

Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Economía Exámen final de Matemáticas II. Septiembre de 2001 Modelo 1

Apellidos:	Nombre:	
DNI:	Titulación:	Grupo:

1. En el espacio vectorial real \mathbb{R}^3 se considera el subespacio W generado por el sistema $S = \{(1, 1, a), (1, a, 1), (a, 1, 1)\}$. Razona la veracidad de las siguientes afirmaciones:
- a) Si $a = 1$ un sistema generador de W $\{(1, 1, 1), (-2, -2, -2)\}$ y la dimensión de W es 2.
 - b) Si $a \neq -2$ y $a \neq 1$ una base de W es la canónica de \mathbb{R}^3 .
 - c) La dimensión de W es 2 si $a = -2$

2. Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dada por $f(x, y) = (x + y, 3x + 3y, 2x + 2y, -3x - 3y)$.

a) Determinar la matriz de f respecto de las bases canónicas.

b) Calcular la dimensión de $\text{N}(f)$ e $\text{Im}(f)$ y dar una base para cada uno de estos subespacios.

3. Encontrar los máximos y los mínimos de la función x^2y sobre el conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 3\}$.

4. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

- a) Calcula el polinomio característico y comprueba que $\lambda = 1$ y $\lambda = -1$ son autovalores.
b) Estudia si es o no diagonalizable y, en caso afirmativo, encuentra la matriz diagonal J y una matriz de paso P de forma que $A = PJP^{-1}$.
-

5. Sea $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- a) Estudiar si f es continua en $(0, 0)$.
b) Calcular las derivadas parciales de f en $(0, 0)$.
-

6. Dada la función $f(x, y) = xe^{-x} + e^{y^2-1}$.

- a) Calcular la dirección de máximo crecimiento de esta función en el punto $(0, 1)$.
- b) Calcular el valor aproximado de $f(0.01, 1.01)$ usando la aproximación por el plano tangente de 1º orden o el Polinomio de Taylor de orden 1.

NOTA: Falta un problema para sustituir éste!!!!

7. Sea $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 1, y \geq 1\}$. Se pide:

a) Dibujar el conjunto.

b) Estudiar si el conjunto A es cerrado, acotado y/o convexo.

c) Considera $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} + \frac{xy}{(x-2)^2 + (y-2)^2}$. Estudia si f alcanza máximo y/o mínimo global en A .

8. Dada $f(x, y) = b^2x^2 - axy + 2y^2$. Hallar para qué valores de a y b la función es estrictamente convexa.

1 punto
