May 6, 2019

MATEMÁTICAS PARA LA ECONOMÍA II (2018-19)

ECONOMÍA, DERECHO–ECONOMÍA, ESTUDIOS INTERNACIONALES–ECONOMÍA

HOJA 6. INTEGRALES DOBLES

(1) Calcular las siguientes integrales dobles:

$$a)\ \int_0^1\int_0^1 xydxdy \qquad b)\ \int_0^1 dx\int_0^1 (2x+y)dy \qquad c)\ \int_0^1\int_0^1 xy(x+y)dxdy$$

$$d)\ \iint_{[0,1]\times[1,4]} \sqrt{xy}dxdy \qquad e)\ \int_0^1\int_0^1 (e^x+e^y)dxdy \qquad f)\ \int_0^1 dy\int_0^1 e^{x+y}dxdy$$

(2) Calcular las siguientes integrales dobles:

$$(a)\ \iint_A xdydx \qquad (b)\ \iint_B (x+y)dxdy \qquad (c)\ \iint_C xe^{-x^2/y}dxdy$$

$$(d)\ \iint_D \frac{1}{(x+y)^2}dydx \qquad (e)\ \iint_E \frac{x^2}{y^2}dydx \qquad (f)\ \iint_F \frac{x^2}{y^2}dxdy$$

where

$A = \{(x,y)\,:\,x\geq 1, 2x^2-2\leq y\leq x^2+x\}$,
B el cuadrilátero de vértices $(1,1)$, $(2,2)$, $(3,1)$, $(6,2)$,
$C = \{(x,y)\,:\,0\leq x\leq \sqrt{y}, 1\leq y\leq 2\}$,
$D = [3,4]\times[1,2]$,
$E = \{(x,y)\,:\,1\leq y\leq x, 1\leq x\leq 2\}$,
$F = \{(x,y)\,:\,1\leq x\leq y, 1\leq y\leq 2\}$.

(3) (a) Usando que $dxdy = \rho\, d\rho d\theta$ en coordenadas polares, calcular $\iint_A e^{-x^2-y^2}dxdy$, donce $A = \{(x,y) : 0\leq x^2+y^2\leq R^2\}$.
(b) Calcular a partir de (a): $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2-y^2}dxdy$.
(c) Deducir de (b) el valor de $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx$.
(d) A partir de (a), usando que $\{(x,y) : 0\leq x^2+y^2\leq a^2\}\subset[-a,a]^2\subset\{(x,y) : 0\leq x^2+y^2\leq 2a^2\}$, calcular aproximadamente $\int_{-a}^{a} e^{-x^2}dx$.
(e) A partir de (d), y suponiendo que $0<a<b$, calcular aproximadamente $\int_a^b e^{-x^2}dx$.
(f) A partir de (d), y suponiendo que $a<0<b$, calcular aproximadamente $\int_a^b e^{-x^2}dx$.

(4) Calcular el área de la región limitada a la derecha por el círculo de radio 2 y a la izquierda por la recta $x=1$.