May 6, 2019

MATEMÁTICAS PARA LA ECONOMÍA II (2018-19)

ECONOMÍA, DERECHO–ECONOMÍA, ESTUDIOS INTERNACIONALES–ECONOMÍA

HOJA 5. SUCESIONES Y SERIES

(1) Estudiar la convergencia de las siguientes sucesiones.

(a) $(-1)^n$ (b) $\frac{3^n+6\cdot 5^n}{5^n+e^n}$ (c) $\cos(0.7^n)$ (d) $\frac{n}{n+1}\cos(n\pi)$

(e) $n^{(-1)^n}$ (f) $\frac{n^2-n}{n-\sqrt{n}}$, $n \geq 2$ (g) $\frac{1+2+\cdots+n}{n^\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ (h) $\cos^n(0.7)$

(i) $\left(1+\frac{2}{n}\right)^n$ (j) $\sqrt[n]{n^2}$ (usar que $n^{1/n} \to 1$) (k) $\frac{\ln n^\alpha}{n}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

(l) x_n, donde $x_{n+1} = \sqrt{1+x_n}$, para $n \geq 1$, con $x_1 = 0$.

(m) x_n, donde $x_{n+1} = \sqrt{14+\sqrt{x_n}}$, para $n \geq 1$, con $x_1 = 0$.

(n) Sabiendo que la sucesión $x_n = \sqrt[n]{c}$, donde $c \geq 1$, es convergente, ¿cuál es el límite?

(ñ) Calcular el límite de la sucesión $x_n = \sqrt[n]{c}$, cuando $0 < c < 1$.

(2) Dadas las siguientes sucesiones de números decidir si son convergentes. ¿Son convergentes (o sumables) las series correspondientes?

(a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots.$

(b) $\frac{3}{2}, \frac{6}{3}, \frac{9}{4}, \frac{12}{5}, \ldots.$

(3) Estudiar la convergencia o divergencia de las siguientes series de términos positivos:

(a) $1 + 0.9 + 0.81 + 0.729 + 0.6561 + \ldots\ldots$

(b) $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \ldots\ldots$

(c) $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{4}} + \ldots\ldots$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{3n^2+7}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}$

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2+7}$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^n}$ (i) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

(j) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln n}$ (k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$ (l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

(m) $\sum_{n=0}^{\infty} 3(\frac{3}{2})^n$ (n) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+1}{2^{n+1}}$ (ñ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+10}{10n+1}$

(o) $\sum_{n=6}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ (p) $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n}$ (q) $\sum_{n=2}^{\infty} (\frac{\ln n}{n})^n$

(r) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$ (s) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$ (t) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

(u) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$ (v) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{2n}}$ (w) $\sum_{n=1}^{\infty} (n^{\frac{1}{n}} - 1)^n$

(x) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2}$

(4) Demostrar las siguientes igualdades:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} [\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}] = 1$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^{n-1}} = 3$ (c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} = \frac{3}{4}$

(5) Calcular la suma de las siguientes series:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{5^n}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-\frac{1}{3})^{n+1}$ (c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{(n-1)(n+1)}$

(6) Estudiar la convergencia absoluta, condicional o divergencia de las siguientes series:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n}{3^n}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{n^2+1}{2n^2+3}$ (c) $\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^{n-1} \frac{\ln n}{n}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^3+1}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n^2}{1+n^2}$

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(n\theta)}{n^2}$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$

(7) Aproximar las siguientes sumas infinitas mediante la suma de los 6 primeros términos y estimar el error cometido:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{2n+1}$

(8) Sea $\{a_n\} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$ una sucesión de números con $a_n > 0$, ¿Qué podemos decir sobre la convergencia de las siguientes series?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty}(1+a_n)$.

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+a_n}$.

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n(1+a_n)}$.