

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
Puntos	20	20	20	20	20	100
Nota						

Instrucciones:

- **DURACIÓN DEL EXAMEN: 2h.**
- **NO** se permite el uso de calculadoras.
- **NO DESGRAPE** el cuadernillo.
- Por favor, muestre una tarjeta de identificación válida si le es requerido por el profesor.
- Lea el examen cuidadosamente. El examen consta de 5 ejercicios, para un total de 100 puntos.
- **Entregue únicamente este cuadernillo.**

1

Se considera el sistema lineal que consta de un parámetro a

$$\begin{cases} x + z + t = 5 \\ x + y + 2z + 2t = 6 \\ x + z + (a + 2)t = 8 \end{cases}$$

- (a) (10 puntos) Discutir el sistema según los valores del parámetro a .
- (b) (10 puntos) Resolver el sistema cuando $a = 2$. En este caso, encontrar además todas las soluciones (x, y, z, t) que satisfacen $x = 1$.
-

2

Se considera la siguiente matriz de parámetros α y β :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \alpha & 1 & -\frac{1}{2} \\ \beta & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) (10 puntos) ¿Para qué valores de los parámetros α y β es la matriz A diagonalizable? Justificar la respuesta.
- (b) (10 puntos) Para los valores de los parámetros α y β para los que la matriz A es diagonalizable, hallar la matriz P y la matriz diagonal D asociadas a A . Justificar la respuesta.
-

3

- (a) (10 puntos) Clasificar la forma cuadrática $Q(x, y, z) = -2x^2 - y^2 - 8z^2 + 2xy - 4yz$.
- (b) (10 puntos) Representar el conjunto plano $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x^2 \leq y \leq x^2, -1 \leq x \leq 1\}$ y calcular la integral doble

$$\iint_D (x^2 - y) dx dy.$$

4

(a) (10 puntos) Encontrar el valor de la integral:

$$\int_0^6 \frac{2x}{(x^2 - 4)^{\frac{2}{3}}} dx.$$

(b) (10 puntos) Determinar si la integral siguiente es convergente o divergente en función de los valores del parámetro $\gamma \geq 0$. En el caso en que sea convergente, hallar su valor.

$$\int_0^\infty x e^{-\gamma x} dx.$$

5

(a) (10 puntos) Calcular

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{(\sqrt{n^2 + \pi n + 2} - n)}$$

(b) (10 puntos) Estudiar el carácter de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-p} p^n, \quad \text{donde } p > 0.$$
