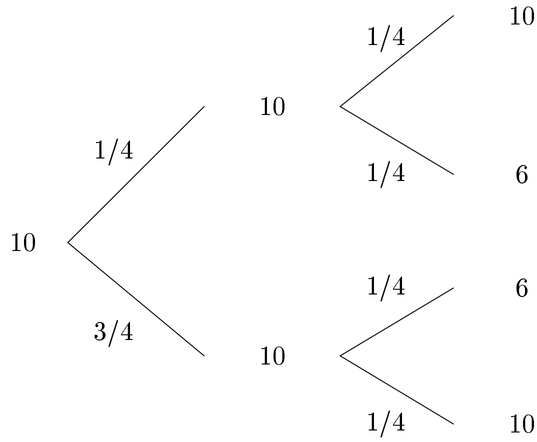
EXAMEN DE MICROECONOMÍA IV
2 DE FEBRERO 2006

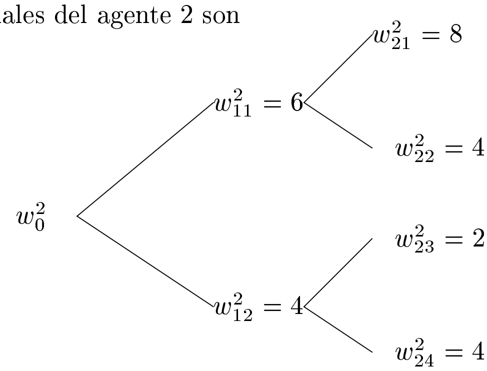
(1) **(2 puntos)**
Consideremos una economía secuencial con dos agentes, un bien y en la que cada agente $i = 1, 2$ tiene la función de utilidad

$$u^i(x) = \sum_s \pi_s \ln x_s$$

Los π_s y los **recursos agregados** de los agentes están representados en la figura siguiente,

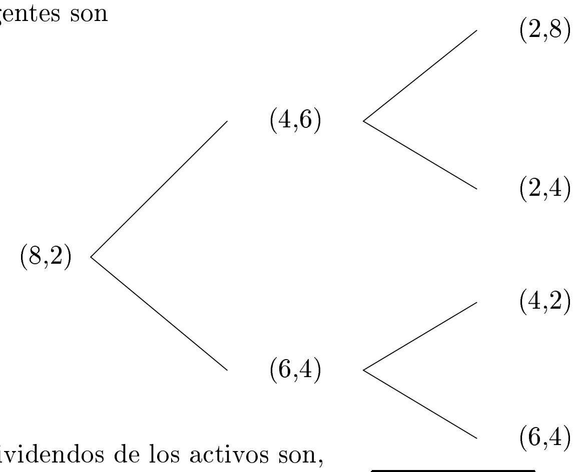


(a) Determinar todas las asignaciones Pareto eficientes. Supongamos que en una determinada asignación Pareto eficiente, x^i_s, se verifica que $x^1_0 = 6$. Determinar los consumos x^2_{21} y x^2_{12} en esa asignación.
(b) Sabiendo que las asignaciones iniciales del agente 2 son



y que, en el equilibrio de Arrow–Debreu, el agente 1 consume $x^1_{12} = 6$, determinar los recursos iniciales w^2_0 del agente 2.

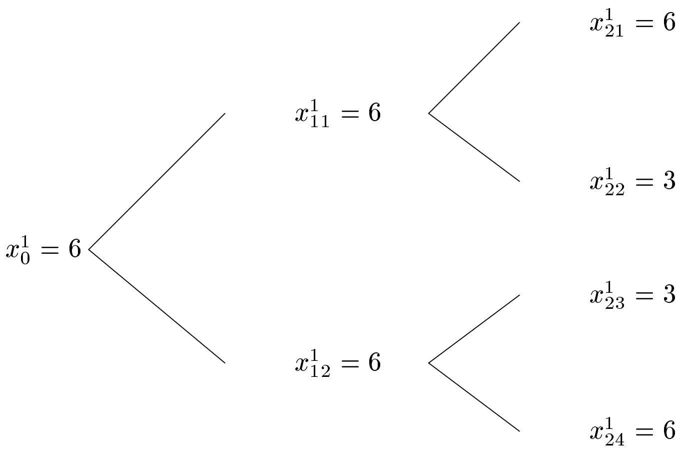
(2) **(2 puntos)**
Consideremos una economía de Radner con dos agentes, dos activos y un bien, en la que los recursos iniciales de los agentes son



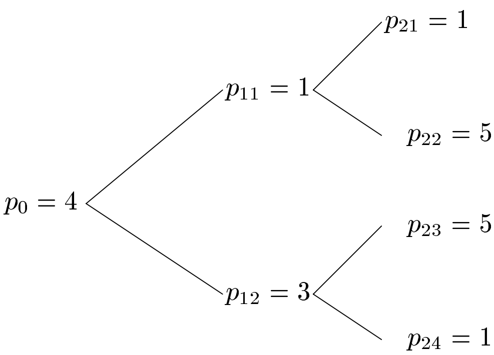
Los dividendos de los activos son,

	r_1	r_2
e_{21}	1	2
e_{22}	1	1
e_{23}	1	0
e_{24}	1	2

Supongamos que los mercados son dinámicamente completos y que, en el equilibrio de Arrow–Debreu, las asignaciones de equilibrio del **agente 1** son



y los precios de equilibrio son



Determinar los precios de los activos y las carteras de los agentes en el equilibrio de Radner de la economía.

(3) **(2 puntos)**
Consideremos una economía secuencial con un bien, dos periodos y cuatro estados posibles en el segundo periodo. Supongamos que hay cuatro activos $r_1 = (1,1,1,1)$, $r_2 = (2,0,2,0)$, $r_3 = (2,0,0,2)$ y $r_4 = (3,1,3,1)$, cuyos precios son $q_1 = q_2 = q_3 = 1$, $q_4 = 2$. Se pide:

(a) Calcular unas medidas de precios de equilibrio (probabilidades de riesgo neutro). Determinar si hay arbitraje en la economía. ¿Son completos los mercados?

(b) Determinar el conjunto de activos cuyo precio está determinado de forma única por los precios $q_1, \ldots, q_4$ de los activos $r_1, \ldots, r_4$ y la condición de no arbitraje en la economía. Encontrar una ecuación que caracterice ese conjunto.

(c) Se introduce un nuevo activo $r_5 = (0, 4, 0, 4)$. ¿Qué valoraciones de este activo son compatibles con la no existencia de arbitraje en la economía?

(d) Razonar que si el precio del activo $r_5 = (0, 4, 0, 4)$ es $q_5 = 3$ hay arbitraje en la Economía. Encontrar una estrategia de arbitraje.

(4) **(1 punto)**
Consideremos una economía con 2 periodos, 2 agentes, 1 bien y 2 estados en el segundo periodo, $t = 1$. La función de utilidad de los agentes es

$$u_i(x_1, x_2) = \pi^i u(x_1) + (1 - \pi^i) u(x_2) \quad i = 1, 2$$

con $1 > \pi^1 > \pi^2 > 0$. No hay incertidumbre agregada y los agentes son aversos al riesgo. ¿Se aseguran completamente en el equilibrio de Arrow-Debreu? Razonar la respuesta.

(5) **(2 puntos)** Un contribuyente obtiene una renta y. Llamemos x a la cantidad que declara al rellenar su declaración de la renta. Suponemos que $x \leq y$ y que su tipo impositivo es t, es decir el contribuyente declara a hacienda que debe pagar unos impuestos de tx. Con una probabilidad p, Hacienda inspecciona al contribuyente y descubre su verdadera renta. En este caso, el contribuyente debe pagar los impuestos correspondientes a su renta, es decir ty, más una multa $\theta(y - x)$ por la cantidad evadida. Si Hacienda no inspecciona al contribuyente, asume que la declaración presentada por éste es correcta.

(a) El agente tiene una utilidad sobre dinero $u(x)$ de la que sólo sabemos que es averso al riesgo. Supongamos que la tasa impositiva t y la multa θ están determinadas por el parlamento. Si Hacienda desea que el contribuyente declare su verdadera renta, ¿Cuál es la probabilidad mínima con la que Hacienda debe realizar la inspección?

(b) Suponiendo que el agente tiene una utilidad sobre dinero $u(x) = \sqrt{x}$ y que $p = 0.1$, $t = 0.3$, $\theta = 2$, $y = 20.000$ euros, calcular la cantidad evadida por el agente.

(6) **(1 punto)**
Consideremos un agente con unas preferencias sobre cantidades monetarias representadas por la función de utilidad $u(x)$ y unas preferencias sobre loterías que verifican los axiomas del Teorema de la Utilidad Esperada. Supongamos que el agente es estrictamente averso al riesgo (es decir $u''(x) < 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$) y que su riqueza inicial es w. El agente tiene la posibilidad de elegir una cartera con dos activos: El primero es un activo seguro que cuesta 1 unidad monetaria y paga unos dividendos de 1 unidad monetaria. El segundo es un activo de riesgo que cuesta 1 unidad monetaria y tiene un pago aleatorio con una función de distribución $F(z)$ y un pago esperado

$$\int z dF(z) > 1$$

Probar que si el coeficiente de aversión al riesgo es decreciente en la renta, entonces la cantidad óptima de activo de riesgo que el agente compra es creciente en w.