ B=(1,1)$. Por lo tanto, podemos inferir la siguiente relación entre estas cestas y una tercer cesta, $C=(1,2)$:
(i) $\Box C \succsim B$ (ii) $\Box C \sim A$ (iii) $\Box C \sim B$ (iv) $\Box C \succ A$
MC 1.6: Las preferencias de un consumidor sobre cestas $(x, y) \in \mathbb{R}^2_+$ son completas, transitivas y monótonas (axiomas A.1, A.2 y A.3). Entonces, las relaciones de preferencia entre $A = (1, 1), B = (2, 2)$ y $C = (1, 2)$ satisfacen necesariamente:
MC 1.7: Se sabe que la relación de preferencia de un consumidor \succeq satisface los axiomas A.1, A.2 y A.3, y que el consumidor es indiferente entre las cestas $A=(1,2)$ y $B=(2,1)$. Por lo tanto, podemos inferir la siguiente relación entre estas cestas y una tercer cesta $C=(1,3)$:

2 La Relación Marginal de Sustitución (RMS)

Ejercicio 6

Las preferencias de Juan y María sobre actividades de ocio son diferentes. A Juan le gustan los conciertos (x), pero prefiere ir al estadio de fútbol (y). María, por otro lado, le gusta el fútbol, pero prefiere asistir a conciertos.

- (a) Representa gráficamente posibles mapas de indiferencia para Juan y María.
- (b) Utilizando el concepto de la relación marginal de sustitución, explica las diferencias en la curvatura de sus curvas de indiferencia.

Ejercicio 7

Las preferencias de Nicolás pueden describirse con la función de utilidad $u(x,y) = x + 2\sqrt{y}$.

- (a) Analiza el impacto de un aumento en el consumo de ropa (x) sobre su RMS.
- (b) Determina si aumentar el consumo de ropa (x) o alimentos (y) incrementará su RMS.
- (c) Identifica todos las cestas donde la RMS sea igual a 4.

Ejercicio 8

Calcula la RMS para las preferencias representadas por las funciones de utilidad dadas en el Ejercicio 5. En cada caso, determina si un individuo con 2 unidades de cada bien estaría dispuesto a renunciar a 1 unidad infinitesimal de x a cambio de 1.5 unidades infinitesimales de y. ¿Estaría dispuesto a cambiar 1 unidad de x por 1.5 unidades de y? ¿Estaría de acuerdo con alguno de estos intercambios si tiene 2 unidades de x y 1 unidad de y?

Ejercicio 9

Representa gráficamente la curva de indiferencia que contiene la cesta (x, y) = (3, 3) y calcula la RMS en esta cesta y en una cesta arbitrario de esta curva para individuos con preferencias representadas por las funciones de utilidad a continuación. ¿Qué observas?

- (a) u(x,y) = xy
- (b) $u(x,y) = 2\sqrt{xy}$
- (c) $u(x,y) = (4 + 3\sqrt{xy})^2$

3 El Conjunto Presupuestario y la Elección del Consumidor

Ejercicio 10

Supón que el precio del gas natural es de 0.08 euros por kilovatio-hora (€/kWh) y el precio de la electricidad es de 0.18 €/kWh. Sin embargo, después de consumir 1500 kWh de electricidad, el precio cae a 0.15 €/kWh. Una familia dispone de 300 euros para gastar en energía.

- (a) Representa gráficamente el conjunto presupuestario de la familia.
- (b) Ahora supón que el proveedor de electricidad aumenta el umbral a partir del cual el precio por unidad cae de 1500 kWh a 2000 kWh. ¿Cómo cambia el conjunto presupuestario de la familia?
- (c) Comparando las situaciones en (a) y (b), ¿está necesariamente peor la familia en (b)?

Ejercicio 11

Las tarifas de agua a menudo tienen la siguiente estructura: Para recibir cualquier suministro de agua, el consumidor debe pagar una tarifa inicial T > 0, que cubre el costo de consumir hasta $x_1 > 0$ litros de agua. Si se consume más de x_1 , cada litro adicional cuesta $p_1 > 0$ hasta que se alcance un total de $x_2 > x_1$. Para cada litro en exceso de x_2 , la factura del agua aumenta en $p_2 > p_1$.

- (a) Representa gráficamente el conjunto presupuestario para un hogar que consume agua (x) y dinero disponible para otros bienes (y), asumiendo que el ingreso del consumidor I satisface $I > T + p_1(x_2 x_1)$.
- (b) Si alguien con preferencias monótonas paga la tarifa inicial T, ¿esperarías que consuma menos de x_1 ?
- (c) Supón que se satisfacen los Axiomas A1-A4. ¿Es posible que un individuo sea indiferente entre dos cestas que difieren en el consumo de agua?

Ejercicio 12

Las preferencias de un consumidor sobre x y y están descritas por la función de utilidad u(x,y) = 2x + y. Su ingreso monetario es I = 15 euros. Calcula su cesta óptima de consumo cuando los precios de los bienes son:

- (a) $(p_x, p_y) = (1, 2)$.
- (b) $(p'_x, p'_y) = (3, 1).$
- (c) $(p''_x, p''_y) = (2, 1)$.

Ejercicio 13

Las preferencias de un consumidor por alimentos (x) y ropa (y) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = x + \sqrt{y}$. Los precios son $p_x = 4$ y $p_y = 1$ euros por unidad, respectivamente, y el ingreso del consumidor es I = 10 euros.

- (a) Representa gráficamente el conjunto presupuestario del consumidor.
- (b) Calcula la cesta óptima de consumo.

Las preferencias de Mario por rebanadas de pizza (x) y pinchos de tortilla (y) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = \ln x + \ln y$. Los precios son $p_x = 1$ y $p_y = 2$, respectivamente, y su ingreso es I = 10 euros.

- (a) Representa su conjunto presupuestario.
- (b) Calcula su cesta óptima de consumo.

Ejercicio 15

Sara tiene un ingreso de I=200, que gasta en agua (x) y alimentos (y), cuyos precios son $p_x=4$ y $p_y=2$, respectivamente. Sus preferencias por estos bienes están representadas por la función de utilidad $u(x,y)=\min\{x,y\}$.

- (a) Representa gráficamente sus curvas de indiferencia, su restricción presupuestaria y calcula su cesta óptima de consumo.
- (b) El gobierno introduce un impuesto de t=1 euro cuando x>10. Por ejemplo, si Sara consume 12 unidades de agua, las primeras 10 unidades cuestan $p_x=4$ euros cada una, y las 2 unidades restantes cuestan $p_x+t=5$ euros cada una. Repite la parte (a) bajo este esquema de impuestos.

MC 3.1: Si el precio del bien x se incrementa un 20%, entonces la recta presupuestaria:
(i) \square se desplaza paralelamente hacia el origen (ii) \square rota sobre su intersección con el eje y (iii) \square se desplaza paralelamente alejándose del origen (iv) \square mantiene su posición
MC 3.2: Si los precios de los bienes aumentan un 20%, entonces la recta presupuestaria:
(i) \square mantiene su posición (ii) \square rota sobre su intersección con el eje x (iii) \square se desplaza paralelamente hacia el origen (iv) \square rota sobre su intersección con el eje y
MC 3.3: Si la renta de un consumidor aumenta un 10%, el precio del bien x aumenta un 5% y el del bien y aumenta un 10%, entonces la recta presupuestaria:
(i) se desplaza paralelamente hacia el origen
(ii) \square rota sobre su intersección con el eje x
(iii) \square se desplaza paralelamente alejándose del origen (iv) \square rota sobre su intersección con el eje y
(ve) in the source of meetisection confidence of
MC 3.4: Un consumidor cuya renta monetaria es $I=4$ está considerando adquirir la cesta $(2,0)$. Si los precios de los bienes son $p_x=2$, $p_y=1$ y la $RMS(2,0)=3$, entonces el consumidor debería:
(i) \square comprar más x y menos y (ii) \square comprar más x e y (iii) \square comprar más y y menos x (iv) \square comprar la cesta $(2,0)$
MC 3.5: Si la relación marginal de sustitución de un consumidor es $RMS(x,y)=2$ (constante) y su renta es $I=8$, entonces a los precios $(p_x,p_y)=(1,2)$, su cesta óptima es:
MC 3.6: Que la cesta óptima (x^*, y^*) satisface la restricción $p_x x^* + p_y y^* = I$ es consecuencia:
(i) \Box del axioma de completitud (A.1) (ii) \Box del axioma de monotonicidad (A.3) (iii) \Box del axioma de transitividad (A.2) (iv) \Box del axioma de convexidad (A.5)
MC 3.7: Si las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = (x+y)^2$ y su renta es $I=4$, entonces a los precios $(p_x,p_y)=(1,2)$, su cesta óptima
es:

4 Funciones de Demanda, ER y ES

Ejercicio 16

Un consumidor tiene preferencias descritas por la función de utilidad u(x,y) = 2xy.

- (a) Calcula la curva de demanda para el bien x. ¿Es x un bien normal o inferior? ¿Es x un bien de Giffen? Representa la curva de Engel de x para $p_x = 2$ y $p_y = 3$.
- (b) Determina y representa la cesta óptima de consumo si el ingreso del consumidor es I = 15 y los precios de los bienes son $p_x = 2$ y $p_y = 3$. Calcula los efectos renta y sustitución para el bien x cuando el precio aumenta a $p'_x = 3$.

Ejercicio 17

Las preferencias de un consumidor por alimentos (x) y ropa (y) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = xy^2$. Los precios son p_x y p_y euros por unidad, respectivamente, y el ingreso del consumidor es I euros.

- (a) Calcula las funciones de demanda ordinaria del consumidor, $x(p_x, p_y, I)$ y $y(p_x, p_y, I)$.
- (b) Supón que el ingreso del consumidor es I = 12 y los precios son $(p_x, p_y) = (1, 2)$. Para recaudar ingresos para el gasto público, el gobierno impone un impuesto de 1 euro/unidad sobre el bien x. Calcula los efectos sustitución y renta de este impuesto sobre la demanda del bien x. Si el gobierno reemplazara este impuesto con un impuesto sobre el ingreso que recaude la misma cantidad, ¿estaría el consumidor mejor o peor que con el impuesto sobre el bien x?

Ejercicio 18

Las preferencias de un consumidor por ropa (x) y alimentos (y) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = x + 2\sqrt{y}$. El precio de la ropa es $p_x = 1$ euro por unidad, el precio de los alimentos es $p_y = p$ euros por unidad, y el ingreso del consumidor es I euros.

- (a) Calcula la demanda del consumidor para alimentos, y(p, I), para $I \geq \frac{1}{p}$ y para $I < \frac{1}{p}$.
- (b) Representa gráficamente el conjunto presupuestario del consumidor y calcula su cesta óptima de consumo y nivel de utilidad para $p=\frac{1}{2}$ e I=1. Calcula los efectos renta y sustitución sobre la demanda de alimentos resultantes de un impuesto unitario de 50 céntimos sobre el precio de los alimentos. Calcula los ingresos fiscales.

Las preferencias de un consumidor por los bienes x e y están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = y + 2 \ln x$.

- (a) Calcula las funciones de demanda ordinaria del consumidor. Usa la notación p_x , p_y e I para los precios e ingresos, respectivamente.
- (b) Supón que los precios son $p_x = p_y = 1$ y que el ingreso monetario del consumidor es I = 30. Se introduce un impuesto de ventas de un euro por unidad de x. Demuestra que los ingresos obtenidos de este impuesto de ventas son menores que los ingresos que se podrían obtener con un impuesto directo sobre el ingreso, R, que tiene un efecto idéntico sobre el bienestar del consumidor que el impuesto de ventas.

Ejercicio 20

Las preferencias de un consumidor por ropa (x) y alimentos (y) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = 2 \ln x + \ln y$.

- (a) Calcula las funciones de demanda ordinaria para alimentos y ropa. Representa gráficamente el conjunto presupuestario del consumidor y calcula su cesta óptima de consumo y nivel de utilidad para $(p_x, p_y) = (2, 1)$ e ingreso I = 12.
- (b) Calcula los efectos renta y sustitución sobre la demanda de alimentos (y) resultantes de un impuesto unitario de un euro sobre las ventas.

$u(x,y) = \min\{x,y\}$, entonces una disminución en el precio de x causa:
(i) \square una disminución en la demanda de x (ii) \square un efecto renta negativo (iii) \square un efecto ambiguo sobre la demanda de x (iv) \square un efecto sustitución igual a cerc
MC 4.2: Las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad $u(x,y)=2x+y$, y los precios de mercado son $p_x=p_y=2$. Una disminución en el precio del bien x a $p_x'=1$ causa:
$\begin{array}{lll} (i) & \square \text{ un aumento en la demanda de } y & (ii) & \square \text{ un efecto sustitución igual a 0} \\ (iii) & \square \text{ una disminución en la demanda de } x & (iv) & \square \text{ un efecto renta igual a 0} \\ \end{array}$
MC 4.3: Si x es un bien inferior, entonces una disminución en su precio p_x :
(i) \square aumenta la demanda de x (ii) \square aumenta la demanda de y (iii) \square disminuye la demanda de x (iv) \square tiene un efecto ambiguo sobre la demanda de x
MC 4.4: Si x es un bien de Giffen, entonces los efectos de sustitución (ES), renta (ER) y total (ET) de un aumento en su precio p_x son:
(i) $\Box ES < 0, ER > 0, ET < 0$ (ii) $\Box ES < 0, ER > 0, ET > 0$ (iii) $\Box ES < 0, ER < 0, ET < 0$ (iv) $\Box ES > 0, ER > 0, ET > 0$
MC 4.5: Las preferencias de un individuo están representadas por la función de utilidad $u(x,y)=x+2y$, y los precios son $p_x=p_y=2$. Una disminución en el precio de y a $p_y'=1$ causa:
(i) \square un aumento en la demanda del bien x (ii) \square un efecto sustitución igual a cerc (iii) \square una disminución en la demanda del bien y (iv) \square un efecto renta igual a cerc

5 El Modelo de Ocio-Consumo y la Oferta de Trabajo

Ejercicio 21

Esther recibe una asignación de sus padres de M euros mensuales para sufragar su consumo. Además, su tía le ofrece la posibilidad de cuidar de sus primas, Elena y Sara, los días que quiera durante los fines de semana, pagándole un salario de w euros/día. Las preferencias por ocio durante el fin de semana (h, medido en días) y consumo (c, medido en euros) de Esther están representadas por la función de utilidad $u(h,c)=\sqrt[3]{h^2c}$. Suponga que el número de días de fin de semana de que dispone es H=9. Describa el problema de Esther y calcule su demanda de consumo y ocio, y su oferta de "trabajo" (días que se comprometería a cuidar a sus primas) en función de M y w. Represente su conjunto presupuestario y calcule su combinación óptima consumo-ocio para M=120 y w=40. Para M=120, ¿cuál es el salario más bajo \underline{w} para el que la oferta de trabajo de Esther sería positiva? Para w=40, ¿cuál sería la menor asignación M para la que Esther no ofrecería trabajo alguno?

Ejercicio 22

Las preferencias de un consumidor-trabajador sobre ocio (h) y consumo (c) están representadas por la función de utilidad $u(h,c)=c^2h$. Dispone de H=16 horas diarias para dedicar al trabajo y/o al ocio y percibe una renta no salarial de 240 euros al día.

- (a) ¿Cuántas horas trabajará a un salario de 4 euros por hora?
- (b) ¿Cuántas horas trabajará a un salario de 9 euros por hora? ¿Y a uno de 11,25 euros por hora?
- (c) Determine a partir de qué salario por hora está dispuesto a trabajar una cantidad de tiempo positiva.
- (d) Determine el efecto renta y el efecto sustitución de un aumento en el salario por hora de 9 a 11,25 euros.

Ejercicio 23

Las preferencias de un trabajador sobre ocio (h, medido en horas) y consumo (c, medido en euros) están representadas por la función de utilidad $u(h,c) = h + 2\sqrt{c}$. El trabajador dispone de H = 16 horas para dedicar al trabajo y al ocio, y no dispone de otra renta que la que obtiene de su trabajo. Calcule y represente su oferta de trabajo. (Observe que $p_c = 1$ pues estamos midiendo el consumo en euros.) Suponga ahora que el salario es w = 4 euros/hora y que existe un subsidio de desempleo que paga S euros a quienes no trabajan.

- (a) ¿Cuánto trabajaría y consumiría si S=5?
- (b) ξ A partir de qué valor de S dejaría de trabajar?

María dispone de 12 horas diarias (para dedicar al trabajo y al ocio) y de una renta no laboral de M euros. Sus preferencias ocio-consumo están representadas por la función de utilidad $u(h,c) = 2 \ln h + \ln c$, donde h representa el número de horas de ocio que disfruta y c su consumo. Fijemos el precio del consumo en $p_c = 1$ y denotemos por w el salario por hora.

- (a) Describa el problema de elección de María y calcule su demanda de consumo y ocio y su oferta de trabajo de María en función de M y w.
- (b) Represente gráficamente el conjunto presupuestario de María y su elección óptima ocioconsumo si su renta no laboral es M=6 y el salario es w=4. Calcule los efectos renta y sustitución sobre la demanda de ocio de un impuesto del 25% sobre la renta laboral.

Ejercicio 25

Ana es una estudiante cuyo bienestar depende de su calificación media $m \in \mathbb{R}_+$ y de su consumo $c \in \mathbb{R}_+$. (Suponga que su consumo se mide en euros, de manera que $p_c = 1$.) Sus preferencias están representadas por la función de utilidad $u(m,c) = \ln m + \ln c$. Ana dispone de H = 15 horas para dedicar al estudio e y al trabajo l. Su calificación media está determinada por el número de horas que dedica al estudio de acuerdo con la fórmula $m = \frac{2}{3}e$. El salario por hora trabajada es $w \geq 0$ euros. Ana no dispone de otra renta.

- (a) Describa la restricción presupuestaria de Ana y represente su conjunto presupuestario en el plano (m, c). Calcule el número de horas que dedica al estudio y al trabajo en función de w. Suponiendo que w = 4, calcule su calificación media y consumo óptimos, (m^*, c^*) , y repésentelos en el gráfico.
- (b) Suponga ahora que se establece un programa que recompensa a los estudiantes que obtienen una calificación media de notable o superior (es decir, $m \geq 7$) con un premio monetario de M=10 euros. Suponiendo que w=4, determine la nueva restricción presupuestaria de Ana y represente su nuevo conjunto presupuestario. Calcule la calificación media y el consumo de Ana en esta nueva situación.

Ejercicio 26

Considere el problema de un individuo cuyas preferencias sobre ocio (h), medido en horas) y consumo (c), medido en euros) están representadas por la función de utilidad u(h,c) = hc, cuyo salario es w = 15 euros/hora, y que dispone de 140 horas mensuales para el trabajo y el ocio. El individuo puede jubilarse (totalmente) y percibir una pensión mensual de 1.200 euros, o continuar trabajando, en cuyo caso su pensión se reduciría en t(15l), donde l es el número de horas que trabaja y $t \in [0, 1/2]$.

- (a) Escriba la restricción presupuestaria del individuo.
- (b) Represente su conjunto presupuestario.
- (c) Calcule su oferta de trabajo l(t).
- (d) ¿Hay algún valor de t para el que el individuo preferiría jubilarse?

Considere un mercado de trabajo perfectamente competitivo. Hay 10 consumidores-trabajadores cuyas preferencias sobre ocio (h) y consumo (c) están representadas por la función de utilidad $u(h,c)=h+\ln c$, que disponen de 1 unidad de tiempo (un día, por ejemplo) para el ocio y el trabajo y de una renta monetaria (no-salarial) de M euros. El precio del consumo es p=1 y el salario es w.

- (a) Derive la oferta de trabajo de cada individuo como función de w y de M.
- (b) Calcule la oferta agregada de trabajo suponiendo que hay 5 individuos con una renta monetaria de 3 euros y otros 5 sin ninguna renta monetaria. Sabiendo que la demanda agregada de trabajo es $L^D(w) = \frac{20}{w}$, calcule el salario y el nivel de empleo en el equilibrio de mercado.
- (c) Represente gráficamente las funciones de oferta y demanda e identifique el equilibrio competitivo.

6 Las Variaciones Compensatoria y Equivalente y Índices de Precios

Ejercicio 28

Suponga que x e y representan los servicios de vivienda, medidos en m^2 al año, y todos los demás bienes, respectivamente, y que un consumidor típico tiene unas preferencias por esos bienes representadas por la función de utilidad $u(x,y)=xy^2$. Los precios iniciales son $p_x=3$ y $p_y=1$. El Gobierno propone un subsidio de 1 euro por m^2 de vivienda consumido. La oposición pone el grito en el cielo e indica que el valor del subsidio al individuo es inferior al coste del subsidio en que incurriría el Estado. ¿ Qué recomendaría usted y por qué?

Ejercicio 29

Suponga la siguiente situación de un pensionista que consume dos bienes, alimento (x) y vestido (y). Cuando se jubiló, la Seguridad Social le concedió una pensión de 15.000 euros. En dicho año los precios de los alimentos y vestido eran de 8 y de 50 euros, respectivamente. Suponga que la función de utilidad del pensionista es $U(x,y) = x\sqrt{y}$.

- (a) Determine y represente la elección del pensionista en estas condiciones.
- (b) Suponga que en el año corriente los precios de los alimentos y el vestido han subido a 10 y 75 euros, respectivamente. Determine y represente la elección del pensionista en caso de que no se revalorice su pensión.
- (c) ¿Qué pensión deberíamos dar al pensionista para que recuperase el nivel de utilidad inicial con el mínimo coste para la Seguridad Social?

Ejercicio 30

Las preferencias de un consumidor entre dos bienes x e y vienen descritas por la función de utilidad $u(x,y) = \ln x + \ln y$. Los precios de estos bienes son $p_x = 1$ y $p_y = 0,50$.

- (a) Determine la solución de equilibrio del consumidor a esos precios para una renta I.
- (b) Debido a un desastre ecológico, la oferta del bien x disminuye y su precio se dobla. En consecuencia, el bienestar del consumidor disminuye. En un intento de paliar el desastre, la autoridad local está dispuesta a subvencionar al consumidor. Calcule la cantidad monetaria S que debe entregarse al consumidor para mantenerle al mismo nivel de satisfacción que antes del desastre.

János solo consume dos bienes: pimentón picante x y aguardiente y. Las preferencias de János están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = y + \ln x$. El precio del pimentón es $p_x = p$ euros, mientras que el del aguardiente es $p_y = 1$ euro. La renta monetaria de János es I euros.

- (a) Calcule la demanda de János de pimentón y aguardiente en función de (p, I) para I > 1.
- (b) Represente el conjunto presupuestario de János para $(p, I) = (\frac{1}{2}, 10)$ y calcule su cesta óptima y nivel de utilidad.
- (c) Calcule los efectos renta y sustitución sobre la demanda de pimentón de un aumento de su precio de $p = \frac{1}{2}$ a p' = 1.
- (d) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar János para evitar que el precio de pimentón aumentara de $p = \frac{1}{2}$ a p' = 1?

Ejercicio 32

Clasifiquemos los bienes en dos grupos: vestido y calzado, x, y productos alimenticios, y. Las preferencias de Manuel, que acaba de jubilarse y cobra una pensión $I_0 = 750$ euros, están representadas por una función de utilidad $u(x,y) = x^{2/5}y^{3/5}$. El año en que se jubiló Manuel los precios eran $p_0 = (1,1)$, mientras que hoy los precios son $p_1 = (2,3/2)$.

- (a) Calcula la cuantía de la pensión I_1 que garantizaría a Manuel el bienestar alcanzado en el año de su jubilación.
- (b) El verdadero índice de precios al consumo de Manuel entre estas dos fechas es $IPC^* = I_1/I_0$. Verifique que el índice de precios de consumo de tipo Laspeyres IPC_L es mayor que IPC^* .

Ejercicio 33

Las preferencias de un consumidor sobre alimentos (x) y vestido (y) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = x + \sqrt{y}$. Los precios de alimentos y vestido son p_x y p_y euros por unidad, respectivamente, y la renta del consumidor es I euros.

- (a) Calcule sus funciones de demanda ordinarias, $x(p_x, p_y, I)$ e $y(p_x, p_y, I)$. Represente el conjunto presupuestario del consumidor y calcule su cesta óptima suponiendo que su renta es I = 8 y los precios son $(p_x, p_y) = (4, 1)$.
- (b) Suponiendo que la renta del consumidor es I=8 y los precios son $(p_x,p_y)=(4,1)$, calcule la variación equivalente de un impuesto de 1 euro por unidad del bien y, y compárela con la recaudación impositiva. ¿Por qué esta diferencia?

MC 6.1: Los precios del período base son $(p_x, p_y) = (3, 2)$ y la cesta de bienes del consumidor representativo es $(2, 2)$. Si los precios del período corriente son $(p'_x, p'_y) = (2, 4)$ y medimos el IPC (Índice de Precios al Consumo) mediante el Índice de Laspeyres, entonces el aumento de los precios representa un porcentaje de:
MC 6.2: Los precios del período base son $(p_x, p_y) = (2,3)$ y la cesta de bienes de un consumidor es $(2,2)$. Si los precios del período corriente son $(p'_x, p'_y) = (3,4)$, entonces su IPC $verdadero$ es:
(i) \square menor del 40% (ii) \square exactamente el 40% (iii) \square mayor del 40% (iv) \square indeterminado
MC 6.3: Si durante un cierto período los precios de ambos bienes existentes, x e y , aumentaron un 10% y la renta de un consumidor experimentó un aumento porcentual igual a su verdadero Índice de Precios al Consumo, entonces su recta presupuestaria:
(i) \square se desplazó paralelamente hacia el origen (ii) \square rotó sobre su intersección con el eje x (iii) \square se desplazó paralelamente alejándose del origen (iv) \square mantuvo su posición
MC 6.4: Los precios del período base son $(p_x, p_y) = (2, 2)$ y la cesta óptima consumida por un individuo representativo fue $(x, y) = (2, 1)$. Si los precios corrientes son $(p'_x, p'_y) = (1, 4)$, entonces el IPC de Laspeyres fue:
(i) $\Box IPC_L = 1$ (ii) $\Box IPC_L = 1.66$ (iii) $\Box IPC_L = 1.5$ (iv) $\Box IPC_L = 0.8$
MC 6.5: Si se multiplica la renta del consumidor por el Índice de Precios al Consumo de tipo Laspeyres, entonces:
(i) \square se mantiene el bienestar del consumidor en el período base (ii) \square se mantiene inalterado el conjunto presupuestario del consumidor en el período base (iii) \square se incrementa el nivel de bienestar del consumidor respecto al del período base (iv) \square se compensa al consumidor exactamente por el importe de la variación compensatoria

MC 6.6: Las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad
$u(x,y)=xy$. En el período base los precios de los bienes fueron $(p_x,p_y)=(1,1)$ y su cesta
óptima fue $(x^*, y^*) = (1, 1)$. Si los precios del período corriente son $(p_x, p_y) = (1, 4)$, entonces
la diferencia entre su Índice de Precios al Consumo (IPC) tipo Laspeyres y su verdadero IPC
es:

 $\begin{array}{cccc} (i) & \square & 0.1 & (ii) & \square & 0.2 \\ (iii) & \square & 0.5 & (iv) & \square & 1 \\ \end{array}$

MC 6.7: Las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad u(x,y) = 2x + y, su renta es I = 4 y los precios son $(p_x, p_y) = (1,1)$. La variación equivalente a la implantación de un impuesto sobre el bien x de 1 euro por unidad es:

 $\begin{array}{cccc} (i) & \square & 0 & & (ii) & \square & 1 \\ (iii) & \square & 2 & & (iv) & \square & 4 \\ \end{array}$

7 Decisión con Incertidumbre

Ejercicio 34

Oscar, un estudiante recién graduado ha recibido una herencia de 4 millones de euros y está considerando si invertir 2 millones de euros en un negocio que tiene éxito y reporta unos beneficios brutos de 6 millones de euros con probabilidad 1/2, y resulta en la pérdida de la inversión con el resto de probabilidad.

Determine si el estudiante realizará la inversión si las preferencias están representadas por la función de utilidad de Bernoulli:

(i)
$$u(x) = x$$
; (ii) $u(x) = x^2$; (iii) $u(x) = \sqrt{x}$.

Ejercicio 35

Pedro Banderas dispone de 100 mil euros y está considerando producir una película cuyo presupuesto es 250 mil euros. Una compañía cinematográfica le ofrece financiar un 80% de la película, compartiendo riesgos y beneficios en estos porcentajes. Suponiendo que la película gusta a los distribuidores y se estrena, Pedro estima que obtendría una taquilla (ingresos totales) de 250 mil euros si las críticas son malas, y que la taquilla llegaría a 1,75 millones de euros si las críticas son buenas. Se sabe que 8 de cada 10 películas que se producen se estrenan, y que una de cada 10 películas estrenadas recibe buenas críticas. Las preferencias de Pedro están representadas por la función de utilidad $u(x) = \sqrt{x}$.

- (a) Describa el problema de Pedro y determine su decisión óptima.
- (b) Indique si Pedro estaría dispuesto a financiar un 30% (en vez de un 20%) de la película.

Ejercicio 36

La compañía petrolera Tibitrol es propietaria de unos terrenos en los Monegros en los que cree que hay petróleo con un 20% de probabilidad. El coste de hacer una perforación para verificar si realmente hay petróleo es 1 millón de euros. Si se encontrara petróleo se obtendrían unos ingresos de 5 millones de euros. Si no se encuentra petróleo, el gasto de perforación habría sido totalmente inútil.

- (a) Determine la acción óptima suponiendo que la empresa es neutral al riesgo.
- (b) ¿Qué ocurriría si fuera aversa al riesgo?

Un individuo debe decidir si financiar su vivienda mediante una hipoteca a tipo fijo (HF) o a tipo variable (HV). La HF involucra un pago anual de P miles de euros, mientras que HV involucra un pago de 10 mil euros con probabilidad $\frac{1}{2}$, de 20 mil euros con probabilidad $\frac{1}{3}$, y de 30 mil euros con probabilidad $\frac{1}{6}$. La renta anual del individuo es 50 mil euros y su bienestar depende de su renta disponible x (medida en miles de euros), que es igual a sus ingresos menos el pago de la hipoteca. Sus preferencias sobre loterías están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = 2\sqrt{x}$. ¿Para qué valores de P preferiría el individuo financiar su vivienda con la hipoteca HF?

Ejercicio 38

Un profesor está preparando un examen tipo test en el que por cada pregunta hay una única respuesta correcta de 4 respuestas posibles. Cada respuesta correcta vale 1 punto. Las preferencias de los estudiantes tienen las propiedades habituales y están descritas por la función de utilidad de Bernoulli u(x), donde x es la calificación obtenida. Suponga, además, que cuando un estudiante desconoce la respuesta a una pregunta, entonces considera que todas las respuestas posibles son correctas con la misma probabilidad.

- (a) Suponiendo que no existe penalización por respuesta incorrecta (es decir, una respuesta incorrecta vale cero puntos), describa las alternativas (loterías) que enfrenta un estudiante que desconoce la respuesta a una pregunta. Si el estudiante es neutral al riesgo, ¿sería óptimo contestar aleatoriamente a la pregunta? ¿Y si fuera averso al riesgo? (Justifique sus respuestas.)
- (b) Calcule el equivalente de certidumbre de la lotería consistente en responder a una pregunta cuya respuesta se desconoce, suponiendo que el estudiante es neutral al riesgo. Si se sabe que los estudiantes son neutrales o aversos al riesgo, ¿cuál es la mínima penalización por cada respuesta incorrecta que induciría a los estudiantes a no responder las preguntas cuyas respuestas desconocen?

Ejercicio 39

Un emprendedor dispone de una renta de 150 mil euros y está considerando introducir un nuevo producto turístico que requiere una inversión de 200 mil euros. Un fondo de inversiones le ofrece financiar el 50% de la inversión a cambio del 60% de los ingresos que se obtengan. El emprendedor estima que si el clima es favorable durante la temporada turística, este nuevo producto generaría unos ingresos de 200 mil euros o de 500 mil euros con idéntica probabilidad, mientras que si el clima es desfavorable el producto sería un completo fiasco (generaría unos ingresos iguales a cero). Históricamente, la región disfruta de un clima favorable con probabilidad 0,6. Las preferencias del emprendedor están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = x^2$, donde x es la renta neta disponible expresada en miles de euros.

- (a) Determine si el emprendedor debería introducir el nuevo producto (I), aceptando la oferta de financiación del fondo de inversiones, o por el contrario debería abstenerse de hacerlo (NI), manteniendo su renta actual.
- (b) ¿Pagaría el emprendedor 25 mil euros por saber de antemano si el clima será favorable o desfavorable durante la temporada turística?

En el mercado de seguro de accidentes de automóviles hay dos clases de conductores: los buenos (que causan un accidente al año con probabilidad 0,1, y ningún accidente con probabilidad 0,9), y los malos (que causan un accidente con probabilidad 0,1, dos accidentes con probabilidad 0,05 y ningún accidente con probabilidad 0,85). Los costes de reparación de los vehículos involucrados en un accidente son (en media) de 2.000 euros. La proporción de buenos y malos conductores en la población es de 2 a 1.

- (a) Si las compañías de seguros son neutrales al riesgo (su función de utilidad es u(x) = x) y no pueden distinguir entre buenos y malos conductores, ¿cuál es la mínima cuota que estarían dispuestas a ofrecer por cubrir el riesgo de accidente?
- (b) Suponga que todos los conductores tienen preferencias representadas por la función de utilidad $u(x) = \sqrt{x}$, y que su riqueza inicial es de 5.000 euros. ¿Qué tipo de conductores (buenos y/o malos) suscribirían una póliza de seguro a la cuota mínima determinada en (a)?

Ejercicio 41

Un individuo neutral al riesgo (u(x) = x) necesita hipotecar uno de sus inmuebles para obtener 200.000 euros, que devolverá en dos pagos anuales de 100.000 euros cada uno más los correspondientes intereses. Los créditos hipotecarios entre los que puede optar son de tres modalidades:

- 1. Interés fijo del 10% anual.
- 2. Interés del 9% el primer año, que podría subir al 14%, bajar al 8%, o permanecer constante en el 9% el segundo año.
- 3. Interés del 7% el primer año, que podría subir al 20%, permanecer constante en el 7%, o bajar al 6% en el segundo año.

Responde las siguientes preguntas.

- (a) Determine la alternativa óptima sabiendo que la probabilidad de que los tipos de interés suban es 0,6, y la de que bajen es 0,2.
- (b) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar el decisor por saber si los tipos subirán, bajarán o permanecerán constantes?

Ejercicio 42

Un individuo debe decidir si comprar un piso en la ciudad o una casa en las afueras. El coste de ambas viviendas es el mismo (120.000 euros) y el individuo es indiferente entre una y otra opción, excepto por las expectativas de revalorización. Si los precios de la vivienda continúan aumentando (E_1) , el valor del piso alcanzaría los 140.000 euros mientras que el valor de la casa llegaría a los 340.000 euros. La probabilidad de que ocurra esto es 0,3. Si la tendencia alcista de los precios se invierte (E_2) , el valor del piso se reduciría a 70.000 euros, mientras que el de la casa se reduciría a 20.000 euros. El decisor tiene unas preferencias expresadas por la función de utilidad $u(x) = \sqrt{x}$, donde x viene expresada en euros, y dispone de una riqueza inicial de 140.000 euros.

- (a) Represente el problema del individuo y determine si comprará la casa o el piso.
- (b) ¿Pagaría el decisor 20.000 euros por conocer si los precios de la vivienda continuarán subiendo o no?

La introducción de un nuevo producto en el mercado se realiza en tres etapas: Diseño, Experimentación y Producción. De cada 10 productos, 7 mueren en la etapa de diseño. De los que sobreviven, solamente el 10% pasan la etapa de experimentación y se llegan a producir. Tan sólo 1 de cada 5 bienes producidos tienen éxito. Para cada nuevo producto, los costes asociados a cada etapa son 100.000, 20.000 y 200.000 euros, respectivamente. Los ingresos esperados para un producto que supera las tres etapas son de 60 millones de euros.

- (a) ¿Cuál es el valor esperado de construir una nueva maqueta?
- (b) Una consultora puede anticipar sin error si un prototipo que ha pasado con éxito la etapa de diseño pasará la etapa de experimentación. ¿Cuál es el valor de sus servicios, asumiendo neutralidad al riesgo?

Ejercicio 44

El jefe de marketing de una importante empresa productora de ordenadores tiene que decidir si lanzar una nueva campaña antes (l_1) o después del mes de mayo (l_2) . Si la lanza antes, tendrá aseguradas unas ventas de 100 millones de euros. Si la lanza después, corre el riesgo de que la empresa competidora se adelante (C), lo que ocurrirá con probabilidad 0,4. Además, las ventas también dependen de las previsiones de la coyuntura económica que se presente, que puede ser al alza (A) con probabilidad 0,5, estabilidad (E) con probabilidad 0,3, y recesión (R). Si la economía está en alza y la competidora no ha lanzado su campaña, las ventas se dispararían hasta los 150 millones de euros; si la competidora ha lanzado la campaña, las ventas serían de 120 millones. Si la economía está estable, las ventas serían de 90 millones de euros si la competidora lanza su campaña y de 110 si no la lanza. Por último, cuando la economía está en recesión, si la competidora ha lanzado su campaña las ventas serán de 70 millones de euros y si no la ha lanzado las ventas serán de 80 millones de euros.

- (a) Suponiendo que la empresa es neutral al riesgo (u(x) = x), ¿cuánto estaría dispuesta a pagar por conocer con certeza todas las variables inciertas del problema?
- (b) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar a un espía industrial que le dijera con certeza si la empresa de la competencia va a lanzar la campaña?

Ejercicio 45

Un individuo cuyo patrimonio es 500 mil euros recibe una renta anual de 250 mil euros. El impuesto sobre la renta es el 50%. El individuo está considerando la posibilidad de declarar toda su renta, sólo la mitad de su renta, o incluso no hacer declaración alguna. Se sabe que sólo 1 de cada 10 contribuyentes es inspeccionado por Hacienda. Si una inspección detectase que el individuo ha ocultado renta, éste tendría que pagar, además de los impuestos evadidos, una multa por igual cantidad. Las preferencias del individuo están representadas por la función de utilidad $u(r) = 2\sqrt{x}$, donde x es la suma de su patrimonio y su renta neta de impuestos y/o multas.

- (a) Represente el problema del individuo e indique cuál es la decisión óptima.
- (b) El individuo ha decidido no declarar nada, pero ahora consulta a un abogado. Tras analizar el caso, el abogado le informa de que la probabilidad de una inspección por parte de Hacienda es más alta, del 50%, y que la solución consiste en presentar una declaración voluntaria, abonando los impuestos adeudados y una sanción de m euros. ¿Para qué valores de m aceptaría el individuo esta solución?

(c) Alternativamente, suponga ahora que alguien ofrece al individuo información sobre si está o no en la lista de contribuyentes que Hacienda planea inspeccionar antes de tomar la decisión sobre su declaración. Obtenga la ecuación que determina el valor de esta información. ¿Estaría dispuesto a pagar 20 mil euros por esta información?

MC 7.1: La prima de riesgo de un individuo para la lotería l=(x,p), que paga los premios x=(0,4,16) con probabilidades $p=(\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4})$, es PR(l)=2. Por tanto, su equivalente de certidumbre es:

(i)
$$\square EC(l) = 2$$
 (ii) $\square EC(l) = 1$
(iii) $\square EC(l) = 3$ (iv) $\square EC(l) = 4$

MC 7.2: Si el equivalente de certidumbre de la lotería l, que paga 20 mil euros o 10 mil euros con idéntica probabilidad, es 14 mil euros, entonces el individuo:

(i) \square es amante del riesgo (ii) \square es neutral al riesgo (iii) \square es averso al riesgo (iv) \square tiene una actitud indeterminada frente al riesgo

MC 7.3: Si el equivalente de certidumbre de la lotería $l = ((0, 2, 10), (\frac{3}{10}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}))$ para un individuo es EC(l) = 2, entonces su prima de riesgo es:

$$\begin{array}{lll} (i) & \square \ PR(l) = -1 \\ (iii) & \square \ PR(l) = 2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} (ii) & \square \ PR(l) = 1 \\ (iv) & \square \ PR(l) = 0 \end{array}$$

MC 7.4: La prima de riesgo de la lotería $l = ((0,8), (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}))$ para un individuo A cuyas preferencias están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u_A(x)$ es $PR_A(l) = 2$. Si las preferencias del individuo B están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u_B(x) = 2u_A(x)$, entonces su equivalente de certidumbre de la lotería l es:

$$\begin{array}{cccc} (i) & \square \ EC_B(l) = 2 & & (ii) & \square \ EC_B(l) = 6 \\ (iii) & \square \ EC_B(l) = 4 & & (iv) & \square \ EC_B(l) = 0 \\ \end{array}$$

MC 7.5: Identifique el equivalente de certidumbre y la prima de riesgo de la lotería que paga x = (0, 2, 4) con probabilidades $p = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$, para un individuo cuyas preferencias están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = x^2$.:

$$\begin{array}{lll} (i) & \square \ EC(l) = 2, PR(l) = \sqrt{6} - 2 & (ii) & \square \ EC(l) = 2, PR(l) = 2 - \sqrt{6} \\ (iii) & \square \ EC(l) = \sqrt{6}, PR(l) = 2 - \sqrt{6} & (iv) & \square \ EC(l) = \sqrt{6}, PR(l) = \sqrt{6} - 2 \end{array}$$

MC 7.6: Las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = \sqrt{x}$. Identifique la utilidad esperada y el equivalente de certidumbre de la lotería l = (x, p) que paga los premios x = (0, 4, 9) con probabilidades $p = (\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$:

$$\begin{array}{lll} (i) & \square \ EU(l) = 1, EC(l) = 1 \\ (iii) & \square \ EU(l) = 2, EC(l) = 2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} (ii) & \square \ EU(l) = 4, EC(l) = 2 \\ (iv) & \square \ EU(l) = 2, EC(l) = 4 \end{array}$$