EXAMEN DE MICROECONOMÍA IV. FEBRERO 2001.

(1) **(1 punto)** Supongamos una economía secuencial con L bienes, I agentes, dos periodos ($t = 0, 1$), S estados posibles en el segundo periodo y $R = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & \cdots & r_K \end{pmatrix}$ activos. Supongamos que los **mercados son completos**. Probar que si $\overline{x}^1, \ldots, \overline{x}^I \in \mathbb{R}^{LS}_+$ son los planes de consumo y $p_1, \ldots, p_S \in \mathbb{R}^L_+$ los precios correspondientes a un equilibrio de Arrow–Debreu, entonces existen unos precios $q_1, \ldots, q_K \in \mathbb{R}_+$ para los activos y unas carteras de activos $\overline{z}^i \in \mathbb{R}^K$, para cada agente $i = 1, \ldots, I$, tales que $(\overline{x}^1, \ldots, \overline{x}^I)$, $(p_1, \ldots, p_S)$, $(q_1, \ldots, q_K)$ y $(\overline{z}^1, \ldots, \overline{z}^I)$ constituyen un equilibrio de Radner.

(2) **(1 punto)** Un aficionado al fútbol tiene una función de utilidad $u(x) = \ln(x)$ sobre cantidades monetarias. Este agente estima que la probabilidad de que el Hércules de Alicante suba alguna vez a primera división es p y $1 - p$ de que no lo haga. Este agente tiene una renta de $w = 50$ unidades monetarias. Puede apostar la cantidad que quiera a doble o nada. Es decir, si apuesta x entonces gana (neto) x si el Hércules sube a primera, mientras que si no lo hace pierde x. Sabiendo que tiene prefererencias sobre loterías del tipo Von Neumann-Morgenstern y que decide apostar $x_0 = 49$ unidades monetarias, calcular su probabilidad subjetiva p.

(3) **(3 puntos)** Consideremos la economía secuencial del gráfico 1 con dos agentes y un bien. Cada agente $i = 1, 2$ tiene la función de utilidad

$$u^i(x) = \sum_s \pi_s \ln x^i_s$$

(a) Determinar las asignaciones que son Pareto eficientes.
(b) Determinar las asignaciones de equilibrio y los precios suponiendo que los mercados son del tipo Arrow–Debreu.

(4) **(2 puntos)** Supongamos que los gráficos 1, **??** y **??** representan las asignaciones iniciales, los consumos y los precios de equilibrio de una economía secuencial Arrow–Debreu con dos agentes y un bien. Supongamos que restringimos los mercados a una economía de Radner en la que sólo hay mercados para los activos siguientes

	r_1	r_2
e_{21}	1	0
e_{22}	2	1
e_{23}	3	1
e_{24}	2	0

Suponiendo que los mercados son dinámicamente completos, determinar los precios de los activos y las carteras de los agentes en cada uno de los estados.

(5) **(2 puntos)** Supongamos una economía con dos periodos e incertidumbre en el segundo periodo. Hay $K = 3$ estados y $N = 2$ activos con matriz de dividendos

$$R = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

cuyos precios son $q_1 = 1$, $q_2 = 2$ Se pide:

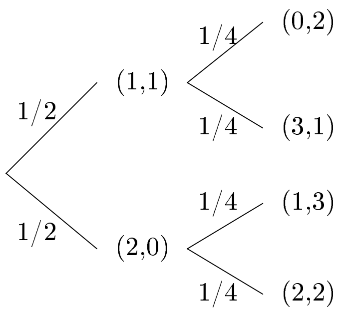

FIGURE 1. Grafico 1: Recursos iniciales y π_s. Problema **??**.

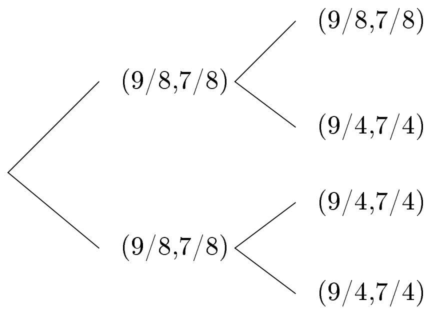

FIGURE 2. Grafico 2: Consumos de los agentes. Problema **??**.

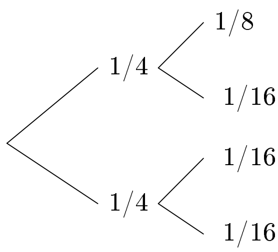

FIGURE 3. Grafico 3: Precios del bien. Problema **??**.

(a) ¿Son completos los mercados? Calcular unas medidas de precios de equilibrio (probabilidades de riesgo neutro).
(b) Se introduce un nuevo activo $r_3 = (4, 1, 1)$. Suponiendo que no hay arbitraje en la economía, valorar el activo r_3. ¿Son completos los mercados si consideramos los tres activos r_1, r_2 y r_3?

(c) ¿Qué valoraciones del activo $r_4 = (3, 3, 1)$ son compatibles con la no existencia de arbitraje en la economía? ¿Cuál son los valores mínimo y máximo que r_4 puede tomar para que no haya arbitraje en la economía?

(d) Determinar el conjunto de activos cuyo precio está determinado de forma única por los precios q_1 y q_2 de los activos r_1 y r_2. Encontrar una ecuación que caracterice ese conjunto.

(6) **(1 punto)** Consideremos una economía secuencial con dos periodos y una estructura de activos $R = (r_1 r_2 \cdots r_K)$ en la que no hay arbitraje. Supongamos que el activo 1 es de la forma $r_1 = (1, 1, \dots, 1)$, con un precio, en el periodo $t = 0$, $q_1 = 1$ y que $Q_1, Q_2, \dots, Q_S$ (donde S es el número de estados en el periodo $t = 1$) son unas medidas de precios de equilibrio (también llamadas unas probabilidades de riesgo neutro), es decir, $Q_1, Q_2, \dots, Q_S > 0$ y si $q = (q_1, q_2, \dots, q_K) \in \mathbb{R}^K$ es el vector de precios de los activos, entonces

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_K \end{pmatrix} = R^* \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_S \end{pmatrix}.$$

Probar que si $\underline{r_k} = \min\{r_{1k}, r_{2k}, \dots, r_{Sk}\}$ y $\overline{r_k} = \max\{r_{1k}, r_{2k}, \dots, r_{Sk}\}$, entonces

$$\underline{r_k} \leq q_k \leq \overline{r_k}$$

(Es decir, el precio del activo está comprendido entre el pago más pequeño que proporciona el activo y el pago mayor.)