EXAMEN DE MICROECONOMÍA IV
30 DE ENERO 2003

1. **(3 puntos)**
Consideremos la economía secuencial de la figura 1 con dos agentes y un bien. Cada agente $i = 1, 2$ tiene la función de utilidad

$$u^i(x) = \sum_s \pi_s \ln x^i_s$$

   a) Determinar las asignaciones que son Pareto eficientes.
   b) Utilizando el apartado anterior, responder a las siguientes preguntas
      1) ¿La asignación

$$\begin{array}{llllll} x^1_0 = 2, & x^1_{11} = 2, & x^1_{12} = 6, & x^1_{21} = 3, & x^1_{22} = x^1_{23} = 6, & x^1_{24} = 3 \\ x^2_0 = 2, & x^2_{11} = 2, & x^2_{12} = 2, & x^2_{21} = 1, & x^2_{22} = x^2_{23} = 2, & x^2_{24} = 1 \end{array}$$

      es un óptimo de Pareto? ¿Por qué?
      2) Si en lugar de $\pi_{21} = 1/8$, $\pi_{22} = 3/8$, $\pi_{23} = 1/8$, y $\pi_{24} = 3/8$, ocurriera que $\pi_{21} = \pi_{22} = \pi_{23} = \pi_{24} = 1/4$, ¿sería eficiente para los agentes (en el sentido de Pareto) asegurarse completamente en el periodo $t = 2$? ¿Y en el periodo $t = 1$?
   c) Determinar las asignaciones de equilibrio y los precios suponiendo que los mercados son del tipo Arrow–Debreu.
2. **(2 puntos)**
Supongamos que las figuras 1, 2 y 3 representan las asignaciones iniciales, los consumos y los precios de equilibrio de una economía secuencial Arrow–Debreu con dos agentes y un bien. Supongamos que restringimos los mercados a una economía de Radner en la que sólo hay mercados para los activos siguientes

	r_1	r_2
e_{21}	1	1
e_{22}	0	1
e_{23}	1	1
e_{24}	1	0

Suponiendo que los mercados son dinámicamente completos, determinar los precios de los activos y las carteras de los agentes en el equilibrio de Radner de la economía.
3. **(2 puntos)**
Consideremos una economía secuencial con un bien, dos periodos y cuatro estados posibles en el segundo periodo. Supongamos que hay dos activos $r_1 = (1, 1, 1, 1)$ y $r_2 = (1, 0, 4, 0)$, cuyos precios son $q_1 = q_2 = 1$. Se pide:
   a) Calcular unas medidas de precios de equilibrio (probabilidades de riesgo neutro). Determinar si hay arbitraje en la economía. ¿Son completos los mercados?
   b) Determinar el conjunto de activos cuyo precio está determinado de forma única por los precios q_1 y q_2 de los activos r_1 y r_2 y la condición de no arbitraje en la economía. Encontrar una ecuación que caracterice ese conjunto.

c) Se introduce un nuevo activo $r_3 = (0,4,0,4)$. ¿Qué valoraciones de este activo son compatibles con la no existencia de arbitraje en la economía?

d) Razonar que si el precio del activo $r_3 = (0,4,0,4)$ es $q_3 = 3$ hay arbitraje en la Economía. Encontrar una estrategia de arbitraje.

4. **(1 punto)**
Supongamos que la lotería F domina a lotería G estocásticamente de primer orden. Probar que si $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es creciente, derivable y acotada, entonces
$$\int u(x)\,dF(x) \geq \int u(x)\,dG(x)$$

5. **(2 puntos)**
Consideremos un agente con unas preferencias sobre dinero representadas por la función de utilidad u y unas preferencias sobre loterías que verifican los axiomas del Teorema de la Utilidad Esperada. Su riqueza inicial es w. Tiene la oportunidad de participar en la lotería nacional con un premio total de P. Si gasta x unidades monetarias en la lotería su probabilidad de ganar el premio es $\pi = x/P$. (Suponemos que nunga gastará una cantidad de dinero mayor que el premio, es decir $0 \leq x \leq P$)

a) Calcular las condiciones de primer y segundo orden del problema. Determinar si el agente gasta una cantidad positiva en la lotería o no, dependiendo de si es averso al riesgo ($u'' < 0$) or amante del riesgo ($u'' > 0$). (Sugerencia: Interpretar gráficamente las condiciones de primer orden)

b) Calcular la cantidad óptima x_0 de lotería comprada para el caso en que $u(z) = -e^{-z}$. (Este apartado es, en principio, independiente y mucho más fácil que el anterior)

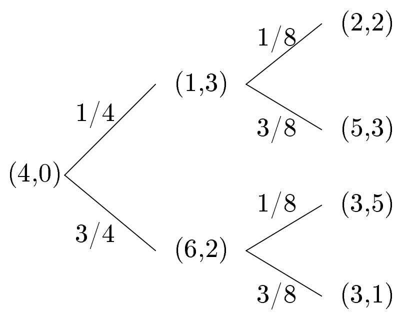

FIGURA 1. Recursos iniciales y π_s en el problema 1.

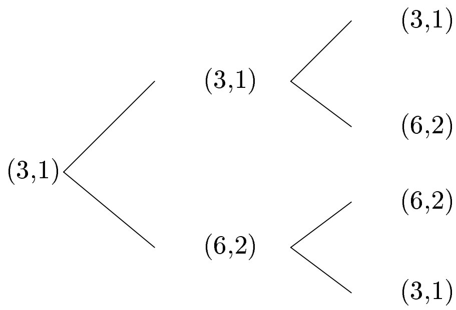

FIGURA 2. Consumos de los agentes en el problema 2.

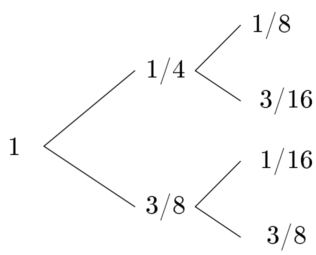

FIGURA 3. Precios del bien en el problema 2.