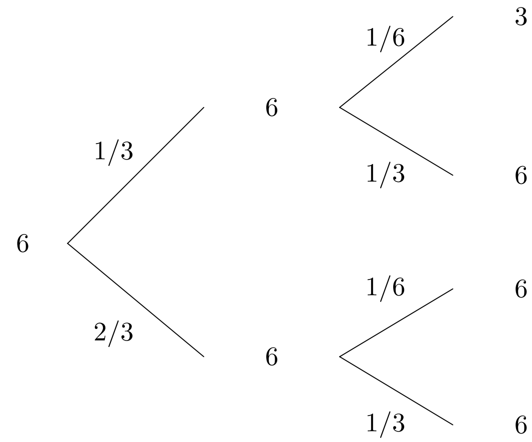
EXAMEN DE MICROECONOMÍA IV
27 DE ENERO 2007

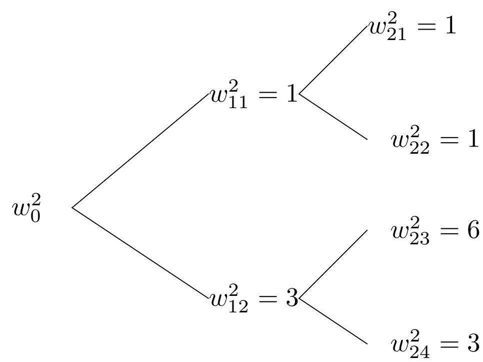
(1) **(2 puntos)**
Consideremos una economía secuencial con dos agentes, un bien y en la que cada agente $i = 1, 2$ tiene la función de utilidad

$$u^i(x) = \sum_s \pi_s \ln x_s$$

Los π_s y los **recursos agregados** de los agentes están representados en la figura siguiente,



(a) Determinar todas las asignaciones Pareto eficientes. Supongamos que en una determinada asignación Pareto eficiente, x^i_s, se verifica que $x^1_0 = 2$. Determinar los consumos x^2_{21} y x^2_{12} en esa asignación.
(b) Determinar los precios de equilibrio. Sabiendo que las asignaciones iniciales del agente 2 son



y que, en el equilibrio de Arrow–Debreu, el agente 1 consume $x^1_{12} = 3$, determinar los recursos iniciales w^2_0 del agente 2.

Consideremos una economía de Radner con dos agentes, dos activos y un bien, en la que los recursos iniciales de los agentes son

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large]
 & & (2,1) \\
 & (5,1) \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & \\
 & & (5,1) \\
(2,4) \arrow[uur, dash] \arrow[ddr, dash] & & \\
 & & (0,6) \\
 & (3,3) \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & \\
 & & (3,3)
\end{tikzcd}
$$

Los dividendos de los activos son,

	r_1	r_2
e_{21}	1	2
e_{22}	2	1
e_{23}	1	0
e_{24}	0	1

Supongamos que los mercados son dinámicamente completos y que, en el equilibrio de Arrow–Debreu, las asignaciones de equilibrio del **agente 1** son

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large]
 & & x^1_{21} = 3/2 \\
 & x^1_{11} = 3 \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & \\
 & & x^1_{22} = 3 \\
x^1_0 = 3 \arrow[uur, dash] \arrow[ddr, dash] & & \\
 & & x^1_{23} = 3 \\
 & x^1_{12} = 3 \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & \\
 & & x^1_{24} = 3
\end{tikzcd}
$$

y los precios de equilibrio son

$$
\begin{tikzcd}
 & & p_{21} = 2 \\
 & p_{11} = 2 \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & \\
 & & p_{22} = 2 \\
p_0 = 6 \arrow[uur, dash] \arrow[ddr, dash] & & \\
 & & p_{23} = 1 \\
 & p_{12} = 4 \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & \\
 & & p_{24} = 2
\end{tikzcd}
$$

Determinar los precios de los activos y las carteras de los agentes en el equilibrio de Radner de la economía.

(3) **(2 puntos)**
Consideremos una economía secuencial con un bien, dos periodos y tres estados posibles en el segundo periodo. Supongamos que hay cuatro activos $r_1 = (1,1,1)$, $r_2 = (3,0,3)$, $r_3 = (4,1,4)$ y $r_4 = (1,4,1)$, cuyos precios

(a) Calcular todas las probabilidades de riesgo neutro. Determinar si hay arbitraje en la economía. ¿Son completos los mercados?

(b) Determinar el conjunto de activos cuyo precio está determinado de forma única por los precios $q_1, \ldots, q_4$ de los activos $r_1, \ldots, r_4$ y la condición de no arbitraje en la economía. Encontrar una ecuación que caracterice ese conjunto.

(c) Se introduce un nuevo activo $r_5 = (1, 4, 2)$. ¿Qué valoraciones de este activo son compatibles con la no existencia de arbitraje en la economía?

(d) Razonar que si el precio del activo $r_5 = (1, 4, 2)$ es $q_5 = 3$ hay arbitraje en la Economía. Encontrar una estrategia de arbitraje.

(4) **(2 puntos)**
Consideremos un agente **averso al riesgo** con la función de utilidad $v(x)$ sobre cantidades monetarias y preferencias

$$U(F) = \int v(z)\, dF(z)$$

sobre loterías.

Supongamos que en el futuro hay dos estados posibles que ocurren con probabilidades π y $1 - \pi$ y que el agente puede elegir entre dos activos, $r_1 = (1, 1)$ y $r_2 = (0, 3)$ cuyos precios son, respectivamente $q_1 = 1$ y $q_2 = 1$. (Por ejemplo, el activo r_2 paga 0 unidades monetarias si (con probabilidad π) ocurre el estado 1 y paga 3 unidades monetarias si (con probabilidad $1 - \pi$) ocurre el estado 2. La riqueza inicial del agente es w. Llamamos α a la cantidad de unidades del activo r_2 que compraría el agente.

(a) Determinar para qué valores de π el agente elige $\alpha = 0$ ó $\alpha = w$.

(b) Suponiendo que la función de utilidad del agente es

$$v(x) = \sqrt{x}$$

calcular la cantidad, α, de unidades del activo r_2 que compraría el agente. ¿Cómo cambia α al variar la renta inicial w del agente? ¿Cómo cambia α/w al variar la renta inicial w del agente? Calcular los coeficientes de aversión absoluta y de aversión relativa al riesgo del agente. Explicar los resultados obtenidos utilizando estos coeficientes.

(5) **(1 punto)**
Consideremos una economía con 2 periodos, 2 agentes, 1 bien y 2 estados en el segundo periodo, $t = 1$. La función de utilidad de los agentes es

$$u_i(x_1^i, x_2^i) = \pi^i u(x_1^i) + (1 - \pi^i) u(x_2^i) \quad i = 1, 2$$

con

$$1 > \pi^1 > \frac{1}{2} > \pi^2 > 0$$

No hay incertidumbre agregada y los agentes son aversos al riesgo. Probar que en un equilibrio de Arrow-Debreu se verifica que

$$x_1^1 > x_2^1, \quad x_1^2 < x_2^2$$

(6) **(1 punto)**
Supongamos que G es una lotería compuesta, en la que primero jugamos la lotería F y después otra lotería H con valor esperado

$$\int z\, dH(z) = 0$$

Probar que F domina a G estocásticamente de segundo orden.