May 6, 2019

MATEMÁTICAS PARA LA ECONOMÍA II (2018-19)

ECONOMÍA, DERECHO–ECONOMÍA, ESTUDIOS INTERNACIONALES–ECONOMÍA

HOJA 3. PRIMITIVAS Y INTEGRALES

(1) Halla las siguientes integrales:

$$a)\ \int \frac{x^2+x+1}{x\sqrt{x}}dx \qquad b)\ \int xe^{-2x}dx \qquad c)\ \int \operatorname{sen}^{14} x\ \cos x\ dx$$

$$d)\ \int (x+1)(2-x)^{1/3}dx \qquad e)\ \int \frac{x^4}{1+x^5}dx \qquad f)\ \int e^{2x}\ \sin x\ dx$$

$$g)\ \int \frac{1}{3+x^2}dx \qquad h)\ \int x\cos x\ dx \qquad i)\ \int \left(1+\frac{1}{x}\right)^3 \frac{1}{x^2}\ dx$$

$$j)\ \int x \operatorname{sen} ax^2 dx \qquad k)\ \int \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}\ dx \qquad l)\ \int \frac{1}{\frac{x^2}{2}-2x+4}\ dx$$

$$m)\ \int \frac{40x}{(x-1)^{40}}\ dx \qquad n)\ \int \frac{x^2+1}{x^3-4x^2+4x}\ dx \qquad o)\ \int \frac{2x+1}{x^3+6x}\ dx$$

$$p)\ \int \frac{x^4}{x^4-1}\ dx \qquad q)\ \int \frac{4x+6}{(x^2+3x+7)^3}dx \qquad r)\ \int \frac{2x-6}{(x-2)^2}dx$$

(2) Evaluar $F'(x)$ en los siguientes casos:

$$a)\ \int_1^x \left(t^2-2t+5\right)\ dt \quad b)\ \int_x^0 t\cos t\,dt \quad c)\ x\left(\int_x^0 t\cos t\,dt\right)$$

(3) Se considera la función $F(x) = \displaystyle\int_{-3}^{x} \frac{t^2-4}{3t^2+1}\ dt.$

(a) Hallar los máximos locales de F. ¿Es alguno de estos puntos máximo global?
(b) Hallar los mínimos locales de F. ¿Es alguno de estos puntos máximo global?

Sea ahora $G(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} \frac{t^2-4}{3t^2+1}\ dt.$ ¿Tiene G mínimo global?

(4) En cada caso, hallar el área de la región acotada por las gráficas de las funciones f y g.

$$a)\ f(x)=x^2-4x+3, \quad g(x)=-x^2+2x+3$$

$$b)\ f(x)=(x-1)^3, \quad g(x)=x-1$$

$$c)\ f(x)=x^4-2x^2+1, \quad g(x)=1-x^2$$

(5) Representar las funciones $y=2e^{2x}$ y $y=2e^{-2x}$ y encontrar el área de la región acotada por las gráficas de estas funciones y las rectas $x=-1$, $x=1$.

(6) Encontrar la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)=\sqrt{x}$ en el punto $x=4$ y calcular el área de la región encerrada por la gráfica de f y la recta tangente, y las rectas $x=0$ y $x=4$.

(7) Un activo bursátil X paga dividendos $D(t)dt$ en el instante de tiempo t. El valor actual de los dividendos acumulados en el intervalo $[0,T]$, $T>0$, es

$$V(0)=\int_0^T e^{-rt}D(t)dt,$$

donde $r>0$ es el tanto de interés continuo de un bono del Estado que no presenta riesgo en dicho periodo. Encontrar $V(0)$ (el precio del activo) en los casos siguientes,

(a) $D(t)=1$.
(b) $D(t)=2$ hasta $\frac{T}{2}$ y $D(t)=0$ en $(\frac{T}{2},T]$.
(c) $D(t)=e^{it}$, donde $i>0$.
(d) $D(t)=\operatorname{sen}\frac{\pi t}{T}$.

(8) Sea $f : [0,2] \longrightarrow \mathbb{R}$ una función continua, creciente en $(0,1)$, decreciente en $(1,2)$ y que satisface: $f(0) = 3$, $f(1) = 5$ y $f(2) = 4$. ¿Entre qué valores $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, puede garantizarse que $\alpha \leq \int_0^2 f(x)\,dx \leq \beta$? (Dar los valores más ajustados posibles)

(9) Sea $f : [1,3] \longrightarrow [2,4]$ una función creciente, continua y biyectiva, tal que $\int_1^3 f\,dx = 5$. Calcular $\int_2^4 f^{-1}(x)\,dx$

(10) Cierta compañía tiene costes marginales dados por $\frac{dC}{dx} = 4(1+12x)^{-1/3}$, donde x es la cantidad de cierto bien producido. Encontrar la función de costes, si se sabe que $C = 100$ cuando $x = 13$.