EXAMEN DE MICROECONOMÍA IV
10 DE SEPTIEMBRE DE 2004

1. **(2 puntos)**
Consideremos la economía secuencial de la figura 1 con dos agentes y un bien. Cada agente $i = 1, 2$ tiene la función de utilidad

$$u^i(x) = \sum_s \pi_s \ln x_s^i$$

   a) Determinar las asignaciones que son Pareto eficientes.
   Supongamos que en un asignación Pareto eficiente se verifica que

   $$x_{21}^1 = 1/2, \qquad x_{21}^2 = 7/2$$

   Determinar x_{11}^1, x_{11}^2 en esa asignación.
   b) Determinar las asignaciones y los precios de equilibrio suponiendo que los mercados son del tipo Arrow–Debreu.
   ¿Cuánto valen x_{21}^1, x_{21}^2?
2. **(2 puntos)**
Supongamos que las figuras 2, 3 y 4 representan las asignaciones iniciales, los consumos y los precios de equilibrio de una economía secuencial Arrow–Debreu con dos agentes y un bien. Supongamos que restringimos los mercados a una economía de Radner en la que sólo hay mercados para los activos siguientes

	r_1	r_2
e_{21}	1	2
e_{22}	2	1
e_{23}	0	2
e_{24}	2	1

Suponiendo que los mercados son dinámicamente completos, determinar los precios de los activos y las carteras de los agentes en el equilibrio de Radner de la economía.
3. **(2 puntos)**
Consideremos una economía secuencial con un bien, dos periodos y tres estados posibles en el segundo periodo. Supongamos que hay tres activos $r_1 = (1, 1, 1)$ y $r_2 = (2, 3, 0)$ y $r_3 = (3, 2, 5)$ cuyos precios son $q_1 = 1$, $q_2 = 2$ y $q_3 = 3$.
   a) Calcular unas medidas de precios de equilibrio (probabilidades de riesgo neutro). Determinar si hay arbitraje en la economía. ¿Son completos los mercados?
   b) Determinar el conjunto de activos cuyo precio está determinado de forma única por los precios q_1, q_2 y q_3 de los activos r_1, r_2, r_3 y la condición de no arbitraje en la economía. Encontrar una ecuación que caracterice ese conjunto.
   c) Se introduce un nuevo activo $r_4 = (1, 4, 4)$. ¿Qué valoraciones de este activo son compatibles con la no existencia de arbitraje en la economía?
   d) Suponiendo que el precio del nuevo activo $r_4 = (1, 4, 4)$ es $q_4 = 3$, encontrar una estrategia de arbitraje.

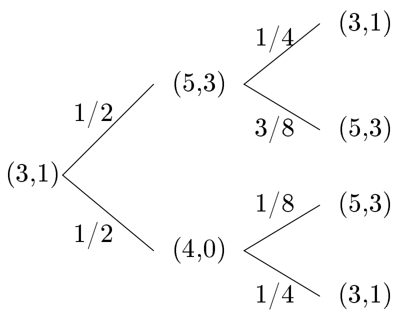

FIGURA 1. Recursos iniciales y π_s en el problema 1.

4. **(1 punto)**
Consideremos una economía secuencial con dos periodos, y agentes con preferencias de la forma $u^i(x^i) = \sum_{s=1}^{S} \pi_s v_s(x_s^i)$ (las probabilidades de los estados son las mismas para todos los agentes). Supongamos que en equilibrio de Arrow–Debreu el consumo de los agentes es el mismo en todos los estados del periodo $t = 1$. Probar que los precios del equilibrio de Arrow–Debreu son $p_s = \pi_s$ para cada estado $s = 1, 2, \ldots, S$.
5. **(2 puntos)**

Un agente con una función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern sobre dinero $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable dos veces es averso al riesgo ($u'' < 0$). El agente organiza una fiesta. La recaudación depende del tiempo que hará ese día. Si no llueve la recaudación será de y euros, mientras que si llueve será de z euros (suponemos $z < y$). La probabilidad de que llueva es p. Una compañía de seguros le ofrece un seguro con cobertura parcial: El agente paga una cantidad qx por el seguro y la compañía le paga la cantidad $(y - z)x$ si (y sólo si) llueve.

a) Probar que el agente elige un seguro completo $x = 1$ si el precio del seguro es actuarialmente justo, es decir si $q = p(y - z)$.

b) Probar que si el precio del seguro no es actuarialmente justo, es decir si $q > p(y - z)$ entonces el agente elige asegurarse sólo parcialmente $x < 1$.

6. **(1 punto)** Supongamos un agente averso al riesgo con una función de utilizada $u(x)$ sobre cantidades monetarias y una renta inicial w. Dada una lotería F se define la prima de riesgo, para el agente u, como el número $\pi_u(F, w)$ definido por la ecuación

$$u(w - \pi_u(F, w)) = \int_{\mathbb{R}} u(w + z)\, dF(z)$$

Probar que si otro agente con una función de utilidad v(x) sobre cantidades monetarias es más averso al riesgo que u (utilizando el coeficiente de aversión absoluta al riesgo), entonces $\pi_v(F, w) > \pi_u(F, w)$ para toda lotería F y para toda cantidad monetaria w.

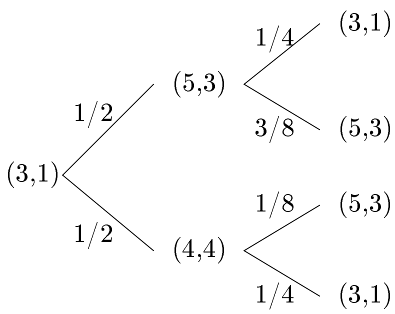

FIGURA 2. Recursos iniciales de los agentes en el problema 2.

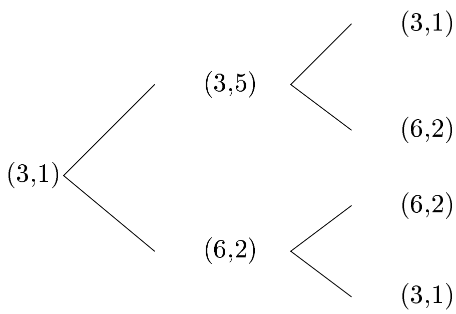

FIGURA 3. Consumos de los agentes en el problema 2.

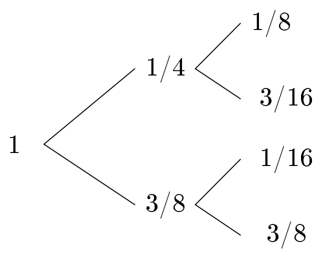

FIGURA 4. Precios del bien en el problema 2.